Solucions a alguns exercicis del tema de derivades

Encara falten alguns exercicis.

Exercici 3.- Derivació d'algunes funcions racionals

$$y = \frac{1}{x-1} \rightarrow y^{'} = \frac{0.(x-1)-1.1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

$$y = \frac{3}{x^2-1} \rightarrow y^{'} = \frac{0.(x^2-1)-3.2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-6x}{(x^2-1)^2}$$

$$y = \frac{-x}{x+1} \rightarrow y^{'} = \frac{(-1).(x+1)-(-x).1}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

Exercici 4.- Algunes arrels

$$y = \sqrt{2x-3} \rightarrow y' = \frac{2}{2\sqrt{2x-3}} = \frac{1}{\sqrt{2x-4}}$$

$$y = \sqrt{(2x-3)^7} \rightarrow y = (2x-3)^{\frac{7}{2}} \rightarrow y' = \frac{7}{2}\,(2x-3)^{\frac{7}{2}-1}.2 = 7\,(2x-3)^{\frac{5}{2}} = 7\sqrt{(2x-3)^5}$$

$$y = (2\sqrt{x}-3)^7 \rightarrow y' = 7(2\sqrt{x}-3)^6(2\frac{1}{2\sqrt{x}}) = \frac{7}{\sqrt{x}}(2\sqrt{x}-3)^6$$

$$y = (x-\sqrt{1-2x})^3 \rightarrow y' = 3(x-\sqrt{1-2x})^2\left(1-\frac{-2}{2\sqrt{1-2x}}\right) = 3(x-\sqrt{1-2x})^2\left(1+\frac{1}{\sqrt{1-2x}}\right)$$

Exercici 5.- Algunes funcions trigonomètriques

$$y = sin(2x) \rightarrow y' = 2cos(2x)$$

$$y = sin^2(x) \rightarrow y' = 2sin(x)cos(x) = sin(2x)$$

$$y = sin^2x^2 \rightarrow y' = 2sin(x^2)cos(x^2)(2x) = 2xsin(2x^2)$$

$$y = sinx^2 \rightarrow y' = 2xcos(x^2)$$

$$y = sin(x)cos(2x) \rightarrow y' = cos(x)cos(2x)+sin(x)(-sin(2x).2) = cos(x)cos(2x)-2sin(x)sin(2x)$$

$$y = cos^5(7x^2) \rightarrow y' = 5cos^4(7x^2)(-sin(7x^2).14x = -70xsin(7x^2)cos^4(7x^2)$$

Exercici 11.- Màxims i mínims

Agafem un punt sobre l'altura que es trobarà a una distància x de la base. La funció que cal estudiar és :

$$y = 5 - x + 2\sqrt{x^2 + 36}$$

definida en R,doncs estem considerant que els punts poden ser-hi a l'exterior del triangle, si $x > 0$ el punt estar a la semirrecta que va de la base al vértex i en cas contrari en l'altra.

$$y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 36}} - 1$$

$$\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 36}} - 1 = 0$$

dóna com a solucions $2\sqrt{3}$. La derivada segona dóna (ho podeu comprovar)

$$y'' = \frac{36}{(x^2 + 36)\sqrt{x^2 + 36}}$$

que és positiva, aleshores es tracta d'un mínim en $x = 2\sqrt{3}$

Exercici 12.- Regla de L'Hopital

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

indeterminaciÓ $\frac{0}{0}$ Calculem:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{2x}$$

(de nou apareix $\frac{0}{0}$) calculem:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x}{2} = \frac{1}{2}$$

Aleshores

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} = \frac{1}{2}$$