

LOS NUMEROS EN COLOR EN LA EDUCACION MATEMATICA DEL NIÑO CIEGO

SOTO IBORRA, F.¹ y GOMEZ ALFONSO, B.²

(1) Catedrático de Didáctica de las Matemáticas de E.U. del P. de E.G.B.

(2) Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia.

SUMMARY

This paper offers research on the educational possibilities of the material called Cuisinaire rods in the Teaching of Mathematics to blind children. Some modifications in such material are put forward.

INTRODUCCION

La enseñanza de las matemáticas a los niños ciegos no tiene por qué presentar ninguna característica diferenciadora de la enseñanza de las matemáticas a los niños videntes, más allá de las limitaciones propias del material con que ellos suelen trabajar (caja de números, punzón, etc.).

La falta de visión no supone un freno para el aprendizaje en matemáticas, únicamente es un cambio en la vía principal de acceso a la información. Cualquiera que haya observado a un niño ciego en actitud receptiva, se habrá dado cuenta de que palpa sin cesar, y es del tacto de donde espera obtener las sensaciones de espacio, extensión y solidez que la vista proporciona.

PLANTEAMIENTO

Con las regletas los niños videntes utilizan la manipulación como fuente generadora de conocimientos matemáticos (Gattegno, 1962, 1963 (a), (b), (c), (d), 1964, 1966, 1967); en los niños invidentes, en quienes la visión queda sustituida por el tacto, cabe preguntarse si ocurrirá lo mismo y si este material es apropiado para ellos.

Un primer período de varios meses de trabajo con un grupo de alumnos ciegos sometió a prueba el material tradicional de regletas de madera, y dejó establecida definitivamente la inviabilidad de su aplicación en la enseñanza de estos alumnos (Soto y Gómez, 1986). El vacío nombre de los colores sólo recibía contenido sensible al palpar el incierto tamaño de las regletas; y úni-

camente podía ser precisado por un lentísimo proceso de comparación con cada una de las maderitas de una escalera prefabricada, irritablemente inestable. Era desesperanzador ver cómo lo que hacía una mano era involuntariamente deshecho por la otra.

Como la ceguera de los niños no era modificable y las regletas y las condiciones de trabajo sí lo eran, abordamos la posibilidad de modificarlas, con el objetivo de que estos niños lograran manipular las regletas de la forma más parecida a como lo hacen los niños videntes, intentando conservar toda la carga didáctica que poseen.

Lo que con los niños videntes es un factor intrascendente, el escaso peso de la madera, se vuelve un obstáculo para los ciegos, cuyas construcciones se desajustan por el continuo palpar e incluso, a veces, se destruyen por algún movimiento involuntario.

En nuestro trabajo observamos que las construcciones resultaban inestables y ello dificultaba la manipulación del material; había que intentar fortalecer la estabilidad sin llegar a una rigidez que anulase la dinamicidad de las regletas, que es uno de sus aspectos más relevantes.

Entre las posibles soluciones que se barajaron se eligió la sustitución de la madera por el hierro y la utilización de placas magnéticas como tablero de trabajo. Esta solución se reveló como la más apropiada: las regletas se deslizaban sobre el tablero con suavidad, pero con firmeza, permitiendo todos los grados de libertad de movimiento del material.

Si el color carecía de sentido para nuestros alumnos invidentes y ello impedía la rápida identificación de las regletas, había que modificarlas para que pudiesen «verlas». Pensando que los ojos de los ciegos son sus dedos, se recurrió a explotar al máximo las posibilidades del tacto, agudizado en los ciegos, por razones obvias, hasta límites insospechados. Y se decidió dotar a cada regleta de una textura táctil que permitiera su diferenciación.

Una primera posibilidad era subdividir las mediante hendiduras o relieves en tantas partes como centímetros midiesen. Pero esta solución suprimía a las regletas su carácter de longitud continua y además las constreñía a ser únicamente un conjunto de unidades (como sucede en los bloques multibase de Dienes). El 7 sería entonces 1+1+1+1+1+1+1 y nada más que eso, sin facilitar la multiplicidad de descomposiciones del 7 que surgen espontáneamente cuando no está subdividido en centímetros. No hay que olvidar que una característica importante de las regletas es que con ellas todo número «se construye operativamente y se puede obtener a partir de otros números» (Goutard, 1964, 58).

Una segunda posibilidad era grabar en un extremo de cada regleta un símbolo numérico en braille o en escritura ordinaria. Pero eso era algo así como colocar una etiqueta numérica, ceñida a una mínima parcela de la regleta, que no respondía a lo esencial de nuestra idea: nosotros queríamos que al *tocar* cualquier porción de la regleta el niño recibiese una información independiente por completo de la idea de número, y que asignase a esa información un nombre idéntico al que asignaría un niño vidente al *ver* esa misma parcela de la regleta. Eso imponía la necesidad de dotar a toda la superficie de la regleta de una textura distinta para cada color. Cuando Cuisenaire, músico además de maestro, eligió sus diez colores, no lo hizo de modo caprichoso (Gattegno, 1963(b), p. 12): la progresión aritmética 3, 6, 9 fue teñida con una gama cromática muy armónica: verde claro, verde oscuro, azul; como la progresión geométrica 2, 4, 8 lo fue con la gama rojo, rosa, marrón. El parentesco evidente entre el 5 y el 10 se tradujo en la gama amarillo, naranja. La orfandad del 7, desconectado del resto de los números, provocó la ausencia de color (negro). Y la buena relación del 1 con todos los demás originó la presencia simultánea de todos los colores (blanco).

En esta misma línea de pensamiento y con el criterio de agrupar las regletas por afinidades numéricas, decidimos grabarlas con tres modalidades de marcas que, para evitar entorpecimientos y desajustes en el momento de acoplar unas regletas con otras, acordamos hacerlas en bajorrelieve (muescas): la gama de hendiduras longitudinales, una, dos o tres para la verde claro, la verde oscuro y la azul; la gama de puntos más o menos separados, para la roja, la rosa y la marrón, y la gama de hendiduras transversales, también más o menos separadas, para la amarilla y la naranja. El negro, como lógica consecuencia de todo lo anterior, ausen-

cia de color, no se grabó, se dejó liso. La única dificultad que no fuimos capaces de superar fue la del blanco, que debería ser una mezcla de todas las gamas anteriores; ante la imposibilidad de encontrar una textura resumen de las demás, decidimos que por tratarse de una situación excepcional (como la del negro, aunque en sentido inverso) le daríamos el mismo tratamiento: no grabarla; seguros, claro está, de la imposibilidad de confusión entre la blanca y la negra en virtud de su gran diferencia de longitud.

De hecho, la experiencia ha confirmado después lo acertado de nuestra elección. Lo que con las regletas de madera fue un proceso lento y tedioso, con las nuevas regletas se convirtió, como por arte de magia, en ágil y estimulante.

METODOLOGIA

Con el nuevo material se impartieron diecinueve sesiones de aproximadamente treinta minutos, a lo largo de Abril, Mayo y Junio de 1986, con dos alumnas ciegas totales de nacimiento, Hortensia y Amparo, de diez y once años respectivamente, que cursaban quinto nivel de E.G.B. En una primera fase se trabajó en el ambiente natural de los alumnos, en su propia aula y con el resto de los compañeros siguiendo el ritmo normal de la clase con la maestra titular de la misma. En un rincón aparte el equipo investigador desarrollaba su labor con las dificultades que esto comportaba. En la segunda fase se trabajó en un aula anexa con perfectas condiciones acústicas. Todas las sesiones fueron grabadas en vídeo para retener el hecho didáctico y para proceder a su posterior estudio con sosiego y detenimiento.

Como a partir de la tercera o cuarta sesión el dominio y la identificación de las regletas se hizo patente, decidimos testar hasta qué punto coadyudaban a esta identificación la longitud y el peso. Extraída de una tabla de números aleatorios una serie de veinticinco dígitos, se le fueron ofreciendo en ese orden a Amparo veinticinco regletas de hierro, lisas, de longitudes correspondientes a esos dígitos (el cero de la tabla se asoció al diez). Se le pedía que dijese el color de la regleta, sin más información que la longitud y el peso de la misma.

Se puso de manifiesto la escasa fiabilidad de la información que recibía (ver cuadro). Sus errores fueron constantes más allá de la roja.

Color verdadero	Contestación
5 amarillo	4 rosa
5 amarillo	4 rosa
9 azul	8 marrón
7 negro	5 amarillo
10 naranja	10 naranja
3 verde c.	2 roja
9 azul	9 azul
6 verde o.	4 rosa

3 verde c.	2 roja
5 amarilla	3 verde
6 verde o.	5 amarilla
4 rosa	3 verde c.
5 amarilla	4 rosa
2 roja	2 roja
7 negro	7 negro
3 verde c.	3 verde c.
7 negro	7 negro
2 roja	2 roja
1 blanca	1 blanca
6 verde o.	5 amarilla
6 verde o.	5 amarilla
10 naranja	10 naranja
5 amarilla	4 rosa
5 amarilla	4 rosa
7 negro	7 negro

En trece de los veinticinco ítems el error cometido fue de una unidad. En ningún caso se cometió error por exceso. La blanca, la roja y la naranja se acertó siempre. Curiosamente, de entre las cuatro veces que salió la negra sólo hubo fallo en la primera. (¿Habría relación entre este hecho y el de que en las texturas conocidas por Amparo la negra era lisa?).

DISCUSION

Al finalizar la primera sesión Hortensia y Amparo eran capaces de reconocer todas las regletas por su textura y sabían su color-nombre. Poco a poco, las actividades con las regletas irán perfilando en sus mentes propiedades del conjunto de los números naturales. El montón abundante de regletas sobre la mesa de trabajo será contemplado como la traducción material de un montón de números, porque se comportan como tales y porque presentan muchas de sus características más notables. Cualquier construcción que hagan con las regletas corresponderá a un número de regletas blancas. La inacabable cantidad de trenes que se pueden construir les dará una idea de infinitud. Cualquier conjunto de trenes de regletas se podrá ordenar de menor a mayor, mostrándoles un buen orden y el orden total. Las escaleras de regletas que construirán serán prolongables más allá de todo límite, y en esta prolongación la regleta naranja jugará un papel muy particular que hará «que ya todo es lo mismo» (ver Protocolo a continuación), resaltándose así el papel de la decena como base para nuestro sistema de numeración.

- B — ¿Y después de la azul?
- A — La naranja.
- B — ¿Y después de la naranja?
- A — Ya ninguna
- B — Ah, ¿ya no hay más?
- H — Después de la naranja, la naranja de debajo (Hortensia usaba una naranja como escuadra para igualar la escalera).
- B — ¿Cuál es la naranja de debajo?

- B — Oye, Hortensia, ¿y si quisiéramos alargar esa escalera? Subir más. ¿Después de la naranja, qué pondríamos?
- H — Una naranja más una blanca.
- P — Fuerte.
- H — Una naranja más una blanca.
- P — ¿Y el escalón siguiente?
- B — Hazlo, hazlo. Que lo haga. Tú también, Amparo.
- P — ¿Y el escalón siguiente, Hortensia?
- H — Una naranja más dos blancas.
- P — Bueno. Y en vez de poner blancas, ¿qué podrías poner?
- A — ¡Ah! ¡Ya lo sé!
- P — ¿Qué, Amparo?
- A — Una roja.
- B — Venga, hazlo. Ahora lo que tienen que hacer es de decirnos la escalera que tienen.
- P — A ver qué falta ahí. Ahora, sin hacerlo, dime el escalón siguiente cuál sería, Hortensia.
- H — Una naranja más una verde claro.
- P — ¿Y la siguiente?
- H — Una naranja más una amarilla.
- P — ¿Seguro? ¿Después de la verde claro viene la amarilla?
- H — No, viene la rosa.
- P — ¡Ah! ¿Y después?
- H — La amarilla.
- P — Bueno, una naranja más una amarilla. ¿Y después?
- H — Una naranja con la negra.
- P — No. Después de la negra, ¿cuál viene?. Toca, toca en tu escalera a ver después de la amarilla cuál viene. A ver dónde está la amarilla. ¿Ya la has encontrado?
- H — Sí.
- P — ¿Cuál viene detrás?
- H — La verde oscuro.
- P — ¿Y después de la verde oscuro?
- H — Una naranja más una negra.
- P — ¿Y después?
- H — Una naranja más una marrón.
- P — ¿Y después?
- H — Una naranja más una azul.
- P — ¿Y después?
- H — Una naranja más una naranja.
- P — ¿Y después?!
- B — Ay, ay, ay...
- H — Dos naranjas.
- P — No, no, no. Dos naranjas, pero después de dos naranjas... Quiero subir la escalera.
- H — Pues tres naranjas.
- P — ¿Seguro?
- H — Dos naranjas más una blanca.
- P — ¿Y después?
- H — ¡Jo! ¡Entonces ya todo es lo mismo!
- ...

En las primeras manipulaciones y construcciones que se realizan con este material, se aborda de modo espontáneo la operación fundamental: la yuxtaposición en cordón o serie formando trenes policromados, en la que se perciben de modo concreto propiedades asociativa y conmutativa, confiriendo al conjunto de trenes de regletas estructura de semigrupo aditivo conmutativo. Al ser esta operación una forma de ver la suma de números naturales, el isomorfismo entre el conjunto de número naturales y las clases de equivalencia que genera la relación «ser de la misma longitud» entre los infinitos trenes de regletas, comienza a tomar cuerpo.

El contacto con las regletas ha dejado en Hortensia y Amparo profundas vivencias que harán que en adelante el número sea algo más que una palabra para contar o para expresar la cantidad, el número también será algo que enumera un subconjunto de regletas, describe la medida de una longitud, es el código para identificar una regleta, expresa la comparación entre dos de ellas, indica el lugar que le corresponde en la relación de orden de longitudes, señala cualquier elemento de la clase de equivalencia color-longitud. Además, y ello es muy importante, las descomposiciones de regletas han hecho ver a Hortensia y Amparo que el número se puede obtener a partir de otros números. Por ejemplo, la amarilla es también una blanca y una rosa; y también una roja y una verde claro; y también una blanca, una verde claro y una blanca; y también..., y el cinco es el cuatro y el uno, y el tres y el dos, y... La riqueza conseguida con este enfoque no es la misma ni se retiene con la misma intensidad que cuando el cinco no es más que un garbanzo, y un garbanzo, y un garbanzo, y un garbanzo y un garbanzo.

De la misma manera que una longitud no queda identificada rígidamente con un color, porque se puede llegar a ella con distintas combinaciones de regletas (tablas de descomposiciones), tampoco ocurre que un número quede identificado rígidamente con un color porque esto depende de la regleta que se tome como unidad en cada momento:

Paco — Yo voy a decir que, que ésta la llamo yo, porque quiero, a ésta, la llamo porque quiero, el uno.

Bernardo — ¿De qué color es?

P — ¿De qué color es.

Amparo — Rojo

P — ¿De qué color es?

P — ¿Hortensia?

H — Rojo.

P — Pues yo voy a decir que es el uno. Si ésta se llamara el uno, Hortensia, ¿la rosa cómo se llamaría?

H — El tres.

P — A ver, prueba.

A — Yo lo sé.

H — Pues el dos.

P — ¿Cómo se llamaría la verde oscuro, Amparo?

A — Yo creo que se llamaría el cuatro.

H — El cuatro.

P — A verlo.

A — ¡Ay!, no, el tres.

B — ¿Por qué crees que se llama el tres?

A — Porque caben tres rojas.

B — Muy bien.

P — ¿Cómo se llamaría la verde oscuro, Hortensia?

H — El tres.

...

P — Entonces, ¿cómo se llamaría la naranja?

H — Ahora es el cinco.

P — ¿Amparo?

H — La mitad que antes.

A — El cinco.

La comparación de regletas es la forma usual de introducir las fracciones con este material (Gattegno, 1966):

P — ¿Qué es la rosa de la roja?

A — El doble.

P — ¿Y la roja? Es la...

A — La mitad.

P — ¿De quién?

A — De la rosa.

P — Oye, ¿y rosas?,... ¿cuántas caben en la marrón?

H — Eso es lo que estaba comprobando yo.

P — Eso es lo que estabas comprobando, ¿eh? Pues yo te daré otra rosa por si te hace falta.

A — Dos.

P — ¿Seguro? ¿Tú ya lo has comprobado? No tienes más que una. ¿Qué haces? A ver, a ver, que se vea bien eso.

A — Pues mira: cojo, pongo el dedo aquí...

P — Para que no se escape.

A — Y luego...

P — Y luego la llevas a continuación.

A — La llevo arriba.

P — ¿Y te caben justitas dos?

A — Dos.

P — ¿Qué puedes decir entonces, Amparo?

A — Que la rosa es la mitad de la marrón.

P — Y que la marrón...

A — Es el doble de la rosa.

P — Y tú, ¿qué dirías, Hortensia?

H — Yo diría que la marrón es el doble de la rosa porque la rosa es la mitad de la marrón.

...

Esta presentación de las fracciones como descripción de la relación entre dos magnitudes, tiene la ventaja de que la relación no es en sentido único: la roja es la mitad de la rosa, porque la rosa es dos veces la roja. De esta forma las dobles convenciones de vocabulario y de escritura adquieren sentido:

$$r = \frac{1}{2} \cdot R \rightarrow R = 2 \cdot r$$

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \rightarrow 4 = 2 \cdot 2$$

y conducen de modo natural a la fracción como operador:

¿Qué es la r de la R? $\frac{1}{2}$

($\frac{1}{2}$ tiene aquí el sentido de relación entre magnitudes)

Luego, ¿qué es $\frac{1}{2}$ de la R? La r.

($\frac{1}{2}$ tiene aquí el sentido de operador)

A veces ninguna de las dos regletas que Hortensia y Amparo tenían que comparar servía como unidad para medir la otra, ninguna cabía un número exacto de veces en la otra. En esos casos la estrategia era recurrir a un artificio: buscar una unidad auxiliar. Esto se puede hacer de dos maneras:

— Buscando una subunidad común (en último extremo la blanca siempre puede servir) y después de medir las dos regletas con ella se actúa como sigue: Si una es n veces la subunidad, entonces ésta es su n-ésima par-

te. Si la otra es n veces la subunidad, entonces esta otra es n de esas n -ésimas partes de la primera.

$$A = nv \text{ --- } v = 1/n A$$

$$V = mv \text{ --- } V = m 1/n A, \text{ lo que se escribe } m/n A \text{ ó } mA/n.$$

- P — ¿Y la verde oscuro qué es de la verde claro?
 H — El doble.
 P — ¿Amparo?
 A — ¿La verde oscuro de la verde claro?... El doble.
 P — ¿Y la azul, qué es de la verde claro?
 H — El...
 P — ¿Cuántas caben?
 A — El triple.
 P — ¿Qué te parece, Hortensia?
 H — El triple.
 P — La azul es el triple de la verde claro.
 B — ¿Y la verde oscuro y la azul?
 A — Pues no lo sé.
 P — Muy bien. Pero vamos a ver si lo averiguamos.
 H — La verde oscuro y la azul... La azul es la verde oscuro más la verde claro.
 P — Sí, señor. Ahora dame un tercio de la azul. Dame otro tercio de la azul. ¿Qué tengo en la mano?
 H — Dos tercios de la azul.
 P — Muy bien. Si haces un tren con ellas, ¿qué te sale?
 H — Un verde oscuro.
 P — ¿Entonces la verde oscuro qué son? ¿Dos qué?
 H — Dos... Dos...
 P — Esto que yo tenía en la mano, ¿qué eran?
 H — Dos tercios de la azul.
 P — Y son,... forman un tren igual de largo que...
 H — Que la verde oscuro.
 P — Dos tercios de la azul.
 P y B — Muy bien.

— Buscando una supraunidad, es decir, una longitud de la cual ambas sean subunidad (en último extremo siempre puede servir el producto): Si n veces una regleta es igual de largo que p veces la otra, la primera es la n -ésima parte de esas p regletas.

$$nr = pv \text{ --- } r = 1/n pv \text{ se escribe } p/n v \text{ ó } pv/n$$

Otras veces la relación entre dos regletas se establecía con la ayuda de un intermediario:

$$r = \frac{1}{2} \cdot R, R = \frac{1}{2} \cdot m, \text{ luego } r = \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} \text{ de } m = \frac{1}{4} \cdot m$$

- B — ¿Y la roja y la marrón? A ver qué pasa.
 P — A ver cuántas rojas caben en la marrón. Espérate, sin tocar, pensando sólo. Amparo ¿cuántas rojas van a caber en la marrón? Espérate, ¿cuántas rojas cabían en la rosa?
 H — Dos.
 P — ¿Y cuántas rosas caben en la marrón?
 A — Cuatro. ¡Ay! Dos. Y en la marrón cabrán cuatro.
 P — ¿Cuatro qué?
 A — Rojas.

En este caso se trata de la relación compuesta (un operador se aplica al resultado de aplicar otro) o fracción de fracción que llevará el nombre de multiplicación de fracciones y que no tiene nada que ver con la adición repetida.

«En las clases en que no se utilizan las fracciones más que como operadores y donde sólo se toma una fracción de un número para hallar otro número entero, cuando se pregunta cuánto es $\frac{1}{2} \cdot 1$, los niños afirman que es cero. ¿Se puede decir que se tiene un buen conocimiento de lo que es $\frac{1}{2}$ cuando no se sabe que $\frac{1}{2} \cdot 1$ es, precisamente $\frac{1}{2}$?» (Goutard, 1964, 93).

La salida de esta embarazosa situación, conduce de modo natural al descubrimiento de la densidad del conjunto Q, y de su falta de buena ordenación.

- P — Entonces, si ésta (la roja) se llama el uno, ésta (la blanca), ¿a llamar!, ésta, callad, no lo digáis, ¿cómo se llamará?
 H — Ya lo sé.
 P — ¿Hortensia?
 H — El cero.
 P — ¿Amparo?
 A — El cero.
 P — Fuerte, que yo quiero que eso se grabe.
 H y A — El cero.
 P — ¿Por qué el cero?
 H — Porque es más pequeño que el uno, que es la roja.
 P — Porque es más pequeño que el uno que es la roja. ¿Pero es que no vale nada, nada, nada? Vale menos que la roja, pero...
 H — Sí que vale.
 A — El...
 P — ¿El qué, Amparo?
 A — La mitad.
 P — ¿Hortensia?
 H — La mitad.
 P — ¿Un qué? ¿Cómo se dice también?
 H — Un medio de la roja.
 P — ¿La roja cómo se llamaba?
 H — El uno.
 P — Pues entonces la blanca...
 H — Es el cero.
 P — ¿Es el cero, Amparo?
 A — No.
 P — ¿Amparo cómo dices tú que se llama?
 A — Un medio.
 P — Hortensia, le vamos a llamar un medio, porque a la roja le llamamos el uno, pues a la blanca le tenemos que llamar...
 H — Un medio.
 P — Oyeme, Amparo, y ésta (verde claro), ¿cómo se llamaría?
 A — No sé.
 P — Piénsalo, Hortensia, ésa, ¿cómo se tiene que llamar?
 H — Esta es el dos.
 P — ¿Sí? A ver si caben dos rojas.
 H — No, ésta son dos medios.
 P — A ver, a ver, ¿son qué?
 H — Dos medios.
 P — ¿Cuántas blanquitas caben?
 H — Dos.
 P — Bueno, prueba.
 H — Tres.
 P — Entonces, ésa, ¿cómo se llamará?
 H — Tres medios.
 P — ¿Qué te parece, Amparo? ¿Cómo se llamaba la blanquita?
 A — Un medio.
 P — Pues entonces la verde claro...
 A — Tres medios.
 H — Tres medios.

La idea de fracciones equivalentes, necesaria para la reducción a común denominador y su consecuencia la suma de fracciones, se trabajó a partir de los trenes monocromáticos de igual longitud, sin interferir con la aburrida presentación algorítmica de su manual: la igualdad de productos cruzados o de la igualdad de los cocientes de numerador y denominador.

El afán de avanzar nos llevó más allá de lo que al nivel escolar de Hortensia y Amparo correspondía. Imaginábamos qué cara pondría un alumno, en particular ciego, cuando el profesor intentara explicarle que una progresión aritmética es una sucesión de números tales que cada término es igual al anterior más un número fijo, o que la suma de los términos equidistantes de los extremos es constante. ¡Qué cara de indiferencia y aburrimiento!

Con las escaleras de regletas Hortensia y Amparo tenían en sus manos la posibilidad de construir progresiones, de tocar la diferencia entre los términos (escalones) y de ver cuántas de estas diferencias hay entre el primer término y un término cualquiera (término general). Pudieron ver que con dos progresiones iguales e invertidas se formaba un rectángulo, y que la suma del primero con el último término, del segundo con el penúltimo, ..., era constante; y que el área medida en blancas de este rectángulo era el doble de la suma de todos los términos de la progresión aritmética.

- P — El primer tren, ¿cómo lo has encontrado?
 A — Pues añadiendo una blanca y una azul.
 P — ¿Quién era la blanca?
 A — Es escalón primero.
 P — ¿Y la azul?
 A — El último.
 P — ¿Y entonces ese tren lo has encontrado sumando el primer escalón y el último? ¿Y luego, otro tren sumando...?
 A — El segundo y el penúltimo.
 P — ¿Y luego?
 A — El tercero y el antepenúltimo.
 P — Y siempre te salían...
 A — Diez.
 P — Bueno. Y ese diez, ¿qué has hecho con él?
 A — Pues, como hay cinco trenes...
 P — ¿Por qué hay cinco trenes? ¿Por qué? ¿Cuántos trenes se forman?
 A — Porque había cinco términos.
 P — Porque había cinco términos. Entonces multiplicas el diez...
 A — Por el cinco.
 P — Por el cinco. ¿Y te salen?
 A — Cincuenta.
 P — Y luego, ¿qué tienes que hacer para saber la escalera sola?
 A — La mitad de cincuenta son veinticinco.
 P — Oyeme, Amparo, vamos a generalizar como antes. Si en vez de tratarse de esta escalera se tratase de una escalera cualquiera, para buscar la suma de los términos de esa escalera, ¿qué se te ocurre que se podría hacer?.
 A — Hacer dos escaleras y ponerlas así.
 P — Sigue.
 B — Dilo más fuerte, Paco.
 P — Fuerte, fuerte.

- A — Y luego contar los trenes que hay y saber cuánto mide cada uno, si mide diez o...
 P — O lo que sea.
 A — Y luego multiplicamos los trenes que hay por lo que miden...
 P — Sí.
 A — Y sabemos cuánto mide todo el rectángulo...
 P — Sí.
 A — Y luego la mitad.
 B — Eso está muy bien.
 P — Ajajá. Eso me parece muy bien. Oye, ¿y lo que mide cada tren cómo lo puedes encontrar?
 A — Pues... ¿Cómo lo puedo encontrar?
 P — Sí. ¿Sumando cuáles?
 A — La primera y la última.
 P — Por ejemplo. El primero y el último. ¿Y eso lo tienes que multiplicar por quién, me has dicho?
 A — Por el número de trenes que haya.
 P — ¿Y cuántos trenes hay?
 A — Ah, pues a nosotros nos salen cinco, pero el cinco... puede haber...
 P — ¿Y en general? ¿Cuántos trenes hay, en general? ¿A quién es igual el número de trenes?
 A — A los... a los términos que tiene.
 P — Al número de términos que tiene. Entonces, en definitiva, para hallar la suma lo que tienes que hacer es sumar el primero...
 A — El primero con el último y multiplicarlo por la cantidad de términos que haya.
 P — ¿Y luego...?
 A — Sabré lo que hay en las dos escaleras y después la mitad es lo que hay en una escalera.

La suma de los términos de la progresión aritmética dejó de ser algo distante y puramente deductivo, para ser próximo, claro e inolvidable.

CONSIDERACIONES FINALES

La investigación ha conducido a una primera conclusión que consideramos fundamental:

El niño ciego manipula nuestras regletas de hierro con la misma eficacia con que los niños videntes manipulan las regletas de madera de Cuisenaire.

Teniendo en cuenta que los Números en Color tradicionales tienen demostrada su utilidad en el aprendizaje de las primeras nociones de Álgebra y de Aritmética con niños videntes (Suydam y Higgins, 1977, 71-73) se infiere que nuestro material es el idóneo tanto para facilitar la enseñanza de esta parte de las matemáticas a los niños ciegos como para facilitar su integración con grupos de alumnos videntes; aquéllos con sus regletas de hierro, éstos con la suyas de madera.

No queremos finalizar sin señalar los interrogantes abiertos. Ellos prueban la fecundidad de nuestro trabajo, que aparece así como preñado de nuevas investigaciones e inquietudes.

¿Cómo reaccionarán los niños ciegos al intentar integrarlos con videntes en una clase de Aritmética utilizando las regletas? ¿Y cómo lo harán los videntes?

¿Qué refuerzos o clases de apoyo necesitarán los ciegos para compensar su disminución física, en la clase con niños videntes?

¿Hasta qué punto serán aceptadas las fichas «bilingües» (Braille y escritura convencional) por unos y otros alumnos?

¿Se podrá ampliar el material con placas y bloques metálicos para disponer de centenas y millares, de modo análogo a como se contemplan en los Bloques Multibase?

¿Podrá elaborarse un currículo que permita alcanzar los objetivos mínimos marcados por el M.E. y C. para cada nivel?

¿Hasta qué punto podrá observarse la cadena lógica del razonamiento, libre de la contaminación visual?

Agradecimientos

Queremos dejar testimonio de nuestro agradecimiento a esos pequeños alumnos, que nos han permitido penetrar en sus vidas y enriquecer nuestra experiencia vital compartiendo sus problemas. Sus respuestas a nuestros estímulos y la interrelación establecida dejarán una huella imborrable en nuestros espíritus. Y su entusiasmo, agradecimiento y reacción emocional, justifican y compensan con creces todos nuestros esfuerzos.

Agradecemos también a los compañeros del Departamento de Didáctica de la Matemática, y en particular a Fernando Cerdán, las acertadas puntualizaciones que han influido positivamente en la redacción de este artículo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- GATTEGNO, C., 1962, *Elementos de Matemática Moderna con Números en Color. Manual para el Maestro*. (Cuisenaire España: Madrid).
- GATTEGNO, C., 1963a, *For the teaching of Mathematics, vol. 3, Elementary Mathematics*. (Educational Explorers).
- GATTEGNO, C., 1963b, *Introducción a los Números en Color. Libro del maestro*. (Cuisenaire España: Madrid).
- GATTEGNO, C., 1963c, *Guía para el método de los Números en Color*. (Cuisenaire España: Madrid).
- GATTEGNO, C., 1963d, *Introducción al método Cuisenaire-Gattegno de los Números en Color para la enseñanza de la Aritmética*. (Cuisenaire España: Madrid).
- GATTEGNO, C., 1964, *El material para la enseñanza de las matemáticas*. (Aguilar: Madrid).
- GATTEGNO, C., 1966, *Aritmética en color*. (Cuisenaire España: Madrid).
- GATTEGNO, C., 1967, *¡Al fin puede Pepito aprender aritmética! Guía para el método de los Números en Color*. (Cuisenaire España: Madrid).
- GOUTARD, M., 1964, *Catorce charlas sobre Números en Color*. (Cuisenaire España: Madrid).
- SOTO, F. y GOMEZ, B., 1986, Los números en Color en la educación matemática de los niños ciegos. Memoria de investigación no publicada. Patrocinada por la Conselleria de Cultura de la Generalitat de la C.A. de València y el I.C.E. de la Universitat de València.
- SUYDAM, M. y HIGGINS, J., 1977, *Activity-Based learning in elementary school mathematics: Recommendations from research*. (ERIC. SMEAC. Columbus, Ohio).