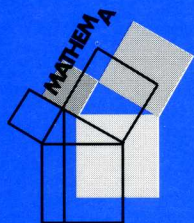
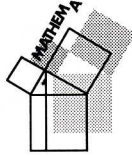


# Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores

**Bernardo Gómez Alfonso**



colección



colección

Consejo editorial:  
LUIS RICO  
LUIS PUIG

ESTE LIBRO SE HA EDITADO CON LA COLABORACIÓN DEL DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA Y DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA DE LA UNIVERSITAT DE VALÈNCIA.

© Bernardo Gómez Alfonso

Editorial COMARES  
Polígono Juncaril, Condominio Recife,  
parcela 121, nave 11

Tlf. (958) 46 53 82 • Fax (958) 46 53 83  
18210 Peligros (Granada)

ISBN: 84-8151-209-5 • Depósito Legal: GR. 000/1994

Fotocomposición y Encuadernación: COMARES S.L.  
Imprime: COPARTGRAF S.C.A.

## Presentación

La obra que aquí se presenta titulada: *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: Un análisis en la formación de profesores*, describe el trabajo de tesis doctoral realizado por el autor para la obtención del grado de doctor por la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de València, bajo la dirección del Dr. Eugenio filloy Yagüe. El tribunal estuvo formado por: Dr. Luis Rico Romero, Presidente; Dr. Luis Puig Espinosa, Secretario; Dra. Olimpia Figueras Mourut de Montpellier, Vocal; Dr. Joaquín Giménez i Rodríguez, Vocal; Modesto Sierra Vázquez, Vocal.

El trabajo es sobre un tema del currículum de la educación obligatoria en España y en otros países: el cálculo mental. Su finalidad ha sido compendiar y dar a conocer el saber transmitido por la tradición recogida en los libros de aritmética. Aprovechar esta información para elaborar una propuesta experimental para la enseñanza de los métodos de cálculo mental y analizar cómo se apropian de este saber los que aprenden. En última instancia se ha pretendido hacer aportaciones que contribuyan a fundamentar sugerencias para el currículum y la enseñanza.

Consta de dos partes principales: una panorámica y otra experimental:

1. El estudio panorámico (Capítulos II, a IV) se ha enfocado hacia el análisis de cómo se han configurado los métodos alternativos de cálculo a lo largo de su historia como objetivo educativo. En otras palabras, se ha tratado de conocer cuáles han sido, cómo se han organizado y secuenciado para la enseñanza y cuál ha sido su motivación curricular, todo ello a la vista de tal y como ha quedado reflejado en las Aritméticas antiguas y modernas y en los documentos oficiales que determinan el currículum general y público español.

Asimismo, se ha buscado elaborar un catálogo, compendio y síntesis de los métodos de cálculo mental, actualizados en su lenguaje y organizados en torno a una estructura global y unificadora para las cuatro operaciones. Esta estructura, se ha constituido en una parte importante de la propuesta experimental elaborada para la enseñanza de los métodos de cálculo mental.

- Schubring, G. (1987). On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Author *For the learning of mathematics*. vol 7, núm. 3, 41-51.
- Segovia, I.; Castro, Enr.; Castro, Enc. y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid. Ed. Síntesis.
- Smeltzer, D. (1974). *Man and Number*. New York. Emerson.
- Smith, D. E. (1923, reed. 1958). *History of Mathematics*. New York. Dover P.
- Smith, S. B. (1983). *The great mental calculators: The Psychology, Methods, and Lives of Calculating Prodigies, Past and Present*. New York. Columbia. University Press.
- Smith, R. (1989). What's going on in their heads? *Mathematics in School*. November. 33-35.
- Sowder, J. T. (1988). Mental Computation and Number Comparison: Their roles in the development of number sense and computational estimation. In J. Hiebert y M. Behr (Eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. 182-197. Hillsdale, NJ: Erlbaum y Reston, VA: N.C.T.M.
- Swetz, F. J. (1987, ed. 1989). *Capitalism y Arithmetic. The new Math of 15th Century*. La Salle, Illinois. Open Court.
- Thorndike, E. L. (1922). *The psychology of arithmetic*. New York. Macmillan.
- Trafton, P. R. (1978). Estimation and men-
- tal Arithmetic: Important Components of Computation. En M. N. Suydam y R. E. Reys (eds.), *Developing Computational Skills: 1978 Yearbook*. 196-213. Reston, VA. NCTM.
- Treviso (1478). Aritmética (Trad. de D. E. Smith). En Frank J. Swetz, *Capitalism y Arithmetic. The New Math of the 15th Century*. (1987, ed 1989). La Salle, Illinois. Open Court.
- Vallejo, Jose M. (1813, 4ª Ed. 1841). *Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo I*. Madrid.
- Vergnaud, G. (1981). Quelques Orientations Theoriques et Methodologiques des Recherches Francaises en Didactique des Mathematiques. Conferencia Plenaria. *Proceedings. PME 5*, 7-17.
- Vicens Básica. (1986. Serie). Libros de texto para la EGB.
- Walbesser, H. (1973). The textbook as an instructional aid. In *Instructional Aids in Mathematics. Thirty-four Yearbook*. Washington, D. C., NCTM.
- Wandt, E. y Brown, G. W. (1957). Non occupational uses of mathematics. *Arithmetic Teacher*. 4, 151-154 (cit. Reys, B. B. 1985).
- Yábar, J. M. (1981). *Les màquines de calcular i l'aprenentatge del càlcul mental*. Barcelona. Tesis de Licenciatura. UAB.
- Yeldham, F. A. (1938). *The Teaching of Arithmetic through Four Hundred Years. (1535-1935)*. London. Harrap. Co.

PRESENTACIÓN DE LA OBRA .....	9
-------------------------------	---

## CAPÍTULO 1

## PRESENTACIÓN DEL TRABAJO

1.0. Presentación de este capítulo .....	11
1.1. Problemática educativa .....	11
1.2. Objeto y finalidad del estudio .....	15
1.3. La investigación precedente .....	16
1.4. Problemática específica investigada .....	18
1.5. Hipótesis .....	20
1.6. Diseño y desarrollo de la investigación .....	20
1.7. Significado que se da en este trabajo al cálculo mental .....	23

## CAPÍTULO 2

## MOTIVACIÓN EDUCATIVA

2.0. Presentación de este capítulo .....	27
2.1. El cálculo mental en el currículum oficial español reciente .....	27
2.2. Importancia utilitaria del cálculo mental en comparación con el cálculo de lápiz y papel .....	31
2.3. Razones, no utilitarias, que motivan la inclusión del cálculo mental en el currículum para la Educación Obligatoria .....	32
2.4. Reticencias frente a la enseñanza del cálculo mental .....	35

## CAPÍTULO 3

## LA CONFIGURACIÓN DE LOS MÉTODOS HISTÓRICOS DE CÁLCULO MENTAL

3.0. Presentación de este capítulo .....	39
3.1. La historia del cálculo mental como objetivo educativo .....	39
3.1.1. El siglo XIX como punto de inflexión en las Aritméticas .....	39

3.1.2.	<i>Cambios fundamentales en el siglo XIX</i> .....	40
3.1.3.	<i>La evolución del cálculo mental reflejada en las Aritméticas</i> .....	42
3.2.	Los métodos recogidos en las Aritméticas .....	50
3.2.1.	<i>Las Aritméticas analizadas</i> .....	50
3.2.2.	<i>Los métodos que ya se conocían desde la época de los árabes</i> .....	51
3.2.3.	<i>Textos impresos anteriores al siglo XIX</i> .....	59
3.2.3.1.	<i>La Aritmética de Treviso (1478)</i> .....	59
3.2.3.2.	<i>El Tratado de Juan Pérez de Moya (1573)</i> .....	60
3.2.4.	<i>Textos del siglo XIX</i> .....	69
3.2.4.1.	<i>El Tratado de José Mariano Vallejo (1813)</i> .....	69
3.2.4.2.	<i>El Tratado de S. F. Lacroix (1797)</i> .....	73
3.2.5.	<i>Los textos del siglo XX, precedentes de los actuales</i> .....	78
3.2.5.1.	<i>La aritmética Razonada de Dalmáu Carles (1898)</i> .....	78
3.2.5.2.	<i>Tratado Teórico-Práctico de Aritmética Razonada de Bruño (1932)</i> .....	83
3.2.6.	<i>Las series de libros escolares actuales</i> .....	88
3.2.6.1.	<i>El texto de Anaya</i> .....	88
3.2.6.2.	<i>El texto de Sanillana</i> .....	91
3.2.7.	<i>Otros métodos</i> .....	93
3.3.	Compendio, síntesis y organización de los métodos históricos de cálculo mental .....	94
3.3.1.	<i>Criterios para organizar los métodos de cálculo mental</i> .....	94
3.3.2.	<i>Diferenciación entre estrategia, método, procedimiento, etc.</i> .....	95
3.3.3.	<i>Esquema de la organización global de los métodos de cálculo mental usados en la literatura</i> .....	97
3.3.4.	<i>Catálogo, ilustrado con ejemplos, de los métodos de cálculo mental presentados de acuerdo con la organización global anunciada</i> .....	99
3.4.	Conclusiones .....	107

## CAPÍTULO 4

## LA INVESTIGACIÓN AFÍN PRECEDENTE

4.0.	Preámbulo .....	111
4.1.	Líneas de investigación localizadas .....	111
4.2.	Resultados de la investigación precedente .....	112
4.3.	Conclusiones .....	130
4.4.	Líneas que abren estas investigaciones .....	131

## CAPÍTULO 1

## LA EXPERIMENTACIÓN

5.0.	Presentación .....	135
5.1.	Descripción del experimento .....	135
5.1.1.	<i>Propósito</i> .....	135
5.1.2.	<i>Etapas</i> .....	135

5.1.3.	<i>Las pruebas tests realizadas</i> .....	137
5.1.4.	<i>Las variables estudiadas</i> .....	139
5.1.5.	<i>Las entrevistas</i> .....	140
5.1.6.	<i>La muestra de estudiantes seleccionada</i> .....	140
5.1.7.	<i>La propuesta didáctica</i> .....	141
5.1.8.	<i>Estrategias y métodos presentados sobre la resta</i> .....	143
5.1.9.	<i>Estrategias y métodos presentados sobre la multiplicación</i> .....	144
5.2.	Resultados .....	144
5.2.1.	<i>Análisis de las respuestas en el pretest de restar</i> .....	144
5.2.1.1.	<i>Éxito</i> .....	144
5.2.1.2.	<i>Tipos de respuesta incorrecta observados</i> .....	145
5.2.1.3.	<i>Flexibilidad</i> .....	147
5.2.1.4.	<i>Disponibilidad</i> .....	148
5.2.1.5.	<i>La forma de operar la coma decimal</i> .....	152
5.2.2.	<i>Análisis de las respuestas en el pretest de multiplicar</i> .....	152
5.2.2.1.	<i>Éxito</i> .....	153
5.2.2.2.	<i>Tipos de respuestas incorrectas observados</i> .....	153
5.2.2.3.	<i>Flexibilidad</i> .....	158
5.2.2.4.	<i>Disponibilidad</i> .....	159
5.2.2.5.	<i>La forma de operar la coma decimal</i> .....	163
5.2.3.	<i>Análisis de las respuestas en el postest de restar</i> .....	164
5.2.3.1.	<i>Éxito</i> .....	164
5.2.3.2.	<i>Tipos de respuesta incorrecta observados</i> .....	165
5.2.3.3.	<i>Flexibilidad</i> .....	167
5.2.3.4.	<i>Disponibilidad</i> .....	169
5.2.3.5.	<i>La forma de operar la coma decimal</i> .....	172
5.2.4.	<i>Análisis de las respuestas en el postest de multiplicar</i> .....	172
5.2.4.1.	<i>Éxito</i> .....	172
5.2.4.2.	<i>Tipos de respuesta incorrecta observados</i> .....	173
5.2.4.3.	<i>Flexibilidad</i> .....	177
5.2.4.4.	<i>Disponibilidad</i> .....	179
5.2.4.5.	<i>La forma de operar la coma decimal</i> .....	182
5.3.	<i>Análisis de la problemática observada en las pruebas</i> .....	183
5.3.1.	<i>La problemática emergente al calcular mentalmente</i> .....	183
5.3.2.	<i>Análisis de la problemática identificada</i> .....	184
5.3.2.1.	<i>Análisis de los errores en la resta</i> .....	184
5.3.2.2.	<i>Análisis de los errores en la multiplicación</i> .....	194
5.4.	Resultados y conclusiones de la experimentación .....	232
5.4.0.	<i>Introducción</i> .....	232
5.4.1.	<i>Resultados</i> .....	233
5.4.2.	<i>Implicaciones para la enseñanza</i> .....	243

LAS PRUEBAS TEST .....	248
TABLAS DE RESPUESTAS EN LOS TESTS .....	251
BIBLIOGRAFÍA .....	273