

MAT.ES 2005

Primer Congreso conjunto de Matemáticas RSME-SCM-SEIO-SEMA

Sesión Especial “Topología General y sus Aplicaciones”

ORGANIZADORES

FRANCISCO BALIBREA (balibrea@um.es)

Departamento de Matemáticas, Campus de Espinardo, Universidad de Murcia, Apto. 4021. 30100 Murcia, Spain.

SALVADOR ROMAGUERA BONILLA (sromague@mat.upv.es)

Escuela de Caminos, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, 46071, Valencia, Spain.

JESÚS RODRÍGUEZ LÓPEZ (jrlopez@mat.upv.es)

Escuela Politécnica Superior de Alcoy, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, 03801 Alcoy (Alicante), Spain.

MANUEL SANCHIS (sanchis@mat.uji.es)

Departamento de Matemáticas, Universitat Jaume I, Campus del Riu Sec s/n, 12071 Castellón, Spain.

ALMANZOR SAPENA PIERA (alsapie@mat.upv.es)

Escuela Politécnica Superior de Gandía, Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, 46730 Gandía (Valencia), Spain.

LISTA DE PARTICIPANTES

1. Domingo Alcaraz (Universidad Politécnica de Cartagena).
2. Carmen Alegre (Universidad Politécnica de Valencia).
3. Igancio J. Álvarez Cañas (Universidad Politécnica de Valencia)
4. Francisco Balibrea (Universidad de Murcia).
5. José S. Cánovas Peña (Universidad Politécnica de Cartagena).
6. Irene Ferrando (Universidad Politécnica de Valencia).
7. Jorge Galindo (Universitat Jaume I de Castellón).
8. Juan Luis García Guirao (Universidad de Castilla-La Mancha).
9. Javier Gómez (Universidad de León).
10. Salvador Hernández (Universidad Jaume I de Castellón).
11. Antonio Linero (Universidad de Murcia).
12. Josefa Marín Molina (Universidad Politécnica de Valencia).
13. Sandra Oltra (Universidad Politécnica de Valencia).
14. Batildo Requejo (Universidad de Extremadura).
15. Ana María Ródenas (Universitat Jaume I).
16. Jesús Rodríguez López (Universidad Politécnica de Valencia).
17. Salvador Romaguera (Universidad Politécnica de Valencia).
18. José Manuel Sánchez Álvarez (Universidad Politécnica de Valencia)
19. Miguel Ángel Sánchez Granero (Universidad de Almería).
20. Enrique A. Sánchez Pérez (Universidad Politécnica de Valencia).
21. Manuel Sanchis (Universitat Jaume I de Castellón).
22. Almanzor Sapena Piera (Universidad Politécnica de Valencia).
23. Gabriel Soler López (Universidad Politécnica de Cartagena).
24. Óscar Valero (Universidad de las Islas Baleares).

Horario de la Sesión

Facultad de Matemáticas AULA 4

JUEVES 3 DE FEBRERO

11:30-12:10	JORGE GALINDO Topología, Análisis Funcional y Análisis Armónico en el estudio de conjuntos de interpolación
12:10-12:30	IGNACIO J. ÁLVAREZ CAÑAS Compacidad del operador integración de una medida vectorial y ortogonalidad de sucesiones de funciones de cuadrado integrable
12:30-12:50	IRENE FERRANDO Las topologías m-fuertes y m-débiles en espacios de funciones integrables respecto de una medida vectorial
12:50-13:10	SANDRA OLTRA Orden continuidad en espacios de funciones de norma asimétrica
13:10-13:30	ENRIQUE A. SÁNCHEZ PÉREZ Caracterizaciones de propiedades geométricas en espacios localmente convexos mediante métricas parciales

15:30-15:50	FRANCISCO BALIBREA Continuos con interior vacío como conjuntos ω -límite. Funciones caóticas
15:50-16:10	ANTONIO LINERO Descripción de los conjuntos omega-límites de interior no vacío asociados a funciones de producto permutado
16:10-16:30	JOSÉ LUIS GARCÍA GUIRAO Existencia de aplicaciones universales respecto de los conjuntos omega-límite
16:30-16:50	GABRIEL SOLER LÓPEZ Curvas transversales a sistemas dinámicos continuos
16:50-17:10	JOSÉ CÁNOVAS Entropía topológica de funciones transitivas de la recta real
17:10-17:30	DOMINGO ALCARAZ Entropía topológica para endomorfismos de grupos totalmente acotados

18:00-18:20	ÓSCAR VALERO Conos cocientes normados
18:20-18:40	JOSÉ MANUEL SÁNCHEZ ÁLVAREZ Propiedades de complitud del espacio de funciones semi-Lipschitz
18:40-19:00	JESÚS RODRÍGUEZ LÓPEZ Hipertopologías inducidas por la convergencia de funcionales distancia
19:00-19:20	ALMANZOR SAPENA Algunas propiedades de espacios métricos fuzzy

VIERNES 4 DE FEBRERO

11:30-12:10	MIGUEL ÁNGEL SÁNCHEZ GRANERO Compactaciones de espacios casi-uniformes
12:10-12:30	BATILDO REQUEJO Ideales Cerrados en Álgebras Topológicas
12:30-12:50	JAVIER GÓMEZ PÉREZ La m -topología en $C(X)$
12:50-13:10	ANA MARÍA RÓDENAS Un teorema de Banach-Stone para grupos de funciones continuas evaluadas en \mathbb{T}
13:10-13:30	MANUEL SANCHIS G -flujos: compactaciones y pseudocompacidad

TOPOLOGÍA, ANÁLISIS FUNCIONAL Y ANÁLISIS ARMÓNICO EN EL ESTUDIO DE CONJUNTOS DE INTERPOLACIÓN

Jorge Galindo

Universitat Jaume I de Castellón

Si G es un grupo y X es un álgebra de funciones sobre G con valores complejos, se dice que $A \subseteq G$ es un conjunto de X -interpolación cuando toda función $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ admite una extensión a una función $\tilde{f} : G \rightarrow \mathbb{C}$ perteneciente a X . En esta charla discutiremos dos problemas relacionados con los conjuntos de interpolación en grupos no necesariamente conmutativos: cómo identificar aquellos grupos que no contienen conjuntos de interpolación (el problema de la *existencia*) y cómo identificar aquellos que los contienen en abundancia (el problema de la *ubicuidad*). Aun tratando de identificar las características generales de estos dos problemas, nos centraremos en dos clases de conjuntos de interpolación: los conjuntos I_0 y los conjuntos de Sidon o, lo que es lo mismo, los conjuntos de interpolación para las funciones casi periódicas y para las funciones pertenecientes al álgebra de Fourier-Stieltjes.

Resultados ya clásicos de Rosenthal y de Bourgain, Fremlin y Talagrand permiten probar que para un grupo separable, metrizable y completo G una condición necesaria y suficiente para la no existencia de conjuntos de X -interpolación en G es que el espectro de X sea un compacto de Rosenthal (esto es, un subconjunto de las funciones de la primera clase de Baire). Estos argumentos de índole topológica relacionan la existencia de conjuntos de interpolación con la estructura de algunas compactaciones débilmente casi periódicas y proporcionan caracterizaciones manejables de aquellos grupos localmente compactos que no contienen conjuntos I_0 . Observaremos sin embargo que la situación no es tan clara en lo que respecta a los conjuntos de Sidon.

El problema de la ubicuidad puede relacionarse con el teorema ℓ^1 de Rosenthal del cual se presentará una versión para grupos localmente compactos. El problema de la ubicuidad se relaciona de este modo con la uniformidad que los grupos reciben de las compactaciones (débilmente) casi periódicas correspondientes y con la presencia de representaciones unitarias cuyas álgebras de von Neumann asociadas poseen determinadas características.

COMPACTACIONES DE ESPACIOS CASI-UNIFORMES

Miguel A. Sánchez-Granero*

Universidad de Almería

Una $*$ -compactación de un espacio casi-uniforme T_1 , (X, \mathcal{U}) , es un espacio casi-uniforme T_1 (Y, \mathcal{V}) que tiene un subespacio $\mathcal{T}(\mathcal{V}^*)$ -denso casi-isomorfo a (X, \mathcal{U}) , donde \mathcal{V}^* denota la menor uniformidad más fina que \mathcal{V} .

En este trabajo, probamos que si un espacio casi-uniforme T_1 , (X, \mathcal{U}) , tiene una $*$ -compactación, entonces ésta es única salvo casi-isomorfismos. Además, identificamos la $*$ -compactación de (X, \mathcal{U}) con el subespacio de su bicompletación $(\tilde{X}, \tilde{\mathcal{U}})$ consistente en los puntos cerrados en $(\tilde{X}, \mathcal{T}(\tilde{\mathcal{U}}))$ y probamos que (X, \mathcal{U}) es $*$ -compactificable si y sólo si es puntualmente simétrica y $(\tilde{X}, \tilde{\mathcal{U}})$ es compacta.

Por otro lado, caracterizamos las compactaciones de tipo Wallman de un espacio topológico T_1 en términos de la $*$ -compactación de sus casi-uniformidades compatibles que son puntualmente simétricas, totalmente acotadas y transitivas. Deducimos que la $*$ -compactación de la casi-uniformidad de Pervin de un espacio topológico normal y T_1 es exactamente la compactación de Stone-Čech del espacio. En esa línea, obtenemos una caracterización de las compactaciones Hausdorff de tipo Wallman.

Finalmente, probamos que si (X, \mathcal{U}) tiene una $*$ -compactación Hausdorff, entonces existe una proximidad $\rho_{\mathcal{U}}$ sobre X tal que la $*$ -compactación de (X, \mathcal{U}) es equivalente a la compactación de Smirnov de $(X, \rho_{\mathcal{U}})$. Además, la compactación de Smirnov de $(X, \rho_{\mathcal{U}})$ es la compactación (casi-uniforme) Hausdorff más grande de (X, \mathcal{U}) . Si además \mathcal{U} es transitiva, la compactación de Smirnov de $(X, \rho_{\mathcal{U}})$ es de tipo Wallman.

* Trabajo realizado conjuntamente con Salvador Romaguera

ENTROPÍA TOPOLÓGICA PARA ENDOMORFISMOS DE GRUPOS TOTALMENTE ACOTADOS

Domingo Alcaraz

Universidad Politécnica de Cartagena

Analizaremos la relación entre la entropía de Bowen de un endomorfismo α de un grupo totalmente acotado G y la entropía de Bowen de su extensión continua a la completación de G .

Estudiaremos la entropía de Bowen infinita para endomorfismos de grupos abelianos totalmente acotados desde dos puntos de vista.

- Dando una amplia clase de endomorfismos con entropía cero, cuya extensión a la completación del grupo tiene entropía finita.
 - La clase de los grupos abelianos compactos sin endomorfismos de entropía finita es pequeña.
-

COMPACIDAD DEL OPERADOR INTEGRACIÓN DE UNA MEDIDA VECTORIAL Y ORTOGONALIDAD DE
SUCESIONES DE FUNCIONES DE CUADRADO INTEGRABLE

Ignacio J. Álvarez Cañas*

Universidad Politécnica de Valencia

Aunque en general los espacios de funciones de cuadrado integrable $L_2(m)$ respecto de una medida vectorial m no son isomorfos a espacios de Hilbert -de hecho, un retículo de Banach orden continuo, 2-convexo y con unidad débil se puede representar como un espacio de este tipo de funciones ([1, 5])- , la compacidad del operador integración asociado a la medida vectorial ([4]) supone una restricción importante en lo que respecta a las propiedades geométricas de las sucesiones de funciones. En concreto, si el operador integración satisface esta propiedad, no es posible definir sucesiones (infinitas) de funciones que sean ortogonales (en el sentido fuerte), con respecto de la medida m . Recordemos que si $m : \Sigma \rightarrow \ell_2$ es una medida vectorial, decimos que una sucesión de funciones $(f_i)_{i=1}^\infty \subset L_2(m)$ es ortogonal en el sentido fuerte si

$$\int f_i f_j dm = \delta_{i,j} e_i, \quad i, j \in N$$

donde $(e_i)_{i=1}^\infty$ es la base canónica de ℓ_2 y $\delta_{i,j}$ se define como es habitual (vale 0 excepto cuando $i = j$, valiendo 1 en ese caso). Esto restringe el ámbito de aplicación de ciertos resultados de aproximación que constituyen el contexto básico de la geometría de los espacios de tipo $L_2(m)$ (véase [5]).

En este trabajo presentamos las consecuencias que tienen la compacidad del operador integración en este tipo de propiedades geométricas, en particular sobre la existencia de sucesiones ortogonales respecto de una medida vectorial. En el caso de sucesiones ortogonales que no sean fuertemente ortogonales, la situación es en general mejor que la descrita en el párrafo anterior. De hecho es bien sabido que en este caso es posible encontrar incluso bases completas que satisfacen esta propiedad (véase [3]), resultado que generaliza la existencia de dichas bases para espacios de Hilbert separables $L_2(\mu)$, donde μ es una medida escalar positiva; en este caso, obviamente, el operador integración es compacto.

Referencias

- [1] Fernández, A., Mayoral, F., Naranjo, F., Sáez and Sánchez Pérez, E.A.: *Spaces of p -integrable functions with respect to a vector measure*. Positivity. To appear.
- [2] Okada, S., Ricker, W.J. and Rodríguez-Piazza, L.: *Compactness of the integration operator associated with a vector measure*, Studia Math. **150**(2) (2002), 133-149.
- [3] Oltra, S., Sánchez Pérez, E.A. and Valero, O. *Spaces $L_2(\lambda)$ of a positive vector measure λ and generalized Fourier coefficients*. Rocky Mountain Math. J. To appear.
- [4] Sánchez Pérez, E.A.: *Compactness arguments for spaces of p -integrable functions with respect to a vector measure and factorization of operators through Lebesgue-Bochner spaces*. Illinois J. Math. **45**,3(2001), 907-923.
- [5] Sánchez Pérez, E.A., *Vector measure orthonormal functions and best approximation for the 4-norm*. Arch. Math. **80**(2003), 177-190.

* Trabajo realizado en colaboración con E. A. Sánchez-Pérez

* Esta investigación ha sido financiada parcialmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, Plan Nacional I+D+I, proyecto BFM2003-02302, y por la Generalitat Valenciana, proyecto GV04B-371.

CONTINUOS CON INTERIOR VACÍO COMO CONJUNTOS ω -LÍMITE. FUNCIONES CAÓTICAS

Francisco Balibrea

Universidad de Murcia

Los continuos (espacios compactos y conexos) con interior vacío han sido estudiados largamente en Topología debido a sus especiales propiedades y a su aparición en muchos problemas asociados a diferentes campos de las Matemáticas: Análisis, Geometría Algebraica, Sistemas Dinámicos, etc.

De especial relevancia en las aplicaciones son los continuos inmersos en \mathbb{R}^n y en particular los *continuos planos*.

Todos los continuos con interior vacío se pueden obtener como conjuntos ω -límite de funciones definidas en \mathbb{R}^n , pero no en todos los casos se puede conseguir que el punto que genera la órbita con la que se determina el ω -límite, pertenezca al propio continuo. En el caso de los *continuos de Peano* (continuos localmente conexos), el punto se puede obtener siempre como perteneciente al continuo.

En esta comunicación nos ocuparemos de un caso particular de continuos de Peano, las *dendritas* que tienen dimensión uno y que se obtienen como conjuntos de Julia asociados a algunas funciones racionales en dinámica compleja. Estudiaremos una propiedad universal con relación a los conjuntos ω -límite que tienen algunas dendritas. En particular, es el caso de la dendrita de *Wazewski*. La propiedad universal consiste en que dada la órbita que genera la dendrita como conjunto ω -límite, subórbitas de la misma, engendran cualquier otra dendrita en \mathbb{R}^n .

Las dendritas aparecen también como subproducto geométrico asociado a los subconjuntos finitos de $[0, 1]$ y que permite construir funciones caóticas en el sentido Devaney con entropía topológica positiva sobre cualquier dendrita.

Analizaremos igualmente el caso de continuos no de Peano en los que se presentan las dos situaciones de pertenencia y no pertenencia de la órbita al conjunto.

ENTROPÍA TOPOLÓGICA DE FUNCIONES TRANSITIVAS DE LA RECTA REAL

Jose S. Cánovas Peña

Universidad Politécnica de Cartagena

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y transitiva (f se dice transitiva si para todo abierto $U \subset \mathbb{R}$ existe un entero positivo n tal que $f^n(U) \cap U \neq \emptyset$). Se define la entropía topológica de f , $\text{ent}(f) := \sup\{h(f|_X) : X \subset \mathbb{R} \text{ compacto e invariante}\}$, donde $h(f|_X)$ denota la entropía clásica definida sobre compactos. En esta comunicación estudiamos las propiedades de la entropía de funciones transitivas sobre la recta real.

LAS TOPOLOGÍAS M-FUERTES Y M-DÉBILES EN ESPACIOS DE FUNCIONES INTEGRABLES RESPECTO DE UNA MEDIDA VECTORIAL

Irene Ferrando*

Universidad Politécnica de Valencia

En esta comunicación presentamos los resultados del estudio de las propiedades fundamentales de las topologías m-fuertes y m-débiles definidas en espacios de funciones p-integrables respecto de una medida vectorial m , $L_p(m)$. Estas topologías han sido definidas en [5] como herramienta para la caracterización de operadores que factorizan a través de espacios de funciones integrables Bochner, y parcialmente estudiadas en [1] y [2].

La clave para la definición de estas topologías es la evaluación del operador integración naturalmente asociado a la medida vectorial. Así, por ejemplo, la compacidad con respecto a la topología m-fuerte está directamente relacionada con las propiedades de compacidad del operador integración restringido a los espacios $L_p(m)$, que ha sido estudiada en numerosos artículos en los últimos tiempos ([1, 3, 4, 5]).

En este trabajo analizamos, desde el punto de vista de la topología general, estas dos topologías específicas. Como aplicación, estudiamos la metrizableidad de la bola unidad del espacio con respecto a la topología m-débil, y su posible relación con las propiedades estructurales de este espacio.

Referencias

- [1] Fernández, A., Mayoral, F., Naranjo, F., Sáez and Sánchez Pérez, E.A.: *Spaces of p-integrable functions with respect to a vector measure*. Positivity. To appear.
- [2] García Raffi, L.M., Sánchez Pérez, E.A.: *Compactness properties of bounded subsets of spaces of vector measure integrable functions and applications*. Applied General Topology. To appear.
- [3] Okada, S. and Ricker, W.J.: *The range of the integration map of a vector measure*, Arch. Math. **64**(1995), 512-522.
- [4] Okada, S., Ricker, W.J. and Rodríguez-Piazza, L.: *Compactness of the integration operator associated with a vector measure*, Studia Math. **150**(2) (2002), 133-149.
- [5] Sánchez Pérez, E.A.: *Compactness arguments for spaces of p-integrable functions with respect to a vector measure and factorization of operators through Lebesgue-Bochner spaces*. Illinois J. Math. **45**,3(2001), 907-923.

* Trabajo realizado conjuntamente con E. A. Sánchez Pérez.

* Esta investigación ha sido financiada parcialmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, Plan Nacional I+D+I, proyecto BFM2003-02302, y por la Generalitat Valenciana, proyecto GV04B-371.

EXISTENCIA DE APLICACIONES UNIVERSALES RESPECTO DE LOS CONJUNTOS OMEGA-LÍMITE

Juan Luis García Guirao

Universidad de Castilla-La Mancha

El objetivo de la charla es analizar la existencia de aplicaciones universales (en dos sentidos topológicos diferentes) respecto de los conjuntos omega-límite generados por la familia de aplicaciones en la que viven. Se analizará el caso de las variedades n-dimensionales compactas y los gráficos.

LA m -TOPOLOGÍA EN $C(X)$

Javier Gómez-Pérez*

Universidad de León

La m -topología en $C(X)$ fue introducida por Hewitt en 1948 ([3]), y aparece como una generalización de la topología de la convergencia uniforme. De hecho, estas dos topologías coinciden exactamente cuando X es un espacio pseudocompacto. Más aún, Hewitt probó que $C(X)$ con la m -topología no es metrizable si X no es pseudocompacto. Otros autores como [1] y [2] también han investigado propiedades topológicas de X a través de propiedades de $C(X)$ con la m -topología. El objetivo de esta conferencia es estudiar las propiedades que debe tener X para que $C(X)$ sea un P -espacio débil (es decir, que cada subconjunto numerable sea cerrado). Este problema es interesante cuando en $C(X)$ se considera la m -topología ya que ninguna de las topologías habituales (uniforme, punto-abierta o compacto-abierta) puede dar lugar a un P -espacio débil.

Referencias

- [1] G. Di Maio, L. Holá, D. Holý, R. A. McCoy, *Topologies on the space of continuous functions*, Topology Appl. **86** (1998), no. 2, 105-122.
- [2] E. van Douwen, *Nonnormality or hereditary paracompactness of some spaces of real functions*, Topology Appl. **39** (1991), no. 1, 3-32.
- [3] E. Hewitt, *Rings of real-valued continuous functions, I*, Trans. Amer. Math. Soc. **64** (1948), 45-99.

* Trabajo en colaboración con Warren Wm. McGovern, Bowling Green State University.

DESCRIPCIÓN DE LOS CONJUNTOS OMEGA-LÍMITES DE INTERIOR NO VACÍO ASOCIADOS A FUNCIONES DE PRODUCTO PERMUTADO

Antonio Linero

Universidad de Murcia

En el trabajo [F. Balibrea, J.S. Cánovas, A. Linero, "On omega-limit sets of antitriangular maps", Topology and Its Applications 137 (2004), 13-19] se dio una caracterización topológica de las funciones continuas del cuadrado unidad en sí mismo del tipo $F(x,y)=(g(y),f(x))$ (llamadas funciones antitriangulares o funciones de producto permutado): O bien tienen interior vacío (órbitas periódicas o conjuntos "nowhere dense" infinitos) o bien tienen interior no vacío (y en este caso es una órbita periódica de rectángulos no degenerados). En cierta manera, esta clasificación extiende la ya conocida para omega-límites de funciones continuas del intervalo (véase [L. Block, W.A. Coppel, "Dynamics in One Dimension", Lecture Notes in Math. 1513, Springer, Berlin, 1992]). En esta comunicación estudiamos completamente el problema inverso en el caso no vacío: damos condiciones (de tipo combinatorio) necesarias y suficientes para asegurar que una cierta órbita periódica de rectángulos pueda ser admitida como el omega-límite de una función antitriangular. Además, presentamos algunos resultados parciales en relación al problema inverso para omega-límites de interior vacío.

Sandra Oltra*

Universidad Politécnica de Valencia

El objetivo de esta comunicación es presentar algunos resultados que permiten describir las propiedades de orden características de los retículos de Banach en el contexto de los espacios de funciones de norma asimétrica, que, como es bien conocido, verifican propiedades de separación más débiles que los espacios de Banach clásicos (por ejemplo, no satisfacen en general el axioma T_2).

La orden continuidad de estos espacios se presenta como una de las propiedades fundamentales que tiene sentido extender en este contexto. Además, como en particular a partir de la norma de cualquier retículo de Banach es posible definir una norma asimétrica, podemos expresar la orden continuidad de los retículos de Banach, y por lo tanto de los espacios de funciones clásicos, en términos de conceptos propios de los espacios de norma asimétrica.

Expondremos también algunos ejemplos significativos de las aplicaciones que estos conceptos tienen en varios contextos. En concreto, estudiaremos las propiedades fundamentales de los espacios de Hilbert de norma asimétrica, y algunas aplicaciones en el análisis de complejidad de algoritmos y programas.

Referencias

- [1] Ferrer, J., Gregori, V. and Alegre, A. *Quasi-uniform structures in linear lattices*. Rocky Mountain J. Math. 23 (1993), 877-884.
- [2] Fletcher, P., Lindgren, W.F., *Quasi-uniform Spaces*, Marcel Dekker, New York, 1982.
- [3] García-Raffi, L.M., Romaguera, S. and Sánchez-Pérez, E.A. *Sequence spaces and asymmetric norms in the theory of computational complexity*. Math. Comp. Model. 36 (2002), 1-11.
- [4] García Raffi, L.M., Romaguera, S. and Sánchez Pérez, E.A. *On Hausdorff asymmetric normed linear spaces*. Houston J. Math., 29 (2003), 717-728.
- [5] García Raffi, L.M., Romaguera, S. and Sánchez-Pérez, E.A. *The dual space of an asymmetric normed linear space*, Quaestiones Math. 26 (2003), 83-96.
- [6] Oltra, S. and Sánchez Pérez, E.A. *Order properties and p -metrics on Köthe function spaces* Houston J. of Math. To appear.

* Trabajo realizado conjuntamente con L. M. García Raffi y E. A. Sánchez Pérez.

* Esta investigación ha sido financiada parcialmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, Plan Nacional I+D+I, proyecto BFM2003-02302, y por la Generalitat Valenciana, proyecto GV04B-371.

IDEALES CERRADOS EN ÁLGEBRAS TOPOLÓGICAS

Batildo Requejo*

Universidad de Extremadura

A cada \mathbb{R} -álgebra topológica A se le puede asociar canónicamente un espacio topológico $\text{Spec}_t A$ (el espectro topológico de A) dotado con un morfismo natural de \mathbb{R} -álgebras $A \rightarrow C(\text{Spec}_t A)$ (la representación espectral de A), donde $C(\text{Spec}_t A)$ es la \mathbb{R} -álgebra de todas las funciones continuas reales definidas sobre $\text{Spec}_t A$.

En esta charla analizamos la relación entre los ideales cerrados de A y los subconjuntos cerrados de $\text{Spec}_t A$. De este modo, podremos expresar propiedades del espectro topológico de A o de su representación espectral en términos de los ideales cerrados de A .

* Trabajo realizado conjuntamente con Francisco Montalvo y Antonio Pulgarín

UN TEOREMA DE BANACH-STONE PARA GRUPOS DE FUNCIONES CONTINUAS EVALUADAS EN \mathbb{T}

Ana M^a Ródenas*

Universitat Jaume I

Sean X e Y espacios topológicos compactos. El teorema clásico de Banach-Stone afirma que cualquier isometría lineal sobreyectiva H entre $\mathcal{C}(X)$ y $\mathcal{C}(Y)$ induce un homeomorfismo entre Y y X . Con otras palabras, si H es un isomorfismo isométrico entre las C^* -álgebras de Banach conmutativas $\mathcal{C}(X)$ y $\mathcal{C}(Y)$, entonces éste induce un homeomorfismo entre los respectivos espectros X e Y . Nuestro objetivo aquí es encontrar un resultado similar pero a partir de un isomorfismo topológico H entre los grupos de unitarios de $\mathcal{C}(X, \mathbb{C})$ y $\mathcal{C}(Y, \mathbb{C})$, es decir, entre $\mathcal{C}(X, \mathbb{T})$ y $\mathcal{C}(Y, \mathbb{T})$.

En primer lugar, presentaremos un ejemplo de un isomorfismo entre dos grupos de funciones continuas, que es además isometría, pero que no se puede representar por medio de un homeomorfismo Y y X , y que nos servirá de base más adelante para el teorema principal, donde veremos que para aplicaciones entre grupos de funciones continuas evaluadas en \mathbb{T} no es suficiente la condición de ser isometría para poder obtener algún resultado análogo o del tipo Banach-Stone. Hay que enmarcar el problema en la teoría de las aplicaciones separadoras, pero para grupos de funciones continuas evaluadas en un grupo. Se dice que $H : \mathcal{C}(X, \mathbb{T}) \rightarrow \mathcal{C}(Y, \mathbb{T})$ es un homomorfismo *separador* si lleva aplicaciones separadas sobre X en aplicaciones separadas sobre Y , es decir, si dadas $f, g \in \mathcal{C}(X, \mathbb{T})$ tales que para todo $x \in X$ bien $f(x) = 1_{\mathbb{T}}$ bien $g(x) = 1_{\mathbb{T}}$, entonces

$$\forall y \in Y : (Hf)(y) = 1_{\mathbb{T}} \text{ o } (Hg)(y) = 1_{\mathbb{T}}.$$

Finalizaremos la charla con algunas consecuencias del resultado principal y ejemplos.

* Trabajo realizado conjuntamente con Jorge Galindo y Salvador Hernández

HIPERTOLOGÍAS INDUCIDAS POR LA CONVERGENCIA DE FUNCIONALES DISTANCIA

Jesús Rodríguez López*

Universidad Politécnica de Valencia

El estudio de las hipertopologías (topologías definidas en espacios de conjuntos) ha demostrado ser una herramienta muy útil en el estudio de los espacios de funciones. De hecho, una de las formas más habituales de generar una hipertopología en un espacio métrico (X, d) es asociar a cada subconjunto cerrado F de X el funcional distancia $d(F, \cdot)$. De este modo, podemos considerar que la familia $\mathcal{CL}_0(X)$ de todos los subconjuntos cerrados no vacíos de X es un subconjunto de las funciones reales continuas definidas en X . Así, cada tipo de convergencia topológica de funciones dará lugar a una hipertopología en $\mathcal{CL}_0(X)$. Por ejemplo, si se considera la convergencia puntual se tiene la llamada topología de Wijsman y se se considera la convergencia uniforme se obtiene la topología uniforme de Hausdorff.

En esta charla, estudiaremos estas hipertopologías considerando espacios casi-métricos. Mostraremos, que a diferencia del caso simétrico, la topología de Wijsman no coincide con la topología inducida en $\mathcal{CL}_0(X)$ por la topología de la convergencia uniforme sobre compactos. Se estudiarán algunas propiedades de esta hipertopología así como su posición en el retículo de las hipertopologías.

* Trabajo realizado conjuntamente con Jiling Cao.

* Esta investigación ha sido financiada parcialmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, Plan Nacional I+D+I, proyecto BFM2003-02302.

PROPIEDADES DE COMPLITUD DEL ESPACIO DE FUNCIONES SEMI-LIPSCHITZ

José Manuel Sánchez Álvarez*

Universidad Politécnica de Valencia

Mostraremos ciertos resultados sobre diversas nociones relativas a la complitud del espacio de funciones semi-lipschitz $\mathbf{SL}_0(d, q)$ definidas sobre un espacio métrico (X, d) , con valores en un espacio casi-normado (Y, q) y con un punto fijo $x_0 \in X$ cuyo interés radica principalmente en el estudio de procesos en la teoría de espacios de complejidad.

* Trabajo realizado conjuntamente con Salvador Romaguera

CARACTERIZACIONES DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS EN ESPACIOS LOCALMENTE CONVEXOS
MEDIANTE MÉTRICAS PARCIALES

Enrique A. Sánchez Pérez*

Universidad Politécnica de Valencia

En esta comunicación presentamos caracterizaciones de algunas propiedades geométricas en espacios localmente convexos mediante la comparación de la topología original del espacio con la generada por una métrica parcial en el mismo espacio -la métrica parcial canónica- que no es invariante por traslaciones.

En particular, se define cuando una topología en un espacio localmente convexo es radial, se demuestra que una topología radial no puede ser nunca traslacionalmente invariante, y se caracteriza la convexidad uniforme mediante la siguiente equivalencia: la topología definida por la métrica parcial canónica es radial si y sólo si el espacio original es uniformemente convexo. Utilizando las mismas ideas, y como aplicación, se propone una fórmula alternativa para calcular el módulo de convexidad en un espacio normado.

Referencias

- [1] S.G. Matthews, *Partial metric topology*, in: Proc. 8th Summer Conference on General Topology and Applications. Ann. New York Acad. Sci. **728** (1994), 183-197.
- [2] S.J. O'Neill, *Partial metrics, valuations and domain theory*, in: Proc. 11th Summer Conference on General Topology and Applications. Ann. New York Acad. Sci. **806** (1996), 304-315.
- [3] Oltra, S., Romaguera, S. and Sánchez Pérez, E.A. *Bicompleting weightable quasi-metric spaces and partial metric spaces* Rend. Circ.Mat. Palermo. Serie II, T.LI (2002), 151-162.
- [4] Oltra, S., Romaguera, S. and Sánchez Pérez, E.A. *The canonical partial metric and the uniform convexity on Banach spaces* Applied General Topology. To appear.
- [5] Oltra, S. and Sánchez Pérez, E.A. *Order properties and p -metrics on Köthe function spaces* Houston J. of Math. To appear.

* Trabajo realizado conjuntamente con S. Oltra y S. Romaguera.

* Esta investigación ha sido financiada parcialmente por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, Plan Nacional I+D+I, proyecto BFM2003-02302, y por la Generalitat Valenciana, proyecto GV04B-371.

G -FLUJOS: COMPACTACIONES Y PSEUDOCOMPACIDAD

Manuel Sanchis*

Universitat Jaume I de Castelló

Un G -flujo (también denominado un sistema dinámico topológico o un grupo topológico de transformaciones) es una terna (G, X, τ) en la que G es un grupo topológico de Hausdorff, X es un espacio topológico de Tychonoff y τ es una acción continua del grupo G sobre el espacio X .

Un G -flujo compacto de Hausdorff (G, X, τ) en el que (G, X, τ) se encaja equivariantemente se denomina G -compactación de X . Si un G -flujo admite una G -compactación, entonces existe una G -compactación maximal que se denota por $\beta_G X$.

La G -compactación $\beta_G X$ juega un papel importante en la teoría de los G -flujos y muchos problemas naturales con ella relacionada permanecen abiertos. Uno de ellos, objeto de esta charla, fue planteado en 1984 por J. de Vries (*Pacific. J. Math.* **110** no. 2 (1984): 447–470):

(P) Encontrar condiciones suficientes y necesarias para que $\beta_G X$ coincida con la compactación de Stone-Čech de X , βX .

El problema (P) fue resuelto por S. Antonyan en el caso en que el grupo G es compacto (*Russian Mathematical Surveys* **36** no. 6 (1979): 81–82) y ha sido profusamente estudiado cuando el grupo G es localmente compacto y metrizable. Nosotros analizaremos esta cuestión cuando el grupo G es metrizable. Demostraremos que si el grupo G es metrizable y el G -flujo no contiene grupos isotropos casi abiertos, entonces la igualdad $\beta_G X = \beta X$ es equivalente a que el espacio X sea pseudocompacto. Aplicaremos el resultado anterior en diferentes contextos (en particular, cuando G es un grupo localmente compacto y metrizable) y estudiaremos la situación que se presenta si el grupo G contiene grupos isotropos casi abiertos.

* Trabajo realizado conjuntamente con Francisco González.

ALGUNAS PROPIEDADES DE ESPACIOS MÉTRICOS FUZZY

Almanzor Sapena

Universidad Politécnica de Valencia

La construcción de una teoría de espacios métricos fuzzy ha sido investigada por diversos autores. George y Veeramani han introducido y estudiado una definición de estos espacios. Se ha probado que todo espacio métrico fuzzy en el sentido de George y Veeramani genera una topología y, además, todo espacio topológico es fuzzy metrizable si y sólo si es metrizable.

Desde entonces, se han dado numerosas definiciones en el contexto fuzzy de conceptos que aparecen en la teoría de espacios métricos. Mostraremos resultados, ejemplos y propiedades que se han obtenido recientemente sobre esta clase de espacios métricos fuzzy.

CURVAS TRANSVERSALES A SISTEMAS DINÁMICOS CONTINUOS

Gabriel Soler López

Universidad Politécnica de Cartagena

A menudo el estudio de un sistema dinámico continuo nos lleva al estudio de algún sistema dinámico discreto relacionado con él. La relación entre ambos o la forma de discretizar un sistema dinámico continuo consiste en construir la aplicación de Poincaré asociada a una determinada curva transversal al flujo. Así que el estudio de existencia de curvas transversales a un flujo es un problema de gran interés.

Es bien sabido que si tenemos un flujo con una órbita recurrente entonces existe un círculo no homotópicamente nulo transversal al flujo. Pues bien, relacionado con este hecho, existen problemas abiertos que estamos tratando de resolver, he aquí dos de ellos que explicaremos en la charla:

- 1) Bajo qué condiciones dado un flujo sobre una superficie M podemos afirmar que existe una curva transversal que interseca a todas las órbitas no críticas del flujo.
 - 2) Dado un flujo altamente transitivo, bajo qué condiciones se pueden encontrar transversales homotópicas a una curva dada.
-

CONOS COCIENTES NORMADOS

Oscar Valero

Universidad de las Islas Baleares

Dado un cono normado y un subcono, se construye el cono cociente y se estudian algunas de sus propiedades. En particular se dota, a dicho cociente, de estructura normada y se caracteriza la bicompletación del cono original en términos de la bicompletación del cociente. Además, se demuestra que el cono dual del cociente puede ser identificado con un subcono del dual del cono original. Parte de la teoría aquí presentada se formula en un contexto general de funciones lineales y continuas entre conos normados, extendiéndose algunos resultados sobre funciones abiertas, lineales y contiuas, que por otro lado son bien conocidos en el contexto de los espacios vectoriales normados.
