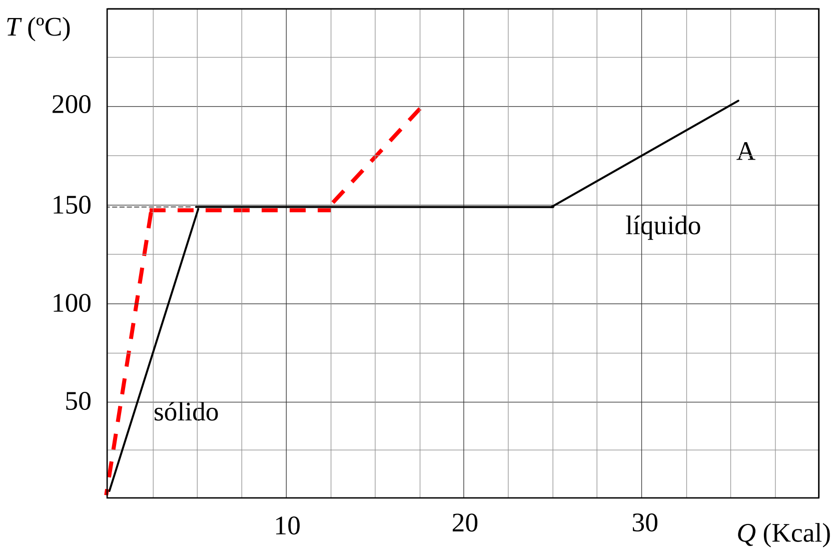
Problema C1. Curva de calentamiento (4 Puntos)

El diagrama adjunto muestra la temperatura de un cuerpo de masa $m = 0{,}2\ kg$ en función del calor que se le ha transferido.

a) Calcule los calores específicos del sólido y del líquido, así como el calor de fusión. *(1.5 Puntos)*

b) Calcule la variación de energía interna de la sustancia entre los estados correspondientes al origen y al punto A, suponiendo que el sólido y el líquido tienen la misma densidad. *(1 Punto)*

c) Trace una curva de calentamiento entre las mismas temperaturas inicial y final (sobre los mismos ejes) que corresponda a valores mitad de los calculados en el apartado a). *(1.5 Puntos)*



SOLUCIÓN

a) $$Q = cm\Delta T \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta T} = \begin{cases} \text{sólido:} & c_s \cong \dfrac{5}{0.2 \cdot 150} \cong 0.167\ Kcal/kg\cdot K = 698\ J/kg\cdot K \\ \text{líquido:} & c_l \cong \dfrac{10}{0.2 \cdot 50} = 10\ Kcal/kg\cdot K = 4.18 \cdot 10^3\ J/kg\cdot K \end{cases}$$

$$Q = mq_f \Rightarrow q_f = \frac{Q}{m} = \frac{20}{0.2} = 100\ Kcal/kg = 4.18 \cdot 10^5\ kJ/kg$$

b) $$\Delta U = Q - W = \Sigma Q_i = 35\ Kcal = 146{,}3\ kJ$$

c) En rojo.

Problema C2. Central hidroeléctrica (4 Puntos)

Un salto de agua de altura $h = 20\,\mathrm{m}$ y cuyo caudal es $G = 5{,}0\ m^3/s$, alimenta un generador de corriente continua, que produce energía eléctrica a una tensión $V = 300\,\mathrm{V}$. El rendimiento energético, η, de la operación es del 60 %.

a) ¿Cuál es la intensidad, I, de la corriente obtenida? (*1.5 Puntos*)

b) Si el generador funciona ininterrumpidamente en las condiciones descritas, ¿cuál es su producción energética anual, E, en $kW \cdot h$? (*1 Punto*)

c) Calcule la variación de energía interna por unidad de tiempo, $\Delta U/\Delta t$, y la elevación de temperatura, ΔT, del agua tras su caída. (*1.5 Puntos*)

SOLUCIÓN

a) $$\text{Potencia eléctrica} = \eta \frac{\Delta(\text{Energía mecánica})}{\Delta t}$$

$$I\Delta V = \eta \frac{\Delta(mgh)}{\Delta t} = 0.6gh\frac{\Delta(\rho V)}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{0.6gh\rho G}{\Delta V} = 1.96{\cdot}10^3\ A$$

b) $$E = (I\Delta V)\Delta t = 588{\cdot}10^3\,(\mathrm{kW}) \cdot 365 \cdot 24(horas) = 5.15{\cdot}10^6\ kW \cdot h$$

c) $$\begin{cases} \dfrac{\Delta U}{\Delta t} = (1-\eta)\dfrac{\Delta(\text{Energía mecánica})}{\Delta t} = 0.4gh\dfrac{\Delta(\rho V)}{\Delta t} = 3.92{\cdot}10^5 W \\ \Delta T = \dfrac{\Delta U/\Delta t}{c\Delta m/\Delta t} = \dfrac{\Delta U/\Delta t}{c\rho G} = 18.7\cdot 10^{-3} K \end{cases}$$

Problema C3. Dos partículas cargadas en un campo magnético (4 Puntos)

Dos partículas con cargas iguales y de signo opuesto se mueven en una región libre de campos con velocidades paralelas entre si, en el mismo sentido y de módulos diferentes. Las partículas penetran en otra región en la que existe un campo magnético uniforme, B, cuya dirección es perpendicular al plano de sus trayectorias.

Las partículas se encuentran después de haber girado ángulos $\varphi_1 = 90^{\circ}$, $\varphi_2 = 150^{\circ}$. Despreciando la interacción entre las partículas en toda su trayectoria, calcule la relación entre:

a) Sus masas, m_2/m_1. (*1.5 Puntos*)

b) Los radios de sus órbitas, R_2/R_1. (*1.5 Puntos*)

c) Los módulos de sus velocidades, v_2/v_1. (*1 Punto*)

SOLUCIÓN

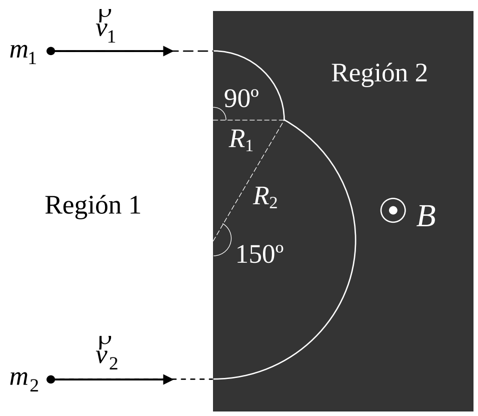
a)
$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\Delta\varphi_2/\Delta t}{\Delta\varphi_1/\Delta t} = \frac{150}{90} = \frac{5}{3}$$

$$q(\omega R)B = m\omega^2 R \;\Rightarrow\; qB = m\omega$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{5}$$

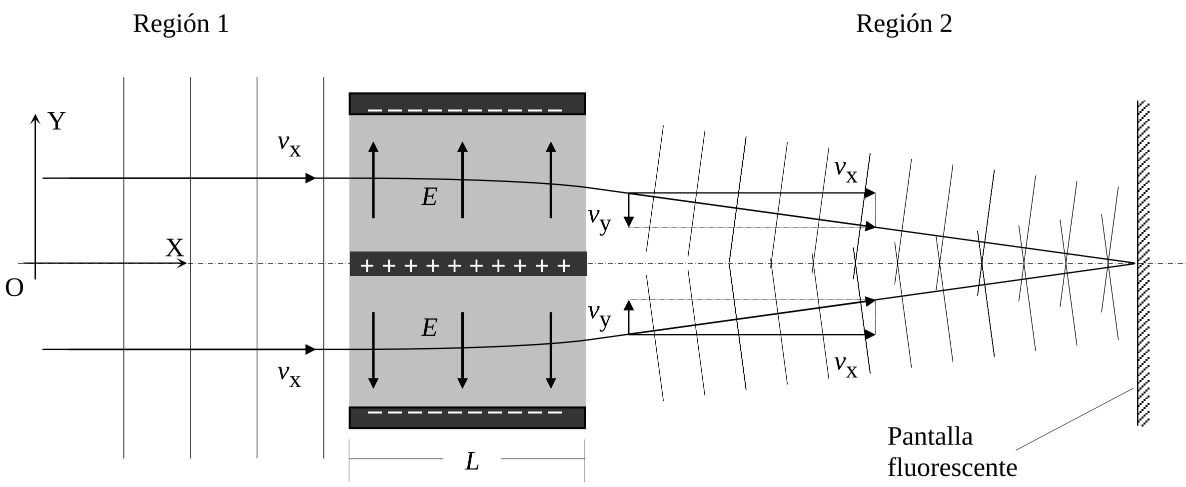
b)
$$R_1 = R_2 \sin 30^{\circ} \;\Rightarrow\; \frac{R_2}{R_1} = 2$$

c)
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\omega_2 R_2}{\omega_1 R_1} = \frac{5}{3}\cdot 2 = \frac{10}{3}$$



Problema C4. Interferencias de electrones[1] (8 Puntos)

En la figura se esquematiza un dispositivo experimental para poner de manifiesto que los electrones, además de ser partículas, se comportan también como ondas. El aparato consta básicamente de tres placas planas cargadas de longitud L que crean campos eléctricos uniformes de módulo E en los espacios intermedios, tal como se indica en la figura. Por la izquierda de las placas (región 1) incide un haz colimado de electrones con velocidad v_x paralela a las placas.



a) Calcule la componente transversal v_y de la velocidad de los electrones a la salida de las placas (región 2). *Nota:* No es necesario el cálculo relativista. (*2 Puntos*)

Datos: L =5 mm; E = 570 V/m ; $v_x = 1{,}24 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

b) El haz de electrones en la región 1 puede ser considerado como una onda plana. Llamando A a su amplitud y k_x a su número de ondas ($k_x = 2\pi/\lambda_1$, siendo λ_1 la longitud de onda asociada), esta onda puede expresarse en un instante dado, $t = 0$, en la forma:

$$\xi_1(x) = A \cos(k_x x) \; .$$

En la región 2 se superponen las dos ondas planas asociadas a los electrones desviados entre las placas. Por tanto, la onda resultante, en $t = 0$, puede expresarse en la forma:

$$\xi_2(x,y) = A\{\cos(k_x x + k_y y) + \cos(k_x x - k_y y)\} \; .$$

Determine las dos componentes del vector número de ondas, k_x y k_y, en la región 2. (*3 Puntos*)

Dato: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s.

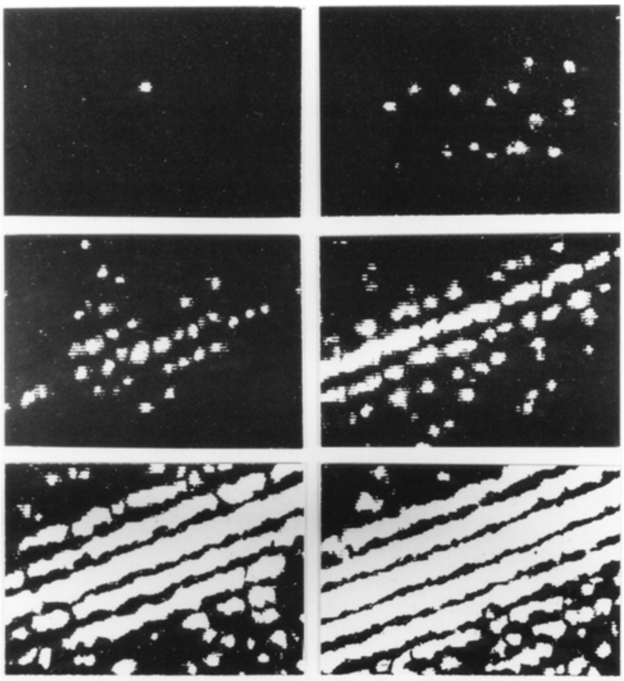
c) Se sitúa como indica la figura una pantalla fluorescente, que brilla con una intensidad proporcional a la intensidad de la onda de electrones que llega a cada uno de sus puntos. En la pantalla se detectan franjas de interferencia perpendiculares al plano de la figura. Obtenga una expresión para la distribución de intensidad en la pantalla, $I(y)$, y determine la distancia interfranja. (*3 Puntos*)

Nota: $$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

[1] Este problema fue propuesto en la V Olimpiada Iberoamericana de Física que se celebró en Jaca en Septiembre de 2000.

El experimento más bello de la Física

El experimento de interferencia de electrones que pasan a través de una doble rendija fue realizado por vez primera por Claus Jönsson de la universidad de Tübingen en 1961. En 1976 Giulio Pozzi consiguió repetir el experimento en el Istituto de Física della Materia de Bolonia enviando los electrones uno a uno a través de la rendija, de modo que sólo hubiese un electrón a la vez dentro del aparato y que éstos llegasen e impactasen en la pantalla individualmente (como se muestra en las fotos). El experimento se repitió en Japón en 1989 por investigadores de Hitachi (Akira Tonomura y colaboradores). Hoy en día se ha conseguido reproducir con neutrones, átomos y moléculas tan grandes como los Füllerenos (^{60}C y ^{70}C). En Mayo del 2003 el experimento fue declarado "*El experimento más bello de la Física*" por los lectores de Physics World.



La intensidad de la fuente es tan débil que los electrones llegan muy distanciados temporalmente, de modo que nunca hay más de uno en vuelo en el interior del aparato. De este modo ningún electrón puede interferir ni con el anterior ni con el siguiente, sino sólo con él mismo. Conforme se van acumulando los impactos en la pantalla, se van haciendo visibles las características franjas de interferencia que ilustran de manera impresionante la existencia de "ondas" cuánticas cuyo significado es el de amplitudes de probabilidad. Fotos cortesía de Giulio Pozzi.

Puede verse una película del experimento en:

www.lamel.bo.cnr.it/educational/educational.html

SOLUCIÓN

$$v_y = a_y \Delta t = \frac{eE}{m_e}\frac{L}{v_x} \qquad \boxed{v_y = 4{,}04 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$$

a) $$\lambda_2 = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \qquad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{2\pi m_e\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{h}$$

$$k_x = k_2 \cos\alpha = \frac{2\pi m_e v_x}{\text{h}} \qquad \boxed{k_x = 1{,}07 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-1}}$$

$$k_y = k_2 \,\text{sen}\alpha = \frac{2\pi m_e v_y}{\text{h}} \qquad \boxed{k_y = 3{,}49 \cdot 10^{7} \text{ m}^{-1}}$$

b) $$I(x,y) \propto |\Phi(x,y)|^2 = 4A^2 \cos^2(k_x x)\cos^2(k_y y)$$

Sobre la pantalla: $I(y) \propto \cos^2(k_y y)$

I máxima para $\cos^2(k_y y) = 1 \quad \Rightarrow \quad k_y y_n = n\pi \quad \Rightarrow \quad y_n = n\dfrac{\pi}{k_y}$

Interfranja: $i = y_{n+1} - y_n = \dfrac{\pi}{k_y} = \dfrac{h}{2m_e v_y} = \dfrac{h v_x}{2eEL}$; $\boxed{i = 90{,}0 \text{ nm}}$