XVI OLIMPIADA ESPAÑOLA

DE FÍSICA

Almería, 1 a 4 de abril de 2005

EJERCICIOS PROPUESTOS

Y SOLUCIONES

En la noria del parque de atracciones

Prueba teórica 1 (12 puntos)

Un buen día soleado, Pedro y Ana se divierten en el parque de atracciones. Montados en la noria, a Pedro se le plantean muchas cuestiones de Física, como las siguientes.

El radio de la noria es $R = 10$ m, y el motor que la acciona tiene una potencia $P = 2$ kW. Se desprecian todos los rozamientos.

a) ¿Cuál es la masa móvil de la noria, suponiendo que toda ella se encuentra en la periferia, si tarda 10 s en adquirir una velocidad angular de 0,2 rad /s?

b) Cuando Pedro pasa por la posición más alta, se le cae una moneda del bolsillo. ¿Cuánto tardará en llegar al suelo? ¿A qué distancia cae, medida desde la vertical del punto más alto?

c) ¿Qué velocidad angular debería tener la noria para que Ana se sintiera ingrávida, y en qué posición le ocurriría esto?

d) Describe el movimiento de Ana visto desde la cabina de Pedro, diametralmente opuesta a la suya. ¿Cuáles son su velocidad y aceleración en función del tiempo? ¿Cómo es el movimiento de Pedro respecto a Ana?

e) En un momento en que el motor esta desconectado y la noria girando a una velocidad de 0,1 rad/s, Pedro sube a la noria en marcha dando un pequeño salto lateral desde el andén. Si pesa 50 kg, ¿cuál es la variación de velocidad angular de la noria debida al salto?

Solución

a) El trabajo realizado por el motor, con una potencia constante, es $W = Pt$. Por otra parte, también es igual al aumento de energía cinética de la noria. Si se supone que toda la masa está en la periferia, la energía cinética de la noria es la misma que la de una partícula que se mueve con la velocidad lineal periférica, $v = \omega R$.

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{m = \frac{2W}{v^2} = \frac{2Pt}{\omega^2 R^2} = \frac{2 \cdot 2000 \cdot 10}{0,2^2 \cdot 10^2} = 1,0 \cdot 10^4 \ kg}$$

b) El tiempo de caída es independiente de la componente horizontal de la velocidad inicial, por tanto es el mismo que si la moneda se dejara caer desde el reposo:

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9,8}} = 2,0 \text{ s}}$$

La distancia horizontal recorrida por la moneda en su caída es la de un movimiento uniforme con velocidad igual a la de la noria en el tiempo de caída:

$$\boxed{d_h = v_h t = 2 \cdot 2 = 4,0 \text{ m}}.$$

c) La sensación de ingravidez se da cuando el peso es la única fuerza que actúa, por lo que $mg = ma$, siendo a la aceleración normal o centrípeta, $\omega^2 R$, de un punto de la noria:

$$mg = m\omega^2 R \quad \Rightarrow \quad \omega^2 R = g \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9,8}{10}} = 0,99 \text{ rad/s.}}$$

d) Es también un movimiento circular con la misma velocidad angular (tarda el mismo tiempo en dar una vuelta completa), pero con un radio igual a la distancia que los separa, $2R$.

$$\boxed{v_{Ana} = \omega 2R = 4 \text{ m/s}; \quad a_{Ana} = \omega^2 2R = 0,8 \text{ m/s}^2}$$

El movimiento de Pedro respecto a Ana es el mismo que el de Ana respecto a Pedro, salvo la velocidad, que es del mismo módulo y de signo contrario:

$$\boxed{v_{Pedro} = (-\omega) 2R = -4\, m/s; \quad a_{Pedro} = (-\omega)^2\, 2R = 0,8\, m/s}$$

e) Como el salto es lateral, se conserva el momento angular de la noria: **L** = *Cte*. $\Rightarrow$ $L_f = L_i$. El módulo del momento angular de la noria, supuesta toda su masa en la periferia, es el módulo de la cantidad de movimiento de una partícula periférica equivalente (con toda la masa) multiplicada por el radio. Los subíndices *i, f*, denotan inicial y final, es decir, antes y después del salto, respectivamente:

$$\left(Mv_i\right) R = \left((M+m) v_f\right) R \;\Rightarrow\; M\omega_i = (M+m)\,\omega_f \;\Rightarrow\; \omega_f = \omega_i \frac{M}{M+m},$$

$$\boxed{\Delta\omega = \omega_i \left(\frac{M}{M+m} - 1\right) = \omega_i \frac{-m}{M+m} = -0,1 \frac{50}{10050} = -5,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}}.$$

Propulsión iónica

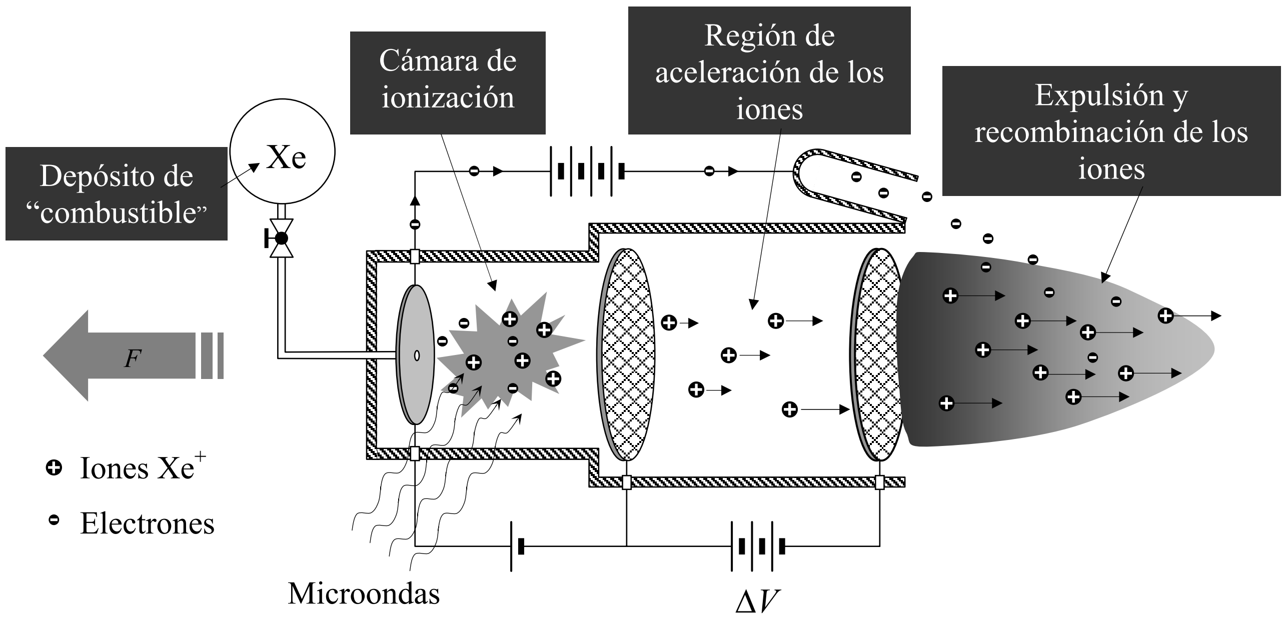
Prueba teórica 2 (10 puntos)

Introducción

La nave SMART-1, de la Agencia Espacial Europea, entró en la zona de predominio de la gravedad lunar el 15 de Noviembre de 2004. Catorce meses antes fue colocada en órbita terrestre por un lanzador convencional Ariane-5, y desde entonces ha viajado hacia la Luna impulsada por su *motor iónico*. Actualmente, este mismo motor la está frenando lentamente para situarla en una órbita lunar baja, en la que desarrollará su misión científica. Durante todo ese tiempo (cerca de año y medio) el motor iónico ha funcionado de forma casi continua, aunque con un empuje muy débil.

La inmensa ventaja de este sistema de propulsión es que puede mantenerse durante un tiempo muy largo y, a igualdad de propelente gastado, se alcanza una velocidad final mucho más elevada que con un motor cohete tradicional, de forma que su rendimiento es unas diez veces superior. El secreto radica en que la velocidad de expulsión de los iones es muy superior a la de los gases de combustión de un motor cohete, que no suele pasar de los 3 km/s (con un tiempo de encendido de tan solo unos 10 minutos). Además la energía eléctrica necesaria para el funcionamiento de un motor iónico se extrae de la luz solar mediante paneles fotovoltaicos.

El principio de funcionamiento del motor iónico es sencillo: átomos neutros de gas Xenón entran a una primera cámara donde son ionizados mediante un haz de microondas, que arrancan un electrón a cada átomo. Los iones Xe^+ son conducidos mediante un campo eléctrico débil a otra cámara, donde un intenso campo eléctrico los acelera hasta una alta velocidad y los expulsa al espacio exterior. Para crear este campo, se establece una diferencia de potencial entre dos rejillas, a través de las cuales pasan los iones. La nave debe permanecer eléctricamente neutra, por lo que un circuito capta los electrones producidos en la ionización y,



mediante un *cátodo hueco*, los expulsa también al espacio, donde se recombinan con los iones Xe^+ formando de nuevo gas neutro y emitiendo un bello resplandor azulado. Los electrones son muchísimo más ligeros que los iones, por lo que su efecto de propulsión es irrelevante.

Problema

La SMART-1 inició su viaje con una carga de unos 80 kg de gas Xenón. A su régimen normal de funcionamiento, el motor iónico tiene un consumo C = 0,10 kg/día de Xe, lo que le da una autonomía superior a dos años. La diferencia de potencial entre las rejillas aceleradoras es ΔV = 1,3 kV.

Calcule:

a) La velocidad de expulsión de los iones, v_e.
b) La fuerza de empuje del motor, F.
c) El número de iones expulsados por segundo N, y la intensidad de la corriente iónica expulsada, I.
d) La potencia eléctrica gastada en la ionización del gas, P_i.
e) El consumo de potencia eléctrica del conjunto del motor, P.

Datos:

Masa media de un átomo de Xenón: $m = 2{,}180 \cdot 10^{-25}$ kg

Energía de primera ionización: E^+ = 12,13 eV

Carga del electrón: $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

Solución

Nota: los resultados numéricos se expresan con dos cifras significativas porque los valores de ΔV y C están dados así.

a) La energía cinética de cada ión es igual al trabajo efectuado sobre una carga e en la caída de potencial ΔV.

$$E_c = \frac{1}{2} m v_e^2 = e\,\Delta V \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{v_e = \left(\frac{2\,e\,\Delta V}{m}\right)^{1/2}} \qquad \boxed{v_e = 4{,}4 \cdot 10^4 \text{ m/s}}$$

b) El empuje es igual al momento lineal de la masa expulsada por segundo

$$\boxed{F = C\,v_e = C\left(\frac{2\,e\,\Delta V}{m}\right)^{1/2}}$$

Masa expulsada por segundo:

C = 0,10 kg/día = $1{,}157\cdot 10^{-6}$ kg/s $\quad\Rightarrow\quad \boxed{F = 5{,}1\cdot 10^{-2}\ \text{N}}$

c) Número de átomos de Xe expulsados por segundo: $\boxed{N = \dfrac{C}{m}} \quad\Rightarrow\quad \boxed{N = 5{,}3\cdot 10^{18}\ \text{s}^{-1}}$

Carga expulsada por segundo: $I = N\,e \quad\Rightarrow\quad \boxed{I = \dfrac{C\,e}{m}} \qquad \boxed{I = 0{,}85\ \text{A}}$

d) En régimen estacionario, el número de iones expulsados por segundo coincide con el número N de átomos ionizados por segundo. La potencia (energía por segundo) consumida en la ionización será

$$P_i = N\,E^+ \quad\Rightarrow\quad \boxed{P_i = \frac{C\,E^+}{m}} \qquad \boxed{P_i = 10\ \text{W}}$$

e) Para estimar la potencia empleada en la aceleración de los iones se puede razonar al menos de dos maneras:

i) Potencia eléctrica directa:

$$P_a = \Delta V\,I = \Delta V\,\frac{C\,e}{m}$$

ii) Energía cinética de los iones expulsados por segundo

$$P_a = N\,E_c = N\,e\,\Delta V = \Delta V\,I$$

La potencia total es entonces

$$P = P_a + P_i \quad\Rightarrow\quad \boxed{P = \frac{C}{m}\left(e\,\Delta V + E^+\right)} \qquad \boxed{P = 1{,}1\cdot 10^{3}\ \text{W}},$$

que es muy similar a los 1,19 kW declarados por la ESA.

Un tapón oscilante

Prueba teórica 3 (8 puntos)

Suponga que dispone de un matraz como el que se representa en la figura 1, constituido por un bulbo de volumen V, lleno de aire a presión atmosférica p_0, y de un cuello de sección S, en el que hay un tapón de masa m y longitud L que puede deslizar sin rozamiento.

En un cierto instante se empuja ligeramente el tapón una distancia x ($x \ll L$) y, como consecuencia, el volumen de aire dentro del bulbo experimenta una disminución ΔV y su presión un aumento Δp (figura 2). A continuación el sistema se libera y se observa que el tapón realiza un movimiento oscilatorio armónico.

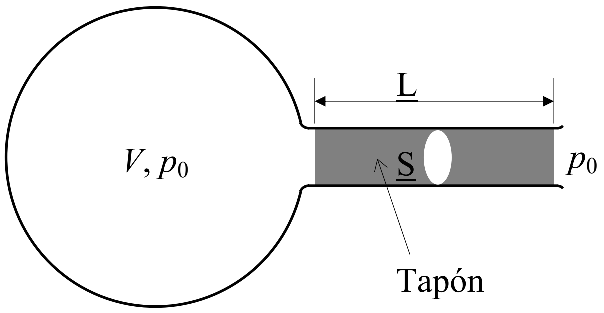


Fig. 1

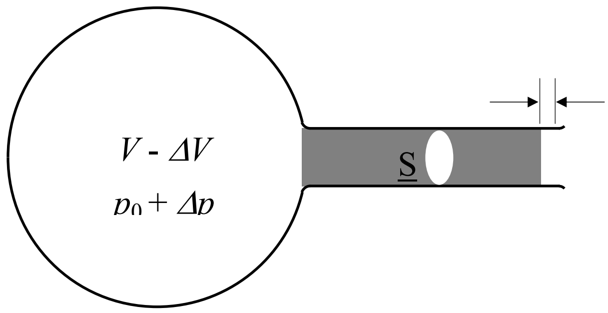


Fig. 2

a) Demuestre que la frecuencia angular, ω, de las oscilaciones del tapón es $\omega = \sqrt{\dfrac{S^2}{mV\kappa}}$,

donde κ es el coeficiente de compresibilidad del aire, que se define como $\kappa = -\dfrac{1}{V}\dfrac{\Delta V}{\Delta p}$.

b) El valor del cociente $\Delta V / \Delta p$, y por tanto el del coeficiente de compresibilidad, depende del tipo de transformación termodinámica que experimenta el gas. En el caso del aire que contiene el bulbo, la transformación puede considerarse adiabática, puesto que es despreciable la cantidad de energía (calor) que intercambia con su entorno en el breve tiempo de cada expansión o compresión.

En las transformaciones adiabáticas, las variaciones de la presión y del volumen están relacionadas en la forma

$$\gamma\, p\, \Delta V + V\, \Delta p = 0\,,$$

donde γ es el llamado *índice adiabático*.

Determine en este caso la dependencia de κ con la presión y el índice adiabático.

c) Considere en adelante que la densidad del tapón es igual a la del aire, lo que equivale a decir que es un *tapón de aire*, y que la experiencia se realiza a una temperatura T = 300 K.

Suponiendo que el aire es un gas perfecto, obtenga la expresión de la frecuencia angular de las oscilaciones, ω', en función de γ, S, T, V, L, R (constante de los gases) y de M (masa molar del aire).

d) Con los siguientes datos numéricos, calcule el valor de la frecuencia, f, de las oscilaciones.

Volumen del bulbo:	$V = 1{,}0\cdot 10^{-3}$ m^3
Sección y longitud del cuello del matraz:	$S = 1{,}0\cdot 10^{-4}$ m^2, $L = 5{,}0\cdot 10^{-2}$ m
Índice adiabático del aire:	$\gamma = 1{,}4$
Constante de los gases:	$R = 8{,}314$ J mol^{-1}K^{-1}
Masa molar del aire:	$M = 2{,}9\cdot 10^{-2}$ kg mol^{-1}

Solución

a) Cuando el tapón se introduce una distancia x, la disminución del volumen de aire dentro del bulbo es

$$\Delta V = x\,S \qquad (1)$$

La fuerza que actuará sobre el tapón (figura 3) es

$$F = \Delta p S$$

Fig. 3

por lo que su aceleración será

$$a = \frac{1}{m}\Delta p S \qquad (2)$$

Despejando Δp de la expresión del coeficiente de compresibilidad, sustituyendo en (2) y teniendo en cuenta (1),

$$a = -\frac{S^2}{mV\kappa}x\,,$$

que es la aceleración de un movimiento oscilatorio armónico, con frecuencia angular

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{S^2}{mV\kappa}}} \qquad (3)$$

b) De acuerdo con la expresión que proporciona el enunciado, $\Delta V / \Delta p = -\mathrm{V} / \gamma p$, el coeficiente de compresibilidad es

$$\kappa = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\kappa = \frac{1}{\gamma\, p}} \qquad (4)$$

c) Si el tapón es de aire, su masa es $m = \rho SL$, donde ρ es la densidad del aire.

Teniendo en cuenta la expresión (4), la frecuencia angular (3) de oscilación toma la forma

$$\omega'^2 = \frac{S}{\rho LV}\gamma\, p \qquad (5)$$

Por otra parte, si llamamos m_B a la masa de aire del bulbo, la densidad del aire es

$$\rho = \frac{m_B}{V} \qquad (6)$$

y a su vez, si en el bulbo hay n moles de aire

$$m_B = nM \qquad (7)$$

en la que M es la masa molar del aire. Por la ley de los gases

$$p = \frac{1}{V} nRT \qquad (8)$$

Llevando (6), (7) y (8) a la expresión (5), queda finalmente $\boxed{\omega' = \sqrt{\frac{S\gamma R}{LVM}T}}$.

d) Con los datos numéricos del enunciado se obtiene,

$$\omega' = 4{,}9 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

Por tanto, la frecuencia de las oscilaciones es $f = \dfrac{\omega'}{2\pi}$ $\boxed{f \approx 78 \text{ Hz}}$

Esta frecuencia es del orden de la del sonido que produce el “descorche” de una botella de características similares a la que se ha descrito.

Prueba experimental

El vuelo del capacillo[1] (15 Puntos)

Cuando un cuerpo se mueve en el seno de un fluido con velocidad v, su movimiento se ve frenado por una fuerza, llamada de *resistencia*. Supongamos que esta fuerza depende de v en la forma $F = c\,v^{\gamma}$, donde c y γ son constantes que dependen de la forma y tamaño del cuerpo y de las características del fluido (densidad y viscosidad).

En este problema se va a estudiar experimentalmente la caída en el aire de uno o varios capacillos superpuestos, de manera que cambia la masa del objeto que cae, pero no su forma (aerodinámica). Como podrá comprobar, la velocidad de caída es prácticamente uniforme desde el momento en que se sueltan.

a) Las únicas fuerzas que actúan sobre los capacillos cuando caen son su peso y la resistencia del aire. Teniendo esto en cuenta, y llamando n al número de capacillos y m_0 a la masa de cada uno, obtenga una expresión analítica para la velocidad uniforme (límite) de caída, v_n. Transforme esta expresión y demuestre que la dependencia entre el logaritmo de t_n y el logaritmo de n, donde t_n es el tiempo de caída de n capacillos desde una altura h, es de la forma

$$\ln(t_n) = -\frac{1}{\gamma}\ln(n) - \frac{1}{\gamma}\ln\left(\frac{m_0 g}{c}\right) + \ln(h).$$

b) Basándose en la expresión anterior y en sus medidas experimentales de tiempos de caída, t_n, para $n = 1, 2, 3$ y 4, determine el valor de γ en este experimento.

c) Haga una estimación de la incertidumbre (margen de error) del valor de γ obtenido.

d) A partir de las medidas experimentales que considere oportunas, determine la masa M de la arandela metálica que se suministra. Para responder a esta pregunta, tenga en cuenta que la masa de un capacillo es $m_0 = 0{,}25$ g.

Material del que dispone:

- Cuatro capacillos de igual masa, m_0.
- Un cronómetro.
- Papel milimetrado.
- Una arandela de masa M desconocida.
- Cinta adhesiva.

Comentarios y sugerencias:

- Dispone inicialmente de cuatro capacillos superpuestos y bien empaquetados. Comience midiendo el tiempo de caída de este conjunto y, después, vaya retirándolos con cuidado.

[1] Una prueba experimental muy similar a ésta fue propuesta en la IX Olimpiada Iberoamericana de Física, que se celebró en La Habana (Cuba) en septiembre de 2003. Por deferencia a sus autores, hemos mantenido el nombre de *capacillos* para los moldes de magdalena.

- La forma de los capacillos influye notablemente en el valor de la fuerza de resistencia, a través de la constante *c*. Por tanto, debe tener especial cuidado de manipularlos sin deformarlos.
- Deje caer los capacillos con la parte abierta hacia arriba (al revés que un paracaídas).
- Déjelos caer desde la máxima altura *h* que le permita su brazo. No necesita conocer el valor de *h*; basta con que sea siempre el mismo (aproximadamente).
- Emplee la cinta adhesiva para fijar la arandela al interior de la base de un capacillo.
- En la hoja de respuestas tiene una tabla para ordenar sus medidas y los datos obtenidos.
- Emplee el papel milimetrado para realizar las gráficas y ajustes que considere oportunos.

Solución

a) Una vez alcanzada la velocidad uniforme (límite) de caída

$$\text{Aceleración nula} \quad \Rightarrow \quad n\, m_0 g = c v_n^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_n = \left(\frac{n\, m_0 g}{c}\right)^{1/\gamma}}$$

Tomando logaritmos en la expresión anterior

$$\ln(v_n) = \frac{1}{\gamma}\ln(n) + \frac{1}{\gamma}\ln\left(\frac{m_0 g}{c}\right) \qquad (1)$$

El tiempo de caída desde una altura *h* es $t_n = \dfrac{h}{v_n}$ (2)

Sustituyendo (2) en (1) se obtiene inmediatamente

$$\boxed{\ln(t_n) = -\frac{1}{\gamma}\ln(n) - \frac{1}{\gamma}\ln\left(\frac{m_0 g}{c}\right) + \ln(h)}$$

Por tanto, se obtiene una dependencia lineal entre ln(t_n) y ln(n), con pendiente $-1/\gamma$.

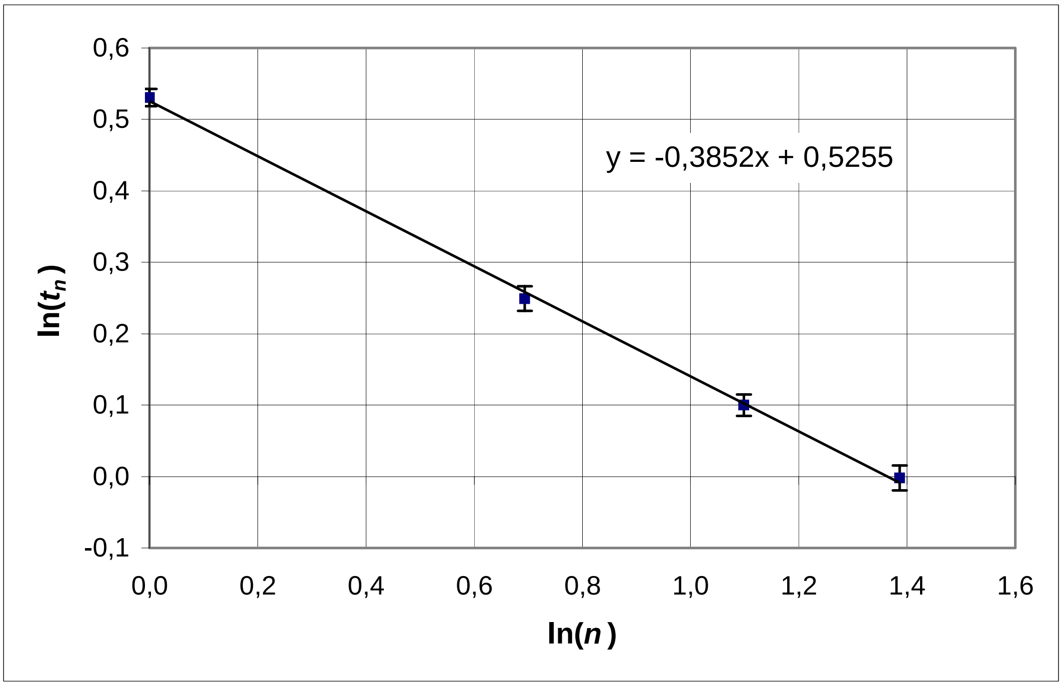
Tabla de datos

N	Tiempos de caída (s)										$\bar{t}_n$ (s)	Δt_n (s)	$\ln(n)$	$\ln(t_n)$	Δ_n
1	1,67	1,68	1,65	1,73	1,68	1,69	1,73	1,75	1,69	1,73	1,700	0,0207	0,0000	0,5306	0,0122
2	1,25	1,31	1,30	1,29	1,23	1,33	1,30	1,25	1,32	1,25	1,283	0,0221	0,6931	0,2492	0,0172
3	1,07	1,10	1,08	1,11	1,07	1,15	1,10	1,12	1,12	1,13	1,105	0,0167	1,0986	0,0998	0,0151
4	0,99	0,96	0,98	0,99	1,04	1,00	1,05	1,00	0,99	0,98	0,998	0,0173	1,3863	-0,0020	0,0173
1+arand.	1,13	1,17	1,19	1,17	1,18	1,12	1,17	1,18	1,17	1,10	1,158	0,0194		0,1467	

b) En la tabla de la hoja de respuestas se tabulan diez medidas de cada tiempo de caída (desde $h \approx 2{,}1$ m), junto con su valor medio y su incertidumbre Δt_n, calculada como el doble del error típico (nivel de confianza 95 %). En las últimas columnas aparecen los datos para la gráfica: ln(n), ln(t_n) y la incertidumbre Δ_n propagada a este último dato, calculada en la forma

$$\Delta_n = \Delta\left[\ln(t_n)\right] = \frac{\Delta t_n}{t_n}\,.$$

En la siguiente gráfica se presenta el ajuste de estos puntos a una recta (realizado con



Excel). Se obtiene

$$\ln(t_n) = -0{,}3852\ \ln(n) + 0{,}5255 \qquad (3)$$

Por tanto

$$\gamma = \frac{1}{0{,}3852} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\gamma = 2{,}60}$$

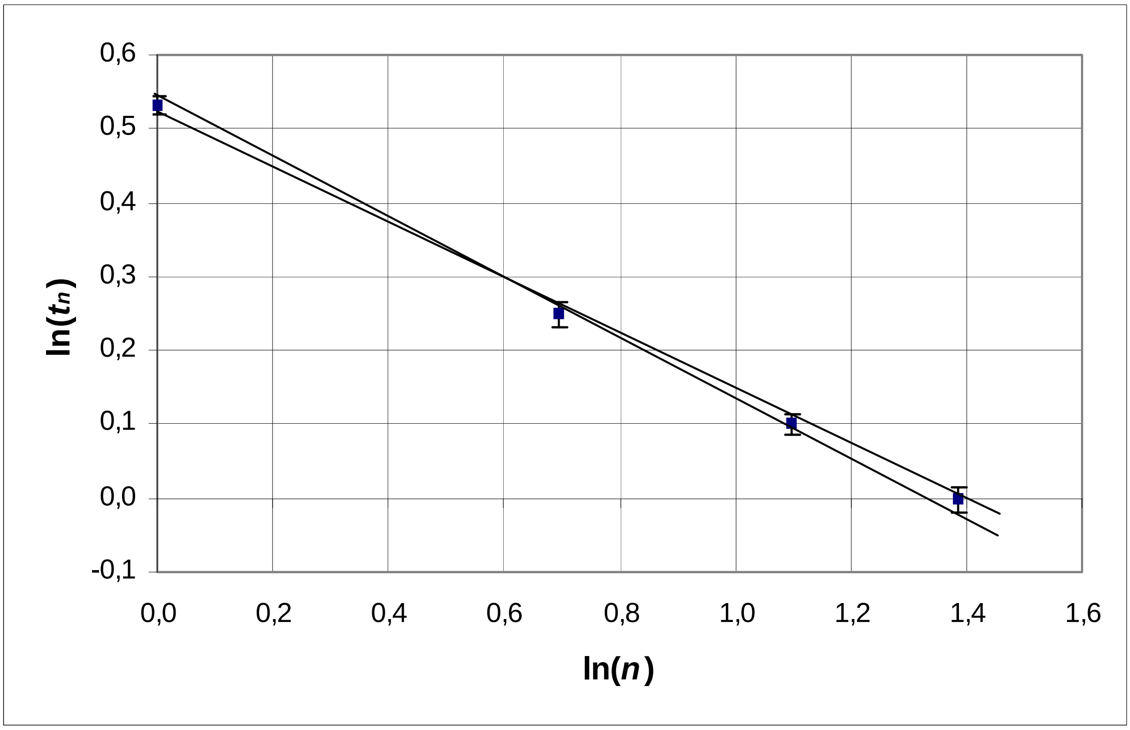
c) La incertidumbre de γ se puede estimar a partir de las rectas que se ajustan razonablemente a los puntos experimentales con pendientes máxima y mínima, teniendo en cuenta las incertidumbres de dichos puntos.

Midiendo sobre la gráfica anterior se obtiene[2]

[2] Se llega a un resultado similar calculando analíticamente el error típico de la pendiente.

$$\left.\begin{array}{l} p_{max} \approx -0{,}37 \quad \Rightarrow \quad \gamma_{max} \approx 2{,}7 \\ p_{min} \approx -0{,}40 \quad \Rightarrow \quad \gamma_{min} \approx 2{,}5 \end{array}\right\} \quad \Delta\gamma = \frac{\gamma_{max} - \gamma_{min}}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\gamma \approx 0{,}1}$$

En total, el resultado completo para γ sería $\gamma = 2{,}6 \pm 0{,}1$.



d) En la última fila de la tabla de la hoja de respuestas se presentan diez tiempos de caída de un capacillo con la arandela en su interior. Se obtiene un tiempo medio de caída

t = 1,158 s.

Sustituyendo en la ecuación (3) de la recta ajustada y operando, se obtiene que este tiempo de caída corresponde a un número equivalente de capacillos

n = 2,67

Por tanto, la masa de la arandela es[3] M = 1,67 m_0 $\Rightarrow$ $\boxed{M = 0{,}42 \text{ g}}$

Teniendo en cuenta únicamente la incertidumbre del tiempo de caída y propagando errores, se obtiene M = (0,42 ± 0,03) g.

Nota:

En las páginas que siguen se dan las tablas de respuestas pedidas en las pruebas.

[3] La masa real de la arandela empleada en las medidas es M = 0,40 g.

Tablas de respuestas

Problema Teórico 1. La noria

Pregunta / puntos	Fórmulas básicas usadas	Resultado analítico	Resultado numérico
a) **3 puntos**	$W = \Delta E_c, \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2,$ $W = Pt, \qquad v = \omega R$	$m = \dfrac{2W}{v^2} = \dfrac{2Pt}{\omega^2 R^2}$	$m = 1{,}0{\cdot}10^4 \text{ kg}$
b) **2 puntos**	$h = \frac{1}{2}gt^2, \quad d_h = v_h t$	$t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}; \quad d_h = \omega R t$	$t = 2{,}0 \text{ s};$ $d = 4{,}0 \text{ m}$
c) **2 puntos**	$\text{Peso } = mg,$ $F_{centrípeta} = m\omega^2 R$	$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$	$\omega = 0{,}99 \text{ rad/s}$ En el punto más alto
d) **3 puntos**	$v = \omega R, \quad a = \omega^2 R$	$v = \omega 2R; \qquad a = \omega^2 2R$ $v' = (-\omega)2R; \quad a' = (-\omega)^2 2R$	Circular uniforme, $\omega_{Ana} = \omega, \quad R_{Ana} = 2R$ $v_{Ana} = 4 \text{ m/s}; \qquad a_{Ana} = 0{,}8 \text{ m/s}^2$ Idéntico, salvo signos: $v_{Pedro} = -4 \text{ m/s}; \qquad a_{Pedro} = 0{,}8 \text{ m/s}$
e) **2 puntos**	$\mathbf{L} = Cte.$ $L = mvR; \quad v = \omega R$	$\Delta\omega = \omega_i \left(\dfrac{M}{M+m} - 1\right)$	$\Delta\omega = -5{,}0{\cdot}10^{-4} \text{ rad/s}$

Problema teórico 3. El tapón oscilante

Pregunta / puntos	Fórmulas básicas usadas	Resultado analítico	Resultado numérico
a) **3 puntos**	$F = S\,\Delta p$ $F = m\,a = -m\,\omega^2 x$	$\omega = \sqrt{\dfrac{S^2}{mV\kappa}}$	
b) **1,5 puntos**	$\dfrac{\Delta V}{\Delta p} = -\dfrac{V}{\gamma\, p}$	$\kappa = \dfrac{1}{\gamma\, p}$	
c) **2,5 puntos**	$m = \rho\, S\, L; \quad \rho = \dfrac{m_B}{V}$ $pV = nRT$	$\omega' = \sqrt{\dfrac{S\gamma\, R}{LVM}T}$	
d) **1 punto**	$f = \dfrac{\omega'}{2\pi}$		$f \approx 78\,\text{Hz}$

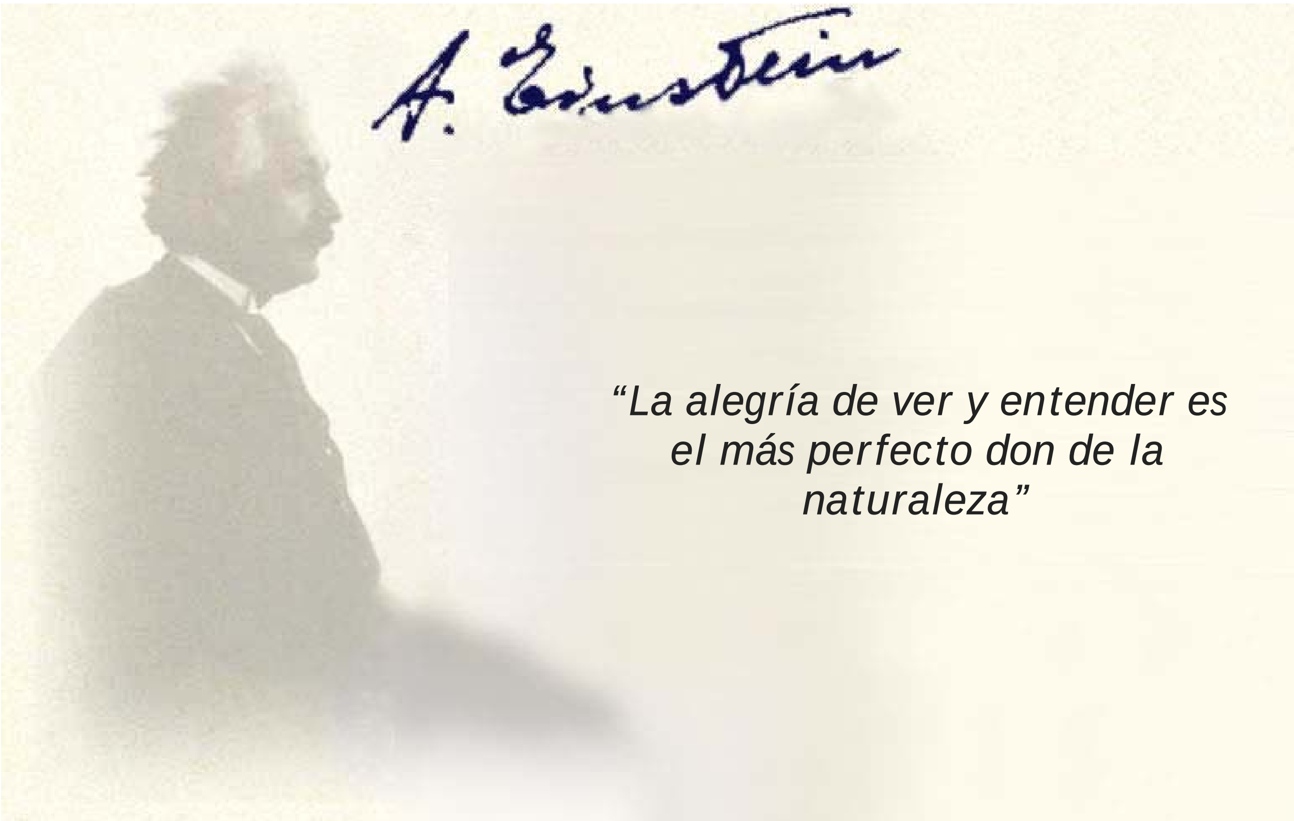
Problema Teórico 2. El motor iónico

Pregunta / puntos	Fórmulas básicas	Resultado analítico	Resultado numérico
a) **2 puntos**	$E_c = \frac{1}{2} m v_e^{\,2} = e\,\Delta V$	$v_e = \left(\frac{2\,e\,\Delta V}{m} \right)^{1/2}$	$v_e = 4{,}4 \cdot 10^4$ m/s
b) **2,5 puntos**	$F = \frac{dp}{dt}, \quad p = Mv, \quad C = \frac{dM}{dt}$	$F = C \left(\frac{2\,e\,\Delta V}{m} \right)^{1/2}$	$F = 5{,}1 \cdot 10^{-2}$ N
c) **1,5 puntos**	$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	$N = \frac{C}{m}, \qquad I = \frac{C\,e}{m}$	$N = 5{,}3 \cdot 10^{18}$ s^{-1} $I = 0{,}85$ A
d) **2 puntos**	$P_i = N\,E^+$	$P_i = \frac{C\,E^+}{m}$	$P_i = 10$ W
e) **2 puntos**	$P = P_a + P_i$ (a: aceleración) $P_a = \Delta V\, I$	$P = \frac{C}{m}\left(e\,\Delta V + E^+ \right)$	$P = 1{,}1 \cdot 10^3$ W

Prueba experimental

Pregunta / Puntos	Resultados analíticos	Resultados numéricos
a) **1 Punto**	$v_n = \left(\frac{n\,m_0\,g}{c} \right)^{1/\gamma}$ $\ln(t_n) = -\frac{1}{\gamma}\ln(n) - \frac{1}{\gamma}\ln\left(\frac{m_0\,g}{c} \right) + \ln(h)$	
b) **8 Puntos**		$\gamma = 2{,}6$
c) **2 Puntos**		$\Delta\gamma \approx 0{,}1$
d) **4 Puntos**		$M = 0{,}42$ g

Año Mundial de la FÍSICA 2005



MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA