

EL PÉNDULO MATEMÁTICO

Introducción teórica: Un péndulo matemático o simple consta de un hilo, uno de cuyos extremos está fijo y en el otro hay un cuerpo de tamaño aproximadamente puntual. Si este sistema es apartado de su posición de equilibrio vemos que empieza a realizar oscilaciones. Estas son las oscilaciones típicas de un movimiento armónico simple. Hagamos un análisis dinámico de las fuerzas que intervienen en el movimiento. Éstas son la tensión del hilo T y el peso del cuerpo P , ver figura. Como todo el dispositivo gira alrededor del punto O , el estudio se hará mediante dinámica de rotación.

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times (\mathbf{T} + \mathbf{P}) = \mathbf{r} \times \mathbf{T} + \mathbf{r} \times \mathbf{P} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} \quad (1)$$

Tomando M como el módulo de \mathbf{M} y haciendo el producto vectorial de (1) e igualándolo a $I\alpha$, se obtiene, considerando $I = ml^2$,

$$ml^2\alpha = -lmg \sin\theta \quad (2)$$

Como $\alpha = d^2\theta/dt^2$, si consideramos los ángulos suficientemente pequeños para que la aproximación $\sin\theta \approx \theta$ sea válida, la ecuación (2) queda, tras simplificar, de la forma:

$$d^2\theta/dt^2 + g/l \theta = 0 \quad (3)$$

que es la ecuación de un movimiento armónico simple para el ángulo θ . Por comparación con la ecuación general de este tipo de movimiento, $\omega^2 = g/l$, luego el periodo T de las oscilaciones será

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \quad (4)$$

Experimento: El material necesario para llevar a cabo la práctica es: soporte para el péndulo, sedal, bola de aluminio y cronómetro. Las magnitudes a medir son la longitud del péndulo y sus periodos respectivos. La longitud del hilo es la distancia total que hay desde el centro de suspensión al centro de la bola.

A la longitud existente desde el centro de suspensión a la bola, que se mide con una regla, le sumaremos el radio de la bola, que se calcula con un pie de rey. La suma de estas dos distancias es la longitud real del hilo.

Para hallar el periodo cronometraremos el tiempo que tarda el péndulo en ejecutar 20 oscilaciones. Si este tiempo es t , el periodo será $T = t/20$. Con esta forma de proceder se calculan todas las medidas.

Determinación de "g". Tomando los datos de l y T^2 y usando el programa de ajuste de una recta por mínimos cuadrados, obtenemos la pendiente "p" de donde habrá que despejar para hallar el valor de la gravedad.