El diseño del tamaño muestral en estudios de mercado

1. Introducción

Muchos manuales de investigación de mercados o marketing hacen referencia a la importancia que la selección de un correcto tamaño muestral tiene en los estudios en el que la toma de datos se realiza a través de cuestionarios. Algunos de estos manuales completan su información dando la conocida fórmula:

$$n_0 = \frac{z_{1-\alpha}^2 PQ}{e^2} \qquad (1)$$

que permite determinar el tamaño muestral para... ¿Sabemos para qué situaciones?. Pongamos un ejemplo:

La empresa Recogida de Datos S.L. tiene que calcular el tamaño muestral para realizar un estudio relacionado con la opinión que los aficionados al fútbol tienen sobre distintas áreas de este deporte. El estudio parte de un cuestionario, que además de solicitar datos identificativos y socio-demográficos (edad, sexo, lugar de residencia, etc.) tiene una serie de preguntas con respuesta de tipo ordinal, nominal y continua.

Para determinar el tamaño muestral necesario se aplica la formula con P=Q=50, t=2.00 (equivalente a un nivel de significación de 95.45%) y e=5%, obteniendo 400 aficionados. (También se suele trabajar con un nivel de confianza del 95% para el que se obtiene un tamaño muestral de 384 aficionados). En la ficha técnica del estudio aparecerá probablemente una sucinta frase del tipo: *Muestra seleccionada de forma aleatoria por estratos con un nivel de significación de 95.5%, p=q=50 y error 5%.* Hasta ahora todo bien, ¿no?. ¡No!, la empresa ha cometido una serie de incorrecciones y de olvidos que es importante exponer.

- ¿Qué tipo de variables hay en el cuestionario: ordinales, nominales, continuas?
- ¿La población a analizar tiene algún tipo de características que permitan reducir el tamaño muestral sin perder fiabilidad o calidad en las conclusiones que del cuestionario se deriven?
- ¿Por qué p=q=50?
- ¿Se desea extrapolar las conclusiones a segmentos menores de la población? (Por ejemplo a los seguidores del Real Madrid o a los del Valencia).
- El error considerado de un 5% ¿es el adecuado?

- ¿El que la población objeto del estudio sea finita y reducida incide en el cálculo del tamaño muestral?

El presente artículo no tiene como objetivo sintetizar las principales técnicas de calculo de tamaño muestral[1], sino sensibilizar a través de cuatro ejemplos como un correcto estudio del problema permite calcular el tamaño muestral de forma acertada o bien reducirlo sin que ello suponga perder robustez en las conclusiones.

En el punto 2 se repasarán los principales conceptos que tienen un papel relevante en el diseño del tamaño de la muestra. En los puntos 3 a 5 se analizarán cuatro ejemplos concretos. El último punto recoge las principales conclusiones.

[1]El lector interesado puede encontrar en Cochran (1990) una excelente aproximación al problema de la determinación del tamaño de la muestra.

2.- Componentes del tamaño muestral

Siempre que se desea determinar un tamaño muestral se busca seleccionar un grupo reducido de individuos de entre un colectivo mayor para estimar diversas variables de opinión, satisfacción, recuerdo, etc. El colectivo global de individuos de interés en el estudio se denomina *población* y a su número *tamaño poblacional* (N). El conjunto más reducido de individuos que finalmente contesta el cuestionario se denomina *muestra* y a su número *tamaño muestral* (n_0). En el ejemplo desarrollado tenemos que la población consiste en todos los aficionados al fútbol, lo que supone un tamaño poblacional con seguridad de varios millones, mientras que la muestra es el subconjunto de ellos que contestan el cuestionario y su tamaño es de 400 individuos.

Para determinar el tamaño muestral hay que considerar fundamentalmente tres conceptos:

- Tipo de estadístico que se desea estimar, que denominaremos E y que consiste en el valor o valores de las variables que se están estimando. El estadístico puede ser una media, un porcentaje, etc.
- Máximo error permitido en la estimación del estadístico E, denominado *e*.
- Nivel de confianza con el que se trabaja, $1-\alpha$, que usualmente suele ser del 95% o 95.5%.

Estos tres elementos se relacionan mediante la siguiente expresión estadística:

$$\Pr(|E_0 - E| < e) = 1-\alpha \qquad (2)$$

donde Pr(.) indica probabilidad y E es el verdadero valor de la variable que se desea estudiar y que se desconoce. En palabras, queremos asegurarnos que el estadístico que nosotros estimamos mediante la muestra, E_0, se parece al real, E. O de forma más precisa, la probabilidad de que la diferencia entre el estadístico que se estime y el real sea menor que el error prefijado, e, debe ser suficientemente elevada, $1-\alpha$.

Con un ejemplo se entenderán mejor estos conceptos. Supongamos que una de las preguntas del cuestionario contestado por los aficionados es la siguiente: ¿Cree Vd. que los equipos de fútbol deberían tener derecho a vetar la asignación de ciertos árbitros a determinados partidos?

☐ Sí ☐ No

Esta pregunta sólo tiene dos posibles respuestas, y su objetivo es conocer el verdadero porcentaje de aficionados que respondería "Sí" y el de los que respondería "No". Los denominaremos respectivamente *P* y *Q*. Puesto que en general no es posible obtener la respuesta para toda la población por muchas causas (elevado tamaño poblacional, elevado coste del cuestionario, etc.) sólo será evaluada la pregunta para un muestra de la población, a partir de la cual se estimará el valor de *P* y *Q* como porcentajes de respuestas afirmativas y porcentaje de respuestas negativas de la muestra respectivamente. Las denominaremos *p* y *q*.

Claramente el valor de *p* y *q* no sólo depende de las respuestas dadas por los aficionados sino también de número de encuestas que se han contestado. El valor estimado de *p* y *q* se acercara más al verdadero valor P, Q, cuanto más se acerque el número de encuestados a N. (Considerando los casos extremos, si sólo se pasa una encuesta las únicas estimaciones que se pueden dar es *p*=0 y *q*=1, si la respuesta ha sido negativa o *p*=1, *q*=0 si ha sido afirmativa. Mientras que si la muestra coincide con la población la única estimación posible es *p*=*P* y *q*=Q).

Esta dependencia se modeliza desde el punto de vista estadístico considerando que el número de respuestas positivas, x, sigue una distribución Binomial de parámetros N y P:

$$x \approx Bi(N,P)$$

donde el valor de P es desconocido y se estima como $p=x_0/n_0$ con el numerador igual al número de respuestas afirmativas dentro de la muestra. Ya se ha comentado que el valor estimado, p, depende de n_0. Por ello cabe preguntarse cuál es el tamaño muestral necesario para que la diferencia entre el valor estimado p y el real P no disten más de e unidades. Analíticamente cuál es el valor de n_0 para que $|P - p| < e$.

Dada la naturaleza aleatoria de p esta diferencia sólo se puede asegurar si $n_0 = N$, caso en el que p=P. Por este motivo tenemos que reformular la pregunta anterior considerando, otra vez, el punto de vista estadístico. Así consideraremos el tamaño muestral n_0 para él que la diferencia entre el valor estimado p y el real P no sea superior a e unidades con una probabilidad 1-α Analíticamente,

$$\Pr(|P- p| < e) = 1-\alpha \qquad (3)$$

ecuación similar a (2). Bajo la consideración de que el número de respuestas afirmativas, x, se distribuye como una variable binomial no es difícil responder a la pregunta y obtener que

$$n_0 = \frac{\dfrac{z_{1-\alpha}^2 PQ}{e^2}}{1+\dfrac{1}{N}\left(\dfrac{z_{1-\alpha}^2 PQ}{e^2}-1\right)} \qquad (4)$$

con $z_{1-\alpha}$ cuantil 1-α para la distribución normal estándar. Esta expresión coincide con (1) en el caso en que el tamaño poblacional, N, es elevado[2].

Por tanto, ahora sabemos que:

- e expresa la diferencia que se admite entre el verdadero valor a estimar y el real.
- α expresa la proporción de veces que este valor máximo de e es superado (equivalentemente 1-α indica en porcentaje de veces que no es superado). Quizás este aspecto necesite alguna aclaración adicional. La naturaleza aleatoria de x hace que p (cociente entre x y el tamaño muestral) sea también aleatoria. Es decir si cogemos 100 muestras distintas de aficionados, pero del mismo tamaño, podemos calcular 100 estimaciones de p, una por muestra, que serán distintas. Algunas de ellas, es de esperar que la mayoría, estarán muy cercanas al valor real P, pero otras distarán más del valor por nosotros admitido e. El parámetro 1-α indica la proporción de veces que no se superará esta diferencia entre p y P.
- n_0 tamaño muestral que determina la calidad de las estimaciones y por tanto de las conclusiones del estudio realizado. En el caso utópico en el que el tamaño muestral y poblacional coincidan se tendrá que no existe error en la estimación (p=P), pero en general muchos factores impiden alcanzar esta situación y por tanto es preciso conocer, para unos valores de e y α prefijados el tamaño muestral asociado.

Además, más importante, la fórmula de cálculo del tamaño muestral (4) sólo es válida si se desea estimar el valor de una variable dicotómica. Por otro lado, dado que se desconoce el valor de P y Q siempre nos ponemos en la peor situación, caso en el que el tamaño muestral es máximo, y consideramos que P=Q=50. (Si en unas elecciones generales las estimaciones dadas por los medios de comunicación para el PP y PSOE son de 3% y 97% respectivamente, y luego resultan ser 7% y 93% todo serán alabanzas para las predicciones. Pero si las estimaciones son 48% para el PP y 52% para el PSOE y finalmente resultan ser 52% para el PP y 48% para el PSOE las críticas a los medios no tendrían fin. Sin embargo en ambos casos el error cometido entre las estimaciones y los valores reales ha sido de un 4%. Siempre es más difícil y peligroso trabajar con valores porcentuales cercanos al 50% y por tanto más necesario elevar el tamaño muestral. Usando terminología estadística es el caso en que la varianza es máxima).

Por tanto el ámbito de aplicación de la fórmula (4) es muy restringida y aunque algunos manuales de investigación de mercados amplían la fórmula de obtención del tamaño muestral a situaciones algo más generales siguen sin ser

---

[2] Para N superior a 160.000 individuos la diferencia entre la expresión (1) y (4) es inferior a la unidad.

suficientes[3]. En los cuatro ejemplos siguientes veremos como se tendría que calcular el tamaño muestral de forma correcta para cuatro situaciones distintas.

De forma general el tamaño muestral es una función decreciente respecto del error permitido. Cuanto mayor es éste menor será el número de encuestas necesarias para alcanzar la estimación. Igualmente el tamaño muestral es una función creciente del nivel de confianza.

[3]El libro de Rao y Chakraborty (1991) dedica un último capítulo a la selección del tamaño muestral para una gran variedad de análisis. También ofrece la expresión estadística más general de la fórmula del tamaño muestral.

3.- Liga 2001/2002

Consideremos el ejemplo desarrollado en la introducción, pero para una pregunta en la que son tres las posibles respuestas. Denominaremos P, Q y R a la proporción verdadera o poblacional correspondiente a cada uno de las tres posibles respuestas; p, q y r serán los valores estimados a través de una muestra; en el estudio se acepta una diferencia máxima entre ambos valores de un 5% y la probabilidad de que el error sea mayor no puede superar el valor de α=0.05 (o equivalentemente $1-\alpha = 1 - 0.05 = 0.95 = 95\%$[4]). Nuestro deseo es calcular el tamaño muestral necesario para que la diferencia entre el porcentaje estimado para cada una de las tres respuestas y el real no supere el 5% con una probabilidad del 95%. Es decir,

$$\Pr(|P - p|<5 \text{ y } |Q - q|<5 \text{ y } |R - r|<5) = 0.95$$

Analizando esta expresión desde el punto de vista estadístico, considerando en este caso que estamos ante una variable Multinomial, se tiene que el tamaño muestral responde a la fórmula,

$$\begin{aligned} n_0 &= 1 + \left(\frac{2500 z^2_{1-\alpha/6}}{e^2} - z^2_{1-\alpha/6} \right) \\ &= 1 + \left(\frac{2500 \cdot 5.73}{25} - 5.73 \right) = 567.27 \approx 570 \end{aligned} \qquad (5)$$

Valor superior al obtenido en el caso de preguntas dicotómicas. Desde luego, la diferencia entre los 384 casos (el nivel de confianza fijado es del 95%) necesarios para una pregunta con dos posibles respuestas y los 570 cuando éstas son tres es elevado y supondrá un incremento en el coste del estudio. Pero lo que no se debe olvidar es que si se realizan menos encuestas de las 570 especificadas los porcentajes de respuesta estimados estarán sujetos a un error superior al permitido y este hecho puede invalidar el estudio y reducir la efectividad de las acciones que de él se deriven. Es decir, querer reducir el coste del estudio realizando menos cuestionarios se puede traducir en una falta de fiabilidad en las conclusiones que invaliden el estudio en su globalidad.

Lógicamente cuanto mayor es el número de respuestas que se desea distinguir mayor será el tamaño muestral. Esta relación hay que tenerla presente y nadie se debe engañar pensando que si aproximadamente 400 cuestionarios son suficientes para una situación lo serán para todas.

Además en muchas situaciones, por la naturaleza del estudio, el cliente puede querer obtener estimaciones sujetas a un menor error (menor valor de e) o

[4]Es equivalente hablar de un porcentaje del 95% que de una probabilidad de 0.95

alcanzar un mayor nivel de confianza (mayor valor de 1-α). En este caso también se producirá un incremento en el tamaño muestral necesario (Tabla 1).

Tabla 1: Tamaños de muestra según el error admitido, nivel de confianza y número de respuestas consideradas.

	e=3%, α=95%	e=5%, α=95%	e=3%, α=90%	e=5%, α=90%
Dos respuestas	1067	384	752	271
Tres respuestas	1587	568	1254	449
Cuatro respuestas	1728	619	1391	498

Además con los datos de la tabla se aprecia que el incremento del tamaño muestral no es inversamente proporcional al error seleccionado. Es decir, si queremos dividir el error entre dos no basta duplicar la muestra, ésta se debe aumentar en una proporción superior al doble.

4.- El caso de una publicación de prensa de mercado

En el caso anterior se ha visto que según el número de respuestas que se desean estimar puede variar de forma importante el tamaño muestral, y que los resultados establecidos para el caso de respuesta dicotómica, (4), no son extrapolables al resto de situaciones. Un estudio puede carecer de validez en sus conclusiones si el tamaño muestral no está bien calculado.

En este ejemplo veremos como la presencia de información adicional puede permitir disminuir el tamaño muestral de forma notable. En realidad en un estudio se busca reducir la incertidumbre relacionada con una serie de estimadores a costa de aumentar el número de individuos a los que se pregunta. Pero también es posible reducir esta incertidumbre si se cuenta con otro tipo de información que pueda ser incorporada al estudio.

Consideremos el caso de un periódico de mercado de la provincia de Valencia, denominado *El Mercadillo* cuyo contenido es exclusivamente ofertas clasificadas de venta, de alquiler de pisos, ofertas laborales, etc. *El Mercadillo* desea analizar los hábitos de consumo y proceso de compra de la prensa de mercado, comparar la imagen percibida de él y de sus principales competidores, así como obtener información de su lector para fidelizarlo.

Para cumplir estos objetivos se va a confeccionar un cuestionario que será contestado por lectores habituales de este tipo de publicaciones.

El universo del estudio serán los núcleos familiares, dado que la lectura de la prensa escrita suele ser compartida por toda la familia. De esta forma es necesario cuantificar a través de anuarios estadísticos de la Comunidad Valenciana el número de viviendas principales existentes en la provincia de Valencia que será el tamaño poblacional. Además el cliente ha mostrado interés en distinguir entre Valencia capital y resto de la provincia en la determinación del tamaño muestral.

El número de viviendas principales de la provincia de Valencia, desglosada en capital y resto de provincia según el *Atlas Comercial de España 1994* publicado por el banco Central Hispano es de 244.999 viviendas en la capital y 418.245 en el resto de la provincia.

Dado que la población está segmentada en dos estratos, Capital y resto de provincia, se ha considerado un muestreo estratificado como el idóneo para determinar el tamaño muestral.

Inicialmente el tamaño muestral estará en función de varios parámetros:

- Proporción de viviendas de la capital (aprox. 63%)
- Proporción de viviendas del resto de la provincia (aprox. 37%)

- Cuota de mercado de *El Mercadillo* en la capital (desconocido)
- Cuota de mercado de *El Mercadillo* en el resto de la provincia (desconocido)
- Nivel de confianza de trabajo (usualmente para la determinación de tamaños poblacionales se considera el 95%).
- Error muestral admitido (consideraremos un 5%).

Los únicos parámetros desconocidos son la proporción de lectores en cada uno de los estratos. Si como es usual consideramos el peor de los casos y tomamos estas proporciones iguales al 50% tendremos que el tamaño muestral para un diseño estratificado es de 384 familias de las cuales 142 corresponden a la capital y 242 a la provincia.

Sin embargo, si tenemos en consideración la información adicional consistente en que un 60% de su tirada es distribuida en la capital y el restante 40% en la provincia; y hacemos uso de teoría de probabilidad bayesiana podemos estimar que el cociente entre las dos proporciones desconocidas es 1.13, es decir:

$$\frac{\text{Pr(leer El Mercadillo |no vive en la capital)}}{\text{Pr(Leer El Mercadillo |vive en la capital)}} = 1.13$$

Desde esta perspectiva el tamaño muestral sólo depende de un parámetro desconocido: la proporción de lectores en la capital (dado que si conocemos ésta se conoce también la de lectores fuera de la capital según la fórmula anterior.)

Para eliminar como parámetro desconocido la proporción de lectores nos hemos situado otra vez en el peor de los casos, que por el diseño especial de la muestra no es el habitual P=Q=0.5, sino que se sitúa en torno a P=0.36, Q=0.64.

Bajo esta nueva situación se puede calcular que el tamaño muestral para la capital es de 130 familias y para la provincia de 220, dando un total de 350, lo que supone un 8.8% menos que el tamaño muestral bajo la situación de desconocimiento, que se traduce en un ahorro en el trabajo de campo (realización de las encuestas) de casi el 9%.

Podemos apreciar que con un tamaño más bajo podemos obtener un mismo error. Esto es debido a que se ha empleado información adicional disponible, la proporción de la tirada de *El Mercadillo* que se compra en la capital y fuera de ésta, para reducir la incertidumbre existente y no es por tanto necesario un tamaño muestral tan elevado.

5.- El caso de la franquicia

A continuación ilustraremos con un ejemplo un caso en que se aplica la fórmula usual dada en (4) para una situación totalmente distinta.

Consideremos una empresa textil con franquicias que quiere realizar un estudio de calidad a través de sus distintos puntos de venta. Concretamente la empresa ha realizado una serie de acciones de marketing con el objetivo de mejorar la calidad percibida por sus clientes en las distintas tiendas. El consejo de administración de la casa matriz desea contrastar, entre otras consideraciones, si el efecto de las nuevas acciones ha sido igualmente satisfactorio en todas las franquicias.

Las acciones realizadas a tal efecto han consistido en seleccionar las 6 franquicias de mayor volumen de venta y pasar un cuestionario a las clientes (son mayoritariamente mujeres) que han acudido a las tiendas seleccionadas. Las preguntas contempladas en el cuestionario hacían, en general, referencia al grado de satisfacción alcanzado en determinados puntos: atención del dependiente, relación calidad/precio, amplitud de la gama, etc.

Durante la fase de diseño del estudio se concertó realizar un total 384 encuestas, por ser el valor obtenido aplicando la fórmula (4), igualmente distribuidas entre las 6 franquicias (64 por tienda).

Si nos paramos a pensar veremos que han aplicado una fórmula válida para saber el tamaño muestral preciso para estimar la probabilidad de una respuesta dicotómica a una situación totalmente distinta. En el estudio desarrollado se desea determinar para cada aspecto contemplado en el cuestionario si el grado de satisfacción percibido coincide en todas las franquicias o, por el contrario, en algunas se alcanza un grado mayor que en otras. En otras palabras, deseamos conocer si la satisfacción media en cada franquicia es igual o no.

No existe ninguna dificultad técnica en determinar el tamaño muestral adecuado para poder responder a esta pregunta con todo rigor. Aunque técnicamente el análisis es complejo, es imprescindible su cálculo si deseamos que el dinero invertido en el estudio permita alcanzar un grado de robustez adecuado en las conclusiones.

Para el caso concreto que estamos analizando consideraremos que la mayoría de las preguntas relacionadas con el grado de satisfacción tienen como posible respuesta una valoración del 0 al 10; igualmente supondremos que el nivel de confianza es el 95% y por último que el máximo error permitido es de una unidad de valoración.

Bajo esta situación el tamaño muestral es 270, lo que supone realizar 45 encuestas en cada franquicia[5]. Es decir, con sólo realizar 270 encuestas, un 30% menos de las estipuladas bajo la fórmula (4), se podrá responder con el grado de exactitud deseado la pregunta que ha originado el estudio: si la percepción de calidad de los clientes es la misma en los seis puntos de venta seleccionados. De esta forma un correcto enfoque del problema permite reducir el coste del estudio en el trabajo de campo un 30%.

6.- Conclusiones

Usualmente en los estudios de mercado se presta gran atención al diseño del cuestionario, se busca aleatorizar al máximo la muestra, se trata de realizar el análisis más exhaustivo a los datos y casi siempre se falla en el paso menos costoso: la determinación del tamaño muestral.

Indudablemente que el tamaño muestral sea uno u otro incide de forma notoria en el coste de un estudio de mercado. De hecho creo no equivocarme al decir que el mayor coste de éste está directamente asociado al trabajo de campo. Pero yo no discuto en este artículo la conveniencia de una empresa por realizar un campo más extenso o menos según los costes. De lo que se trata es de, cuanto menos, saber cuál sería el tamaño muestral óptimo que garantizara (siempre desde un punto de vista estadístico) el error máximo permitido por la empresa. O visto desde otro enfoque, si se ha determinado el tamaño muestral partiendo de factores económicos, es importante calcular el error real asociado.

Observemos que tanto la fórmula (4) como la (5) relacionan el tamaño muestral con el error, de forma que conocido uno se puede calcular el otro. Además esta relación se da con independencia de la naturaleza de la variable del cuestionario o tipo de estudio que se está realizando. Por tanto, es imprescindible saber con garantías cuál es el error de muestro asociado a nuestro estudio aplicando la fórmula adecuada, y no cayendo en el error de aplicar a ciegas la expresión (1).

El conocimiento del error de muestreo permite dar a los resultados del estudio la importancia que realmente tienen y no tomar decisiones ante la creencia de que los valores estimados tras un estudio de mercado están cercanos a la *verdad*.

Quizás estamos ante una de esas situaciones en las que preferimos negar la realidad, pensando que su conocimiento nos llevaría a la falta de acción.

[5]Este valor ha sido obtenido como solución a la ecuación implícita $F[5, n_0\text{-}5, n/16, F^{-1}[5, n_0\text{-}5, 0.95]] = 0.10$, donde $F[gl_1, gl_2, nc, x]$ es la función de distribución de una F de Snedecor no centrada con gl_1 grados de libertad en el numerador, gl_2 grados de libertad en el denominador, nc el parámetro de descentralización y x un cuantil.

Alguien podría decir, si en general los estudios realizados tienen un error muestral que invalidaría cualquier decisión tomada a partir de ellos, ¿para qué hacer estudios? La respuesta es inmediata. Hay veces que un estudio más detallado del mercado a analizar permite reducir el tamaño muestral (como hemos visto en el punto cuatro); además si de las conclusiones del estudio se van a derivar importantes y costosas acciones de marketing, es absurdo no invertir más en los pasos preliminares para orientar mejor estas acciones. ¿Qué sentido tiene ahorrarse 1 o 2 millones en un estudio que pretende analizar el potencial mercado de una tienda, cuya puesta en marcha cuesta cientos de millones?; finalmente, conociendo la precisión y fiabilidad de un estudio podemos valorar este en su justa medida y no llevarnos costosas decepciones.

Lo que desde luego carece de toda lógica actualmente es emplear a ciegas la fórmula (1) como una receta en todas las situaciones. La determinación del tamaño muestral óptimo depende de diversos factores: tamaño poblacional, error permitido, tipo de variable a analizar, tipo de objetivo perseguido en el estudio, entre otros y la *mágica* fórmula (1) sólo es aplicable en situaciones muy reducidas.

Bibliografía

COCHRAN, W.G. (1990): *Técnicas de muestreo. Edit.* CECSA, México.

BOX, G. y TIAO, G.C. (1992): *Bayesian Inference in Statistical Análisis. Edit.* John Wiley and Sons.

RAO, C.R. y CHAKRABORTY, R. (1991): *Handbook of Statistics 8: Statistical Methods in Biological and Medical Sciences. Edit.* Chakraborty.