

### Ejercicios 3

Conocemos las tablas de mortalidad reducidas de los años(generaciones):

Edad	1975 lx	1980 lx	1985 lx	Edad	1975 lx	1980 lx	1985 lx	Edad	1975 lx	1980 lx	1985 lx
0	1000000	1000000	1000000	34	974004	973926	973859	68	893586	893487	893420
1	993228	993288	994567	35	973145	973067	973000	69	887124	887025	886958
2	992576	992536	992469	36	972315	972237	972170	70	880245	880146	880079
3	992235	992195	992128	37	971519	971441	971374	71	872987	872888	872821
4	991938	991898	991831	38	970741	970674	970607	72	865209	865110	865043
5	991690	991650	991583	39	969918	969851	969784	73	856735	856636	856569
6	991453	991413	991346	40	969032	968965	968898	74	847547	847448	847381
7	991241	991201	991134	41	968106	968039	967972	75	837591	837492	837425
8	991040	991000	990933	42	967126	967059	966992	76	826863	826764	826697
9	990857	990817	990750	43	966095	966028	965961	77	815410	815311	815244
10	990682	990626	990559	44	965028	964961	964894	78	803217	803118	803051
11	990517	990461	990394	45	963905	963838	963771	79	790225	790126	790059
12	990341	990285	990218	46	962709	962642	962575	80	776316	776217	776150
13	990162	990106	990039	47	961416	961349	961282	81	761552	761453	761386
14	989951	989895	989828	48	960080	960013	959946	82	745760	745661	745594
15	989699	989643	989576	49	958703	958636	958569	83	728977	728878	728811
16	989361	989305	989238	50	957123	957056	956989	84	711441	711342	711275
17	988897	988841	988774	51	955374	955307	955240	85	693376	693277	693210
18	988303	988216	988149	52	953448	953381	953314	86	674340	674241	674174
19	987614	987527	987460	53	951386	951319	951252	87	654208	654109	654042
20	986851	986764	986697	54	948967	948900	948833	88	633433	633334	633267
21	986010	985923	985856	55	946447	946380	946313	89	611812	611713	611646
22	985152	985065	984998	56	943784	943717	943650	90	589207	589108	589041
23	984248	984170	984103	57	940991	940924	940857	91	565680	565581	565514
24	983312	983234	983167	58	938011	937944	937877	92	541383	541284	541217
25	982355	982277	982210	59	934828	934761	934694	93	513018	512919	512852
26	981423	981345	981278	60	931507	931440	931373	94	480350	480251	480184
27	980489	980411	980344	61	927835	927768	927701	95	443066	442967	442900
28	979534	979456	979389	62	923885	923818	923751	96	401442	401343	401276
29	978562	978484	978417	63	919699	919600	919533	97	355658	355559	355492
30	977593	977515	977448	64	915266	915167	915100	98	306269	306170	306103
31	976663	976585	976518	65	910440	910341	910274				
32	975775	975697	975630	66	905163	905064	904997				
33	974883	974805	974738	67	899583	899484	899417				

1.-

a) Calcular la probabilidad de que un grupo formado el año 2000 por tres personas de las generaciones 1975,1980,1985 sobrevivan los tres más de 20 años..

b) En el mismo caso anterior . Calcular la probabilidad de que ninguno sobreviva

c) En el mismo caso anterior. Calcular la probabilidad de que sobrevivan al menos dos.

d) En el mismo caso anterior. Calcular la probabilidad de que sólo uno sobreviva.

e) En el mismo caso anterior. Calcular la probabilidad de disolución del grupo

a) edades 25 20 15

$$\begin{aligned}
 {}_{20}P_{25,20,25} &= {}_{20}P_{25} \cdot {}_{20}P_{20} \cdot {}_{20}P_{15} = \frac{l_{45}^{1975}}{l_{25}^{1975}} \cdot \frac{l_{40}^{1980}}{l_{20}^{1975}} \cdot \frac{l_{25}^{1985}}{l_{15}^{1975}} = \\
 &= \frac{963905}{982355} \cdot \frac{968965}{986764} \cdot \frac{982210}{989576} = 0,9812186 \cdot 0,9819622 \cdot 0,98324939 = \\
 &= 0,947380089
 \end{aligned}$$

b) ninguno sobreviva ( extinción)

$$\begin{aligned}
 {}_{20}q_{25,20,25} &= {}_{20}q_{25} \cdot {}_{20}q_{20} \cdot {}_{20}q_{15} = (1 - 0,9812186) \cdot (1 - 0,9819622) \cdot (1 - 0,98324939) = \\
 &= 0,018781398 \cdot 0,018037748 \cdot 0,016750608 = 5,67467E-06
 \end{aligned}$$

c) sólo sobrevivan al menos dos

$$\begin{aligned}
 {}_{20}P_{\substack{2 \\ 25,20,25}} &= {}_{20}P_{25} \cdot {}_{20}P_{20} \cdot {}_{20}q_{15} + {}_{20}P_{25} \cdot {}_{20}q_{20} \cdot {}_{20}P_{15} + {}_{20}q_{25} \cdot {}_{20}P_{20} \cdot {}_{20}P_{15} + {}_{20}P_{25} \cdot {}_{20}P_{20} \cdot {}_{20}P_{15} = \\
 &= 0,981218602 \cdot 0,981962252 \cdot 0,016750608 + \\
 &+ 0,981218602 \cdot 0,018037748 \cdot 0,983249392 + \\
 &+ 0,018781398 \cdot 0,981962252 \cdot 0,983249392 + \\
 &+ 0,981218602 \cdot 0,981962252 \cdot 0,983249392 = \\
 &= 0,999055832
 \end{aligned}$$

d) Sólo sobreviva uno:

$$\begin{aligned}
 {}_{20}P_{\substack{[1] \\ 25,20,25}} &= {}_{20}P_{25} \cdot {}_{20}q_{20} \cdot {}_{20}q_{15} + {}_{20}q_{25} \cdot {}_{20}P_{20} \cdot {}_{20}q_{15} + {}_{20}q_{25} \cdot {}_{20}q_{20} \cdot {}_{20}P_{15} = \\
 &= 0,981218602 \cdot 0,018037748 \cdot 0,016750608 + \\
 &+ 0,018781398 \cdot 0,981962252 \cdot 0,016750608 + \\
 &+ 0,018781398 \cdot 0,018037748 \cdot 0,983249392 = 0,000938493
 \end{aligned}$$

e) disolución.

$${}_{20}q_{25,20,25} = (1 - {}_{20}q_{25,20,25}) = (1 - {}_{20}p_{25} \cdot {}_{20}p_{20} \cdot {}_{20}p_{15}) = 1 - 0,947380089 = 0,052619911$$

2.-

- a) Calcular la probabilidad de que un grupo formado el año 2010 por tres personas de las generaciones 1975,1980,1985 sobrevivan los tres más de 30 años..
- b) En el mismo caso anterior . Calcular la probabilidad de que ninguno sobreviva
- c) En el mismo caso anterior. Calcular la probabilidad de que sobrevivan al menos dos.
- d) En el mismo caso anterior. Calcular la probabilidad de que sólo uno sobreviva.
- e) En el mismo caso anterior. Calcular la probabilidad de disolución del grupo

en 2010 nacido 1975 tiene 25, en 2010 nacido 1980 tiene 30, en 2010 nacido 1975 tiene 35, n=30  
utilizando la CaEst

Resultados de cálculo con CaEst

valores			
Supervivencia//Supervivencia conjunta	0.8588525135786605	Muerte//disolución	0.14114748642133945
NO extinción	0.9998889293218471	extinción	0.00011107067815288906
disolución NO extinción	0.1410364157431866	sobrevive exactamente uno	0.006784774232136767
sobrevive exctamente dos	0.13378502211910265	sobreviven al menos dos	0.9926375356977633
sobrevive como máximo uno	0.007362464302236749	sobrevive como máximo dos	0.14114748642133945
		2	

3.-

Un grupo de cinco cabezas con edades : x,y,z,v,w se conocen los actuarianos correspondientes a un período de 11 años: resultado

$Z^1$	4.74665057
$Z^2$	8.99482196
$Z^3$	8.5044814
$Z^4$	4.01109939
$Z^5$	0.75478938

Calcular para dentro de 11 años:

La probabilidad de que sobrevivan los 4

La probabilidad de no extinción

La probabilidad de disolución

La probabilidad de que sobrevivan dos o más

La probabilidad de que sobrevivan tres o más

La probabilidad de que sobrevivan exactamente 4

La probabilidad de que sobrevivan no menos de 2 y a lo sumo cuatro:

**VALORES :**

X
4.74665057
8.99482196
8.5044814
4.01109939
0.75478938

**Resultados de cálculo**

valores	X
Supervivencia conjunta , sobreviven todos	0.75478938
Disolución, muere alguno pueden ser todos	0.24521062000000004
NO extinción, alguno sobrevive, pueden ser todos	0.9999999999999999
Extinción, todos fallecidos	1.1102230246251565e-16
Disolución NO extinción, muere alguno pero no todos	0.24521061999999993
sobreviven dos o más	0.9999998100000007
sobreviven tres o mas	0.9999195099999989
sobreviven cuatro o más	0.9919418700000002
sobreviven exactamente 1	1.8999999928936972e-7
sobreviven exactamente 2	0.00008030000000136539
sobreviven exactamente 3	0.00797763999999912
sobreviven exactamente 4	0.23715249000000016

4.-Un grupo de cuatro cabezas con edades : x,y,z,v, se conocen los actuarianos correspondientes a un período de 6 años: resultado

$Z^1$	3.61704513
$Z^2$	4.9061308
$Z^3$	2.95761609
$Z^4$	0.66861443

Calcular para dentro de 6 años:( en rojo, son caest)

- (a) La probabilidad de que sigan vivas entre dos y cuatro cabezas.
- (b) La probabilidad de que sólo sigan vivas 3 cabezas
- (c) La probabilidad de NO extinción

La probabilidad de que vivan entre tres y cuatro cabezas

La probabilidad de que todos hayan fallecido.

**actuarianos**

X
3.61704513
4.9061308
2.95761609
0.66861443

**Resultados de cálculo**

valores	X
Supervivencia conjunta , sobreviven todos	0.66861443
Disolución, muere alguno pueden ser todos	0.33138557
NO extinción, alguno sobrevive, pueden ser todos	0.9999159900000006
extinción, todos fallecidos	0.0000840099999993571
disolución NO extinción, muere alguno pero no todos	0.33130156000000066
sobreviven dos o más	0.9967419099999994
sobreviven tres o más	0.9517728000000001
sobreviven exactamente uno	0.0031740800000013003
sobreviven exactamente dos	0.04496910999999937
sobreviven exactamente tres	0.28315837000000002

sin caEst

a) probabilidad de que sobrevivan entre dos y cuatro, equivale a más de dos

$$\begin{array}{r} z^2 \\ -z^2 - 2z^3 - z^4 \\ + 2z^3 + 4z^4 - \dots \\ \hline + 3z^4 \\ - 3z^4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 1 + 2z + z^2 + \\ z^2 - 2z^3 + 3z^4 \end{array} \right.$$

$${}_6P_{xyzv} = \frac{z^2}{(1+z)^2} = z^2 - 2z^3 + 3z^4 = 4,9061308 - 2 \cdot 2,957616 + 3 \cdot 0,66861443 = 0,9967$$

b) probabilidad de que sobrevivan exactamente 2

dado que  $(1+z)^3 = 1 + 3z + 3z^2 + z^3$

$$\begin{array}{r} z^2 \\ -z^2 - 3z^3 - 3z^4 - z^5 \\ + 3z^3 + 9z^4 + 9z^5 \\ \hline + 6z^4 + 8z^5 \\ - 6z^4 - 18z^5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 1 + 3z + 3z^2 + z^3 \\ z^2 - 3z^3 + 6z^4 \end{array} \right.$$

$${}_6P_{xyzk} = \frac{z^2}{(1+z)^3} = 4,9061 - 3 \cdot 2,9576 + 6 \cdot 0,6686 = 0,0449$$

c) No extinción, sobreviva uno o más

$$\begin{array}{r}
 z \\
 \hline
 -z - z^2 \\
 + z^2 + z^3 \\
 \hline
 -z^3 - z^4 \\
 + z^4 - z^5 \\
 \hline
 0 | \dots\dots\dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{1+z} \\
 z - z^2 + z^3 - z^4
 \end{array}$$

$${}_6P_{\frac{1}{xyzv}} = \frac{z^1}{(1+z)^1} = z - z^2 + z^3 - z^4 = 3,61704513 - 4,9061308 + 2,95761609 - 0,668661$$

$$= 0,99991599$$