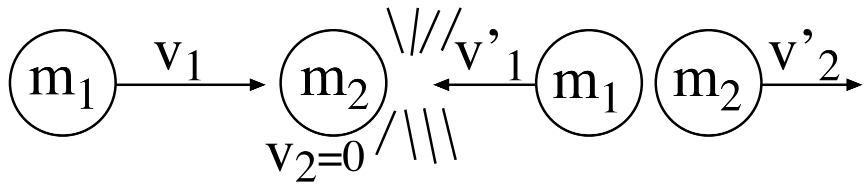
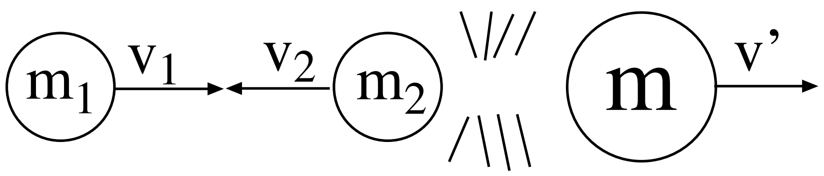
Problemas de Física 1º Bachillerato

Conservación de la cantidad de movimiento

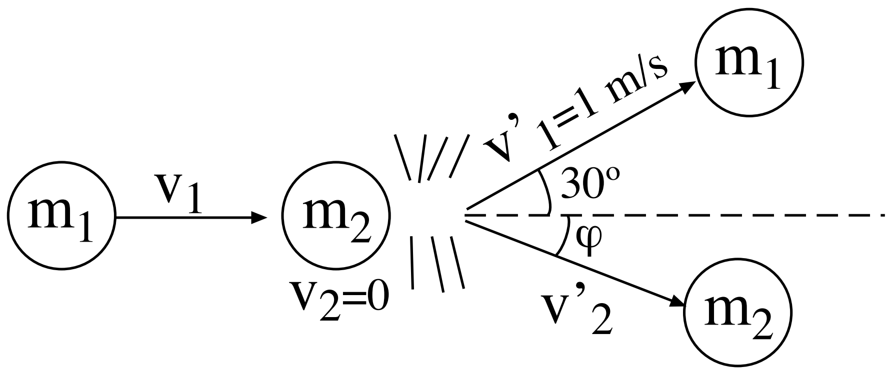
1. Calcular la velocidad de la bola m_2 después de la colisión, v'_2, según se muestra en la siguiente figura. El movimiento tiene lugar en este caso a lo largo del eje X. Todas las masas se dan en kg y las velocidades en m/s. Datos: $m_1=4$, $m_2=6$, $v_1=5$, $v_2=0$, $v'_1=2$.



2. El choque de la figura es inelástico y las dos masas después de la colisión se mueven como una sola. Calcular la velocidad después del choque. Datos: $m_1=2$, $m_2=3$, $v_1=4$, $v_2=5$.



3. Teniendo en cuenta la geometría de la colisión representada en la figura determina la velocidad de la masa m_2 después del choque y el ángulo que se desvía. Datos: $m_1=4$, $m_2=6$, $v_1=3$, $v_2=0$, $v'_1=1$.



Movimiento Armónico Simple (MAS)

4. Un cuerpo, animado de un MAS, recorre un segmento de 8 cm. La frecuencia del movimiento es de 10 Hz, y en el tiempo $t = 0$, el cuerpo está en su máxima elongación. Escribe la ecuación del movimiento. Calcula la aceleración en $t = 0$ s.

5. Un punto material se mueve de tal forma que su aceleración varía en función de la distancia al origen de acuerdo a la expresión $a = -16 \cdot y$. En $y = 0$ su velocidad es -5 m/s y en $t = 0$ se halla en el punto de elongación máxima. Calcular: a) la pulsación, periodo y frecuencia; b) la amplitud; c) la ecuación del movimiento; d) la ecuación de la velocidad.

6. La amplitud de un MAS es de 25 cm y su periodo $T = 3$ s. Halla: a) la frecuencia y la pulsación. b) la velocidad máxima y la velocidad correspondiente a una elongación de $y = 15$ cm. c) la aceleración máxima y la correspondiente a una elongación de $y = 20$ cm.

7. ¿En cuanto hemos de aumentar la masa de un cuerpo que pende de un muelle para que el periodo de las oscilaciones se triplique?

8. De un muelle colgamos un cuerpo de 250 g y observamos que se alarga una distancia de 20 cm. ¿Cuánto vale la constante elástica del muelle? Puesto a oscilar, ¿cual sería el periodo de las oscilaciones?

9. La aceleración de la gravedad en la Luna es 1,96 m/s^2 . Hallar el periodo de las oscilaciones de un péndulo de 2 m de longitud. ¿Qué longitud habría de tener ese péndulo en la Tierra para que tuviera el mismo periodo de oscilación que en la Luna?.

10. En el ecuador, donde g = 9.79 m/s^2 , un péndulo oscila con un periodo de 3 s. Ese mismo péndulo nos lo llevamos al Polo Sur, donde g = 9.81 m/s^2 , ¿cual sería ahora el periodo de las oscilaciones? Al cabo de un día ¿cuanto habría adelantado un reloj en el Ecuador respecto de otro en el Polo?

Resolución de los problemas

Problema 1

Al tratarse de un choque y no actuar fuerzas externas sabemos que se conserva la cantidad de movimiento total del sistema y ha de ser igual antes y después de la colisión. Como además el movimiento sólo tiene lugar a lo largo del eje X no hace falta tener en consideración el carácter vectorial de la velocidad, o lo que es lo mismo, los vectores sólo tienen componente X. Como la bola 1 después del choque se mueve hacia la izquierda su velocidad será de -2 m/s, por lo tanto,

$$m_1\ v_1 + m_2\ v_2 = m_1\ v_1' + m_2\ v_2'$$

Sustituyendo los valores

$$4 \cdot 5 + 6 \cdot 0 = 4 \cdot (-2) + 6 \cdot v_2'$$

y despejando

$$20 = -8 + 6 \cdot v_2' \qquad v_2' = \frac{28}{6} = 4,6 \text{ m/s}$$

Notemos que el signo de v'_2 es positivo lo cual significa que m_2 se mueve hacia la derecha.

Problema 2

Se trata ahora de un choque inelástico en el cual la masa no se conserva. Como después del choque las dos masas se unen para formar una tendremos que $m=m_1+m_2$. Aplicando de nuevo el principio de conservación de la cantidad de movimiento,

$$m_1\ v_1 + m_2\ v_2 = (m_1 + m_2)\ v'$$

Teniendo en cuenta que v_2 es negativa, y sustituyendo,

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot (-5) = 5 \cdot v'$$

y despejando

$$8 - 15 = 5 \cdot v' \qquad v' = -\frac{7}{5} = -1,4 \text{ m/s}$$

El conjunto se mueve ahora hacia la izquierda.

Problema 3

Esta colisión tiene lugar en dos dimensiones, luego ahora sí hay que tener en cuenta el carácter vectorial de la velocidad. El principio de conservación de la cantidad de movimiento se escribe

$$m_1\ \vec{v}_1 + m_2\ \vec{v}_2 = m_1\ \vec{v'}_1 + m_2\ \vec{v'}_2$$

por lo tanto

$$m_1\ (v_1, 0) + m_2\ (0, 0) = m_1\ (v_1'\ \cos 30,\ v_1'\ \sin 30) + m_2\ (v_2'\ \cos\varphi,\ v_2'\ \sin\varphi)$$

Especificando para cada una de las componentes tenemos

$$m_1\ v_1 = m_1\ v_1'\ \cos 30 + m_2\ v_2'\ \cos\varphi \tag{1}$$

$$0 = m_1\ v_1'\ \sin 30 + m_2\ v_2'\ \sin\varphi \tag{2}$$

Las ecuaciones (1) y (2) forman un sistema cuyas incógnitas son v'$_2$ y φ. Sustituyendo todos los datos y simplificando se llega a

$$12 - 2\sqrt{3} = 6\ v_2'\ \cos\varphi \tag{3}$$

$$-2 = 6\ v_2'\ \sin\varphi \tag{4}$$

Dividiendo ahora la ecuación (4) entre la (3) se simplifican las v'$_2$ y nos aparece $\tan\varphi$

$$\frac{6\ v_2'\ \sin\varphi}{6\ v_2'\ \cos\varphi} = \tan\varphi\ \Rightarrow\ \tan\varphi = \frac{-2}{12 - 2\sqrt{3}} = -0,23$$

Así pues el ángulo que se desvía la bola m$_2$ es

$$\varphi = \tan^{-1}(-0,23) = -13,18^{\text{o}}$$

Y con la ecuación (4) calculamos la velocidad de la bola después del choque

$$v_2' = \frac{-2}{6\ \sin\varphi} = \frac{-2}{6\ \sin(-13,18)} = 1,46\ \text{m/s}$$

Problema 4

La ecuación del movimiento armónico simple (MAS) es

$$y = A\ \sin(\omega\ t + \varphi) \tag{5}$$

Con los datos que nos da el problema hemos de calcular A, ω y φ. El segmento total que recorre un cuerpo con un MAS es igual al doble de su amplitud, por lo tanto

$$2A = 0,08 \;\Rightarrow\; A = 0,04 \text{ m}$$

La pulsación ω podemos calcularla a partir de la frecuencia con la fórmula

$$\omega = 2\pi f \;\Rightarrow\; \omega = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ rad/s}$$

En el enunciado del problema se nos dice también que en t=0 el cuerpo está en su máxima elongación, es decir en t=0 tenemos que y=A, sustituyendo pues en la ecuación (5) podemos calcular la fase inicial φ.

$$A = A\sin(\omega \cdot 0 + \varphi) \Rightarrow\; A = A\ \sin\varphi,\ \sin\varphi = 1 \;\Rightarrow\; \varphi = \frac{\pi}{2}$$

La ecuación del movimiento queda finalmente

$$y = 0,04\ \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Para calcular la aceleración hacemos uso de la fórmula

$$a = -\omega^2\ y = -(20\pi)^2 \cdot 0,04 \cdot \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

que en t=0 queda

$$a = -(20\pi)^2 \cdot 0,04 \cdot \sin\frac{\pi}{2} = -16\ \pi^2 = -157,91 \text{ m/s}^2$$

Problema 5

a) En el enunciado se nos dice que $a = -16 \cdot y$, que comparándola con $a = -\omega^2 y$ nos permite deducir que

$$\omega^2 = 16,\ \omega = 4,\ \text{luego } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ s}$$

La frecuencia será

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} = 0,636 \text{ Hz}$$

b) Para determinar la amplitud, sabiendo que en y=0 la velocidad es de -5 m/s y usando la fórmula

$$v^2 = \omega^2\ (A^2 - y^2) \tag{6}$$

Sustituyendo en (6) los valores

$$(-5)^2 = 4^2 \cdot (A^2 - 0^2) \;\Rightarrow\; A = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ m}$$

c) Para escribir la ecuación del movimiento nos queda por hallar la fase inicial φ. Como en t=0 la elongación es máxima, es decir, y=A en t=0, de la ecuación general del MAS (5) volvemos a tener

$$A = A\ \sin\varphi,\ \sin\varphi = 1 \;\Rightarrow\; \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Y la ecuación del movimiento es ahora

$$y = \frac{5}{4}\ \sin(4\ t + \frac{\pi}{2})$$

d) La ecuación de la velocidad es

$$v = A\ \omega\ \cos(\omega t + \varphi) \tag{7}$$

en la que sustituyendo los valores obtenemos

$$v = \frac{5}{4} \cdot 4\ \cos(4t + \frac{\pi}{2}) = 5\ \cos(4t + \frac{\pi}{2})$$

Problema 6

a) La amplitud es A=0,25 m y T=3 s. La frecuencia y la pulsación se obtienen fácilmente

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ Hz, y } \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}$$

b) La velocidad máxima la podemos averiguar con la ecuación (6) y será lógicamente cuando y=0

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2} = \omega\sqrt{A^2 - 0^2} = \omega A = \frac{2\pi}{3} \cdot 0,25 = 0,523 \text{ m/s}$$

Para y=0,15 m, la velocidad será pues

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2} = \pm\frac{2\pi}{3}\sqrt{0,25^2 - 0,15^2} = \pm 0,418 \text{ m/s}$$

c) La aceleración, usando la fórmula

$a = -\omega^2\ y$, será máxima cuando y=A, entonces, $a = \omega^2\ A = \left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 \cdot 0,25 = 1,096 \text{ m/s}^2$

Y cuando y=20 cm $\Rightarrow$ y=0,2 m y entonces

$$a = -\omega^2\ y = -\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 \cdot 0,2 = -0,877\ \mathrm{m/s^2}$$

Problema 7

El periodo de las oscilaciones de un cuerpo de masa m puesto a oscilar en un muelle de constante elástica k es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{8}$$

Queremos obtener cual debe ser la masa, llamémosla m', que hemos de colgar del mismo muelle para que su periodo se multiplique por tres. Esa nueva masa m' tendrá un periodo T' dado igualmente por

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}} \tag{9}$$

Dividiendo la ecuación (9) entre la (8) y simplificando

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$$

La relación entre T' y T ha de ser 3 luego

$$\frac{T'}{T} = 3 = \sqrt{\frac{m'}{m}},\ \text{de donde elevando al cuadrado} \quad 9 = \frac{m'}{m}$$

llegando por fin a

$$m' = 9\ m$$

Así pues, si queremos multiplicar por tres el periodo, la masa ha de multiplicarse por nueve.

Problema 8

El muelle se alarga debido al peso que actúa en su extremo. La fuerza y el estiramiento que sufre el muelle son proporcionales según la ley de Hooke

$$F = -k\ \Delta y \tag{10}$$

donde k es la constante elástica del muelle. Como la fuerza que produce el alargamiento es el peso, $F = P$, y Δy=0,2 m, sustituyendo en la ley de Hooke,

$$P = -k\ \Delta y, \quad mg = -k\ \Delta y \ \Rightarrow \ k = -\frac{mg}{\Delta y} = -\frac{0,25 \cdot (-9,8)}{0,2} = 12,25\ \mathrm{N/m}$$

El periodo de las oscilaciones será entonces

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{12,25}} = 0,897\ \mathrm{s}$$

Problema 9

El periodo de las oscilaciones de un péndulo matemático de longitud L viene dado, como ya se sabe, por la expresión

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{11}$$

donde g es la aceleración de la gravedad, que la tomaremos en estos problemas con signo positivo. Sustituyendo directamente los datos que nos dan en el problema, el periodo en la Luna será, tomando la aceleración de la gravedad en la Luna (g=1,96 m/s^2)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{1,96}} = 6,34\ \mathrm{s}$$

Si queremos que ese periodo sea igual en la Tierra, donde la g es 9,8, ahora el péndulo habrá de tener una longitud diferente. Sustituyendo de nuevo en la fórmula (11)

$$6,34 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9,8}}, \ \Rightarrow \ 6,34^2 = 4\pi^2\frac{L}{9,8}, \ \Rightarrow \ L = \frac{9,8 \cdot 6,34^2}{4\pi^2} = 9,97\ \mathrm{m}$$

Problema 10

Como sabemos el periodo y la aceleración de la gravedad podemos calcular la longitud del péndulo. Despejando de la ecuación (11)

$$L = \frac{g\ T^2}{4\pi^2}$$

En el ecuador g=9,79 y T=3, con lo que sustituyendo

$$L = \frac{9,79 \cdot 3^2}{4\pi^2} = 2,23\ \mathrm{m}$$

Sabiendo la longitud, si ese mismo péndulo nos lo llevamos ahora al Polo, donde la gravedad es algo superior por estar más cerca del centro de la Tierra, el nuevo periodo será ahora

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2,23}{9,81}} = 2,9956 \text{ s}$$

Como vemos el periodo es prácticamente el mismo, pero como el tiempo que marca el reloj viene dado por las oscilaciones que da el péndulo a lo largo del día, al ser los periodos diferentes, las oscilaciones en el Ecuador y en el Polo también serán diferentes. El número de oscilaciones en un día se obtendrá dividiendo los segundos de un día entre los respectivos periodos. En el Ecuador las oscilaciones serán

$$\frac{86400}{3} = 28800 \text{ oscilaciones}$$

y en el Polo

$$\frac{86400}{2,9956} \simeq 28842 \text{ oscilaciones}$$

La diferencia de oscilaciones entre los dos lugares es entonces

$$28842 - 28800 = 42 \text{ oscilaciones}$$

Como para cada oscilación emplea un tiempo de aproximadamente 3 s, el retraso de uno respecto a otro al cabo de un día será

$$42 \times 3 = 126 \text{ s} = 2 \text{ m} \;\; 6 \text{ s}$$

FÓRMULAS USADAS EN LOS PROBLEMAS

Conservación de la cantidad de movimiento

$$m_1\ \vec{v_1} + m_2\ \vec{v_2} = m_1\ \vec{v_1'} + m_2\ \vec{v_2'} \qquad \text{choque elástico}$$

$$m_1\ \vec{v_1} + m_2\ \vec{v_2} = (m_1 + m_2)\ \vec{v'} \qquad \text{choque inelástico}$$

Movimiento Armónico Simple (MAS)

$$\omega = 2\pi f, \quad f = \frac{1}{T}$$

$$y = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = A\omega\ \cos(\omega t + \varphi), \qquad v = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2}$$

$$a = -\omega^2\ y, \qquad a = -A\omega^2\ \sin(\omega\ t + \varphi)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{periodo de oscilación de un muelle}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \text{periodo de oscilación de un péndulo matemático}$$