XIII Olimpiada ESPAÑOLA DE FISICA

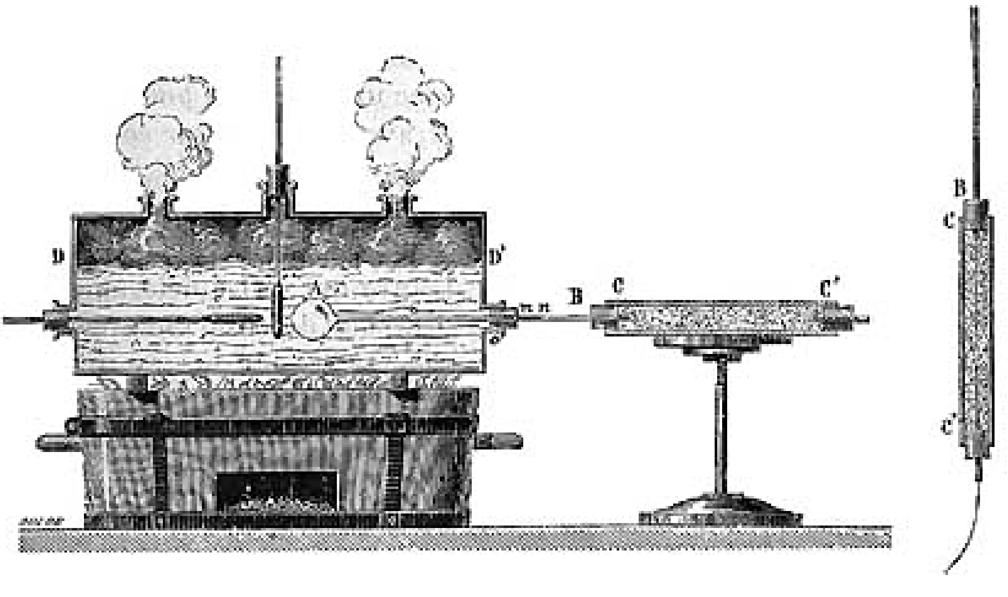
XXXIII INTERNACIONAL

REAL SOCIEDAD ESPAÑOLA DE FÍSICA

UNIVERSIDAD DE BURGOS

XIII Olimpiada Nacional de Física

Burgos, 21-24 de marzo de 2002



Dispositivo de Gay-Lussac para sus experiencias sobre la dilatación de los gases

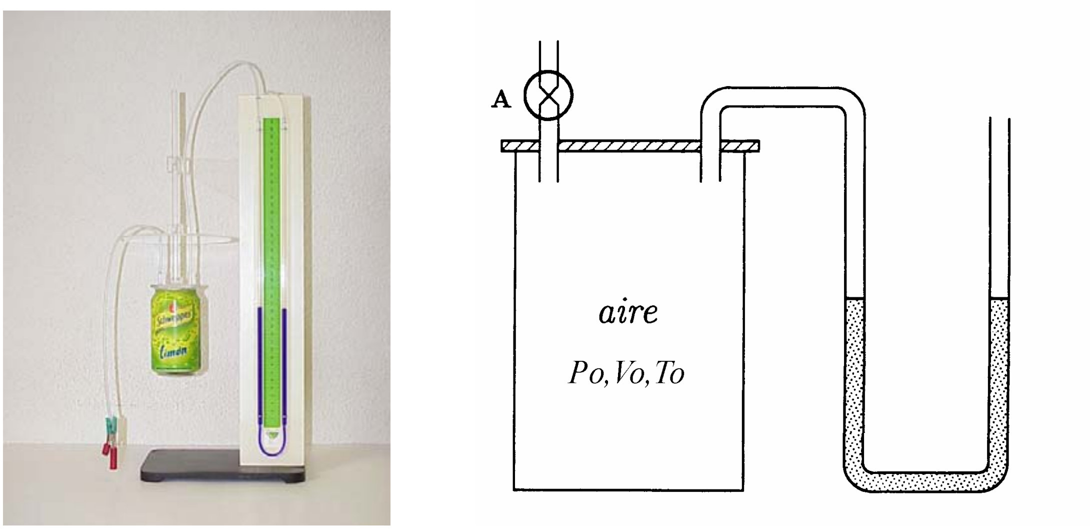
Tratado de Física Elemental, E. Fernet, (París, 1885)

Prueba experimental

Los gases ideales: Determinación del cero absoluto de temperatura

<u>PROBLEMA EXPERIMENTAL</u>

En el dispositivo experimental mostrado en la Figura 1a se encuentra encerrado un gas en un bote de refresco. Un esquema simplificado del experimento puede verse en la Figura 1b.

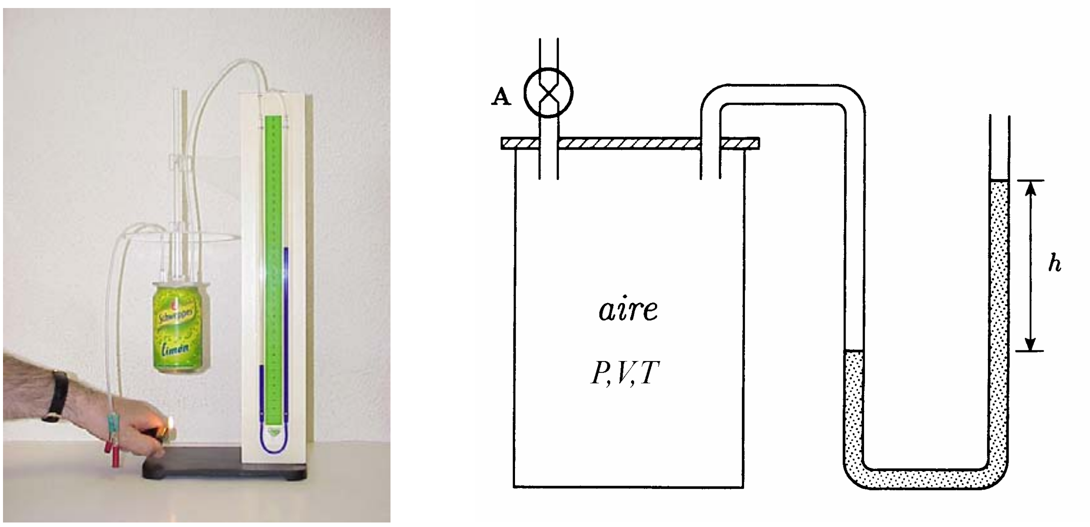


(a) (b)

Figura 1: *Dispositivo experimental para el estudio de la dilatación de los gases*

A la temperatura T_0 de la escala absoluta (0º de la escala centígrada) el líquido del tubo en forma de Y tiene el mismo nivel en las dos ramas, lo que quiere decir que la presión P_0 interior coincide con la presión atmosférica del exterior. En estas condiciones, el volumen ocupado por el gas es V_0 = 0,333 litros (ℓ).

Calentamos el gas a la temperatura T de la escala absoluta (temperatura t de la escala centígrada) y observamos que el nivel del líquido en la rama de la izquierda desciende y en la rama de la derecha asciende (ver Figuras 2a y 2b).



(a) (b)

Figura 2: *Dilatación del gas por calentamiento*

Esto es debido a que la temperatura del gas ha aumentado ($T = T_0 + t$), lo que ha provocado un aumento en la presión y en el volumen ($P = P_0 + \Delta P$; $V = V_0 + \Delta V$). Este fenómeno cumple la ecuación general de los gases ideales:

$$\boxed{PV = nRT}$$

donde n es el número de moles del gas encerrado y R la constante universal de los gases.

En la Tabla I se indica la diferencia de alturas h entre los niveles del líquido en función de la temperatura t del gas (para el análisis del experimento supondremos que t es la misma para todo el gas encerrado).

***t* (ºC)**	***h* (cm)**
0	0
2	5,8
4	11,6
6	17,3
8	23,1
10	28,8

Tabla I: *Diferencia de alturas h frente a la temperatura t del gas*

A partir de los valores de h podemos determinar los valores de ΔV y ΔP para cada temperatura. Del análisis de estos datos se puede deducir el valor T_0 correspondiente a 0ºC en la escala absoluta de temperaturas; es decir, se puede determinar el valor de la temperatura correspondiente al cero absoluto en la escala centígrada (que en la bibliografía es de – 273,15ºC). Conocido dicho valor experimental, se puede determinar el número de moléculas del gas encerrado en el bote de refresco.

Tabla de datos del experimento	
Densidad del líquido	$\rho = 10^3$ kg m^{-3}
Aceleración de la gravedad	$g = 9{,}8$ m s^{-2}
Radio interior del tubo en Y	$r = 2{,}5$ mm
Presión atmosférica	$P_0 = 1$ atm = 101325 Pa
Volumen del gas a 0ºC	$V_0 = 0{,}333$ l
Constante universal de los gases	$R = 0{,}082$ atm l K^{-1} mol^{-1}
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}0221367 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}

Tareas a realizar

1. (3 puntos) Establecer una relación del tipo: $A\ h + B\ h^2 = C\ t$, y determinar el cociente $B\ h^2 / A\ h$ para alguna pareja de valores (t,h) de la Tabla I. Utilizar para ello la ecuación general de los gases ideales aplicada al estado inicial (P_0,V_0,T_0) y a un estado genérico (P,V,T).

2. (3 puntos) Atendiendo al resultado obtenido en el apartado anterior y despreciando el término $B\ h^2$, representar gráficamente h frente a t y obtener el valor de T_0.

3. (3 puntos) Con objeto de hacer una determinación un poco más precisa (sin despreciar el término en h^2), encontrar la relación que liga la variable $y = (PV/P_0V_0) - 1$ con la temperatura t de la Tabla I, y hacer una representación gráfica de y frente a t. Cumplimentar para ello la Tabla que se adjunta más abajo[1]. Determinar a partir de ella el nuevo valor de T_0.

t **(ºC)**	***h*** **(cm)**	**ΔP (atm)**	**ΔV (cm^3)**	**$y = (PV/P_oV_o) - 1$**
0	0			
2	5,8			
4	11,6			
6	17,3			
8	23,1			
10	28,8			

4. (1 punto) A partir de esta última determinación de T_0, calcular el número de moléculas que contiene el gas encerrado en el bote de refresco.

[1] Para una mejor precisión en los cálculos, consignar al menos cuatro cifras decimales.

Hojas de respuestas

1. **(3 puntos)** Establecer una relación del tipo: $A\ h + B\ h^2 = C\ t$, y determinar el cociente $B\ h^2 / A\ h$ para alguna pareja de valores (t,h) de la Tabla I. Utilizar para ello la ecuación general de los gases ideales aplicada al estado inicial (P_0,V_0,T_0) y a un estado genérico (P,V,T).

2. **(3 puntos)** Atendiendo al resultado obtenido en el apartado anterior y despreciando el término $B\ h^2$, representar gráficamente h frente a t y obtener el valor de T_0.

$T_0 =$

(añadir la gráfica en el papel milimetrado que se adjunta)

3. **(3 puntos)** Con objeto de hacer una determinación un poco más precisa (sin despreciar el término en h^2), encontrar la relación que liga la variable $y = (PV/P_0V_0) - 1$ con la temperatura t de la Tabla I, y hacer una representación gráfica de y frente a t. Cumplimentar para ello la Tabla que se adjunta más abajo. Determinar a partir de ella el nuevo valor de T_0.

***t* (ºC)**	***h* (cm)**	**ΔP (atm)**	**ΔV (cm^3)**	**$y = (PV/P_oV_o) - 1$**
0	0			
2	5,8			
4	11,6			
6	17,3			
8	23,1			
10	28,8			

$T_0 =$

(añadir la gráfica en el papel milimetrado que se adjunta)

4. **(1 punto)** A partir de esta última determinación de T_0, calcular el número de moléculas que contiene el gas encerrado en el bote de refresco.

$N =$

SOLUCIÓN

1.

$$\left.\begin{aligned} P_0V_0 &= nRT_0 \\ PV &= nRT \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} T &= T_0 + t \\ P &= P_0 + \Delta P \\ V &= V_0 + \Delta V \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} PV = \left(P_0 + \Delta P\right)\left(V_0 + \Delta V\right) &= nR\left(T_0 + t\right) \\ \cancel{P_0V_0} + P_0\Delta V + V_0\Delta P + \Delta P\Delta V &= \cancel{nRT_0} + nRt \\ P_0\Delta V + V_0\Delta P + \Delta P\Delta V &= nRt \end{aligned}$$

Pero: $\quad nR = \dfrac{P_0V_0}{T_0} \quad \Rightarrow \quad P_0\Delta V + V_0\Delta P + \Delta P\Delta V = P_0V_0\dfrac{t}{T_0}$

Por otra parte: $\quad \Delta P = \rho g h$

$$\Delta V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$$

De donde se deduce:

$$P_0\frac{1}{2}\pi r^2 h + V_0\rho g h + \rho g h\frac{1}{2}\pi r^2 h = P_0V_0\frac{t}{T_0}$$

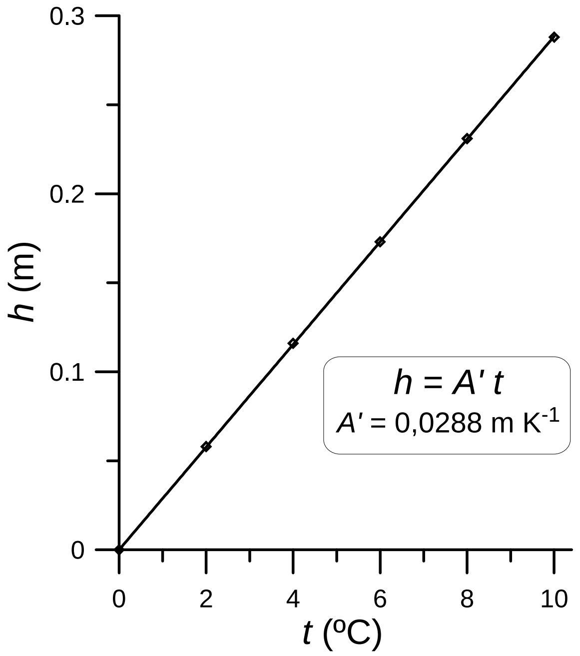
Reagrupando términos:

$$\boxed{\left(\underbrace{\frac{1}{2}P_0\pi r^2 + \rho g V_0}_{A}\right)h + \underbrace{\frac{1}{2}\rho g \pi r^2}_{B}\, h^2 = \underbrace{\frac{P_0V_0}{T_0}}_{C}\, t}$$

De la Tabla I: t = 10ºC ; h = 28,8 cm

$$\left.\begin{aligned} Ah &= 1{,}2263 \text{ J} \\ Bh^2 &= 0{,}0080 \text{ J} \end{aligned}\right\} \qquad \boxed{\frac{Bh^2}{Ah} = 0{,}0065 \quad (0{,}7\%)}$$

2. $$Ah = \frac{P_0 V_0}{T_0} t \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{7,9239}{T_0} t$$



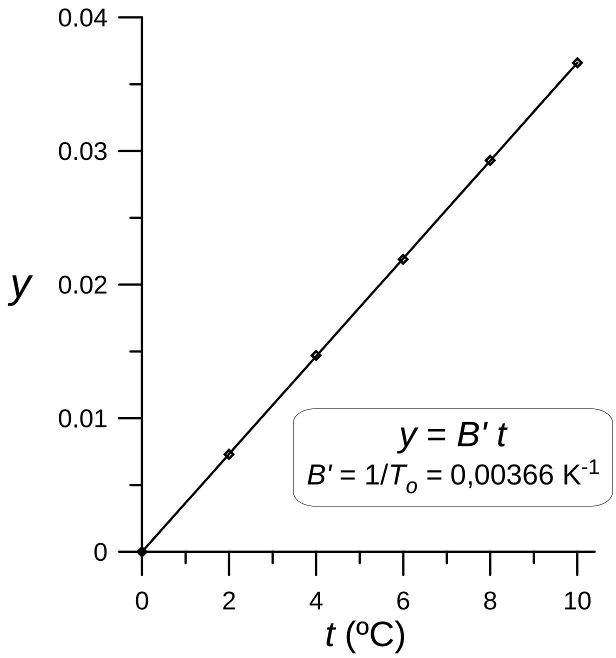
$$A' = \frac{7,9239}{T_0} = 0,0288 \ \text{m K}^{-1} \qquad \Rightarrow \qquad T_0 = \frac{7,9239 \ \text{m}}{0,0288 \ \text{m K}^{-1}} = 275,1 \ \text{K}$$

3.

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{PV}{P_0 V_0} = \frac{T}{T_0} = \frac{T_0 + t}{T_0} = 1 + \frac{t}{T_0}$$

$$\boxed{y = \frac{PV}{P_0 V_0} - 1 = \frac{t}{T_0}}$$

t **(ºC)**	***h*** **(cm)**	***ΔP*** **(atm)**	***ΔV*** **(cm^3)**	***y = (PV/P$_o$V$_o$) - 1***
0	0	0	0	0
2	5,8	0,0056	0,5694	0,0073
4	11,6	0,0112	1,1388	0,0147
6	17,3	0,0167	1,6984	0,0219
8	23,1	0,0223	2,2678	0,0293
10	28,8	0,0279	2,8274	0,0366



$$\boxed{\text{Pendiente} = \frac{1}{T_0} \qquad \Rightarrow \qquad T_0 = 273,2 \ \text{ K}}$$

La diferencia con el valor medido en otros laboratorios:

273,2 – 273,15 = 0,05 K

4.

$$P_0V_0 = nRT_0 \qquad \Rightarrow \qquad n = \frac{P_0V_0}{RT_0}$$

$$n = \frac{1 \ \text{ atm} \ \cdot \ 0,333 \ \ l}{0,082 \ \text{ atm} \ l \ \text{K}^{-1}\text{mol}^{-1} \ \cdot \ 273,2 \ \text{ K}} = 0,0149 \ \text{ mol}$$

$$\boxed{N = nN_A = 8,97 \ \cdot \ 10^{21}\,\text{moléculas}}$$