LAS MEDIAS DE BOCHNER-RIESZ PARA LAS SERIES DE FOURIER-BESSEL

ÓSCAR CIAURRI Y LUZ RONCAL

Resumen

Dado $\nu > -1$, denotaremos por $\{s_j\}_{j\geq 1}$ la sucesión de ceros positivos de la función J_ν, donde J_ν es la función de Bessel de orden ν. Es conocido que la sucesión de funciones

$$\phi_j(x) = \frac{\sqrt{2x}J_\nu(s_j x)}{|J_{\nu+1}(s_j)|}, \quad j = 1, 2, \dots,$$

forma un sistema ortonormal y completo en $L^2((0,1), dx)$. Las series de Fourier asociadas a este sistema ortonormal se denominan series de Fourier-Bessel. El objeto de este trabajo es analizar la convergencia en $L^p((0,1), w(x)\,dx)$, donde $w(x)$ es un peso potencial, de las medias de Bochner-Riesz de orden δ para las series de Fourirer-Bessel.

Las medias de Bochner-Riesz se definen, para $\delta > 0$, y para cada función apropiada f como

$$B_R^\delta(f, x) = \sum_{j\geq 1} \left(1 - \frac{s_j^2}{R^2}\right)_+^\delta a_j(f)\phi_j(x),$$

donde $R > 0$, $(1 - s^2)_+ = \max\{1 - s^2, 0\}$ y

$$a_j(f) = \int_0^1 f(r)\phi_j(r)\,dr.$$

Con el objetivo de analizar la convergencia con pesos del operador B_R^δ obtenemos condiciones necesarias y suficientes bajo las que se verifica la acotación uniforme

$$\|x^a B_R^\delta(f, x)\|_{L^p((0,1),dx)} \leq C\|x^A f(x)\|_{L^p((0,1),dx)}.$$

Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, Edificio J. L. Vives, Calle Luis de Ulloa s/n, 26004 Logroño, España