

1. Dado el problema:

$$\begin{array}{rcl} \text{Min} & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 & \\ \text{s.a.:} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 2 & \\ & -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq -3 & \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 & \end{array}$$

- Formular su dual.
- Resolver gráficamente el problema dual.
- Resolver el problema primal con la información recopilada en el apartado anterior.

2. Dado el siguiente problema de Programación Lineal,

$$\begin{array}{rcl} \text{Min} & z = -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 & \\ \text{s.a.:} & 2x_1 + x_3 \leq 8 & \\ & -x_1 + x_2 + x_3 \geq 13 & \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 & \end{array}$$

- Resolverlo utilizando el algoritmo más adecuado.
- Formular el problema dual.
- Plantear las Condiciones de Holgura Complementaria asociadas.
- Utilizar la información del apartado anterior para resolver el problema dual.

3. Resolver con el algoritmo dual del simplex el siguiente problema:

$$\begin{array}{rcl} \text{Min} & 2x_3 & \\ \text{s.a.:} & -x_1 + 2x_2 - 2x_3 \geq 8 & \\ & -x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 & \\ & 2x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 10 & \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 & \end{array}$$

Obtener a partir de la tabla óptima todas las soluciones óptimas alternativas.

4. Dado el siguiente problema de Programación Lineal,

$$\begin{array}{rcl} \text{Min} & z = x_1 - 2x_2 & \\ \text{s.a.:} & x_1 + 2x_2 \leq 9 & \\ & x_1 - x_2 \leq 2 & \\ & x_1 - x_2 \geq -3 & \\ & x_1, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

- Resuélvelo utilizando el algoritmo Simplex.
- Formula el problema dual.
- Plantea las Condiciones de Holgura Complementaria para ambos problemas.
- Utiliza la información del apartado anterior para resolver el problema dual.

5. Un panadero fabrica tres tipos de pan, integral, blanco y panecillos de leche, para su elaboración necesita principalmente harina y levadura. Si semanalmente solamente puede disponer de 250 kilos de harina y de 300 gramos de levadura ¿cómo debería planificar su producción semanal para que el beneficio sea máximo? A continuación se dan los precios de venta de los diferentes tipos de pan y las cantidades de harina y levadura necesarios para su elaboración.

	Integral	Blanco	Panecillos
Harina (Kilos)	1	2	2
Levadura (Gramos)	2	1	3
Precio (pts.)	20	60	30

- a) Formular y resolver el problema dual.
- b) Un comercial le ofrece más harina y más levadura. ¿Qué precio estaría dispuesto a pagar el panadero por un kilo más de harina? ¿y por un gramo más de levadura? Suponer que los cambios mencionados no provocan un cambio de variables básicas.
- c) ¿A qué precio debería venderse el panecillo de leche para que resultase interesante producirlo?
- d) ¿y el pan integral?
- e) Justifica razonadamente y desde un punto de vista económico las respuestas anteriores.
6. Resuelve el siguiente problema de programación lineal dando, además del valor óptimo, el conjunto de todas las soluciones óptimas, si es que las hay.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Min} & x_3 & + \quad x_4 & + \quad x_5 \\
 \text{s.a:} & x_1 & & - \quad x_3 & + \quad x_4 & - \quad x_5 & = & -2 \\
 & & & x_2 & - \quad x_3 & - \quad x_4 & + \quad x_5 & = & 1 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \geq & 0
 \end{array}$$

7. Resolver el siguiente problema utilizando el algoritmo Dual del Simplex:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Min} & 4x_1 & + \quad 2x_2 & + \quad 3x_3 \\
 \text{s.a.:} & x_1 & - \quad 2x_2 & + \quad x_3 & \leq & 5 \\
 & 2x_1 & + \quad 3x_2 & - \quad x_3 & \geq & 2 \\
 & x_1 & - \quad 5x_2 & + \quad 6x_3 & \geq & 3 \\
 & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0
 \end{array}$$

8. *Giapetto: un problema de planificación de la producción*

La *Giapetto's Woodcarving, Inc.*, fabrica dos tipos de juguetes de madera: soldados y trenes. Un soldado se vende por 27 euros y usa 10 euros de material en bruto. Cada soldado que se fabrica incrementa los costes de mano de obra y generales en 14 euros. Un tren se vende por 21 euros y usa 9 euros de material en bruto. Cada tren construido incrementa los costes de mano de obra y generales en 10 euros. La fabricación de soldados y trenes de madera requiere dos tipos de trabajo especializado: carpintería y acabado. Un soldado necesita 2 horas de acabado y 1 hora de carpintería. Un tren necesita 1 hora de acabado y 1 hora de carpintería. Cada semana, *Giapetto* dispone de todo el material en bruto que necesite, pero sólo de 100 horas de acabado y de 80 de carpintería. La demanda de los trenes es ilimitada, pero cada semana pueden venderse a lo más 40 soldados.

- a) Formula y resuelve el modelo de programación lineal que permite planificar la producción para conseguir que los beneficios sean máximos.¹
- b) Formula el problema dual asociado. Obtén su solución a partir de la solución óptima del primal.
- c) Interpreta económicamente las variables duales.

9. Para los siguientes problemas de PL se pide:

- Plantear el problema dual de todos ellos.
- Resolver todos los problemas y sus duales. Identificar la solución óptima del dual en la tabla óptima del primal.
- Una vez resueltos todos los pares de problemas duales, indicar cual de las situaciones establecidas por el teorema fundamental de dualidad se presenta.
- Comprobar en todos los pares de problemas duales resueltos la relación entre la holgura de las restricciones y los valores de las correspondientes variables duales. (Teorema de holgura complementaria)

a)

$$\begin{array}{rcll}
 \text{Max} & -2x_1 & + & x_2 \\
 \text{s.a.:} & -x_1 & + & 2x_2 \leq 4 \\
 & -7x_1 & + & 2x_2 \leq 15 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq 3 \\
 & x_1 \in \mathbb{R}, & & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rcll}
 \text{Min} & 3x_1 & + & x_2 \\
 \text{s.a.:} & -x_1 & + & 2x_2 \leq 4 \\
 & 7x_1 & + & 2x_2 \geq 15 \\
 & x_1, & & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rcll}
 \text{Max} & x_1 & + & x_2 \\
 \text{s.a.:} & -2x_1 & + & x_2 \leq 1 \\
 & & & x_2 \leq 2 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq 3 \\
 & x_1, & & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rcll}
 \text{Max} & 3x_1 & + & 2x_2 \\
 \text{s.a.:} & 2x_1 & - & 3x_2 \leq 6 \\
 & -4x_1 & + & 5x_2 \leq 15 \\
 & x_1, & & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{rcll}
 \text{Min} & 3x_1 & + & 4x_2 \\
 \text{s.a.:} & 2x_1 & + & 3x_2 \leq 6 \\
 & -3x_1 & + & 5x_2 \geq 15 \\
 & x_1, & & x_2 \geq 0
 \end{array}$$

¹Esta tarea ya la hicisteis en la primera práctica.