

ESTADÍSTICA AVANZADA PARA ACTUARIOS y MODELOS DE SUPERVIVENCIA.
Febrero, 2011.

APELLIDOS _____ NOMBRE _____

1.- A partir de las tablas de mortalidad adjuntas correspondientes a las generaciones de 1974, 1977 y 1982. Calcula: a) $44q_{30}$ generación 1982; b) La probabilidad de que una persona de 37 años de la generación de 1974 viva al menos 15 años, pero no más de 40; c) La probabilidad de que de un grupo con edades 31, 35 y 38, de las generaciones de 1982, 77 y 74 viva a lo sumo un individuo durante los próximos 45 años. d) La probabilidad de que el grupo anterior se disuelva antes de 14 años por causa de A o de C . (0.25+0.5+0.5+0.75)

2.- Considera un colectivo cuya función de supervivientes sigue la 1^a ley de Makeham: $\ell(x) = KS^x g^{C^x - 1}$, con $K > 0$, $C > 0$, $0 < S < 1$ y $0 < g < 1$. Calcula a) K , b) tqx , c) Utilizando el método de las sumas de King y Hardy, obtén estimaciones para C , y S y g , sabiendo que la suma de $ln p_{nx}$ entre las edades de 11 a 40 años, de 41 a 70 años y de 71 a 100 años son respectivamente -0.04493824, -0.34568603 y -6.10614060 (0.25+0.5+1)

3.- Considera un individuo A de 34 años de la generación de 1982 que suscribe un seguro de supervivencia de un millón de euros a 38 años. a) A partir de unas tablas recargadas al 2.5% de riesgo y un $l_0 = 5000$ ¿Qué prima de riesgo única pagará por el seguro suscrito, si se supone un tipo de interés técnico del 3.5%? b) Considera una cartera compuesta por 1000 sujetos similares a A que además suscriben un seguro de fallecimiento de cien mil euros. Si las primas de vida y muerte se calculan de modo independiente con tablas recargadas como en el apartado anterior y admites que el tipo de interés es nulo. ¿Cuál es el riesgo, medido en probabilidad, de que la compañía no pueda hacer frente a los compromisos asumidos con los recursos captados a partir de las primas de riesgo? (0.75+1.25)

4.- De las estadísticas de determinado país un actuario obtuvo para las mujeres los siguientes datos:

Variable	Período	Valor
Fallecidas 68 años-Nacidas 1930	1999	534
Fallecidas 68 años-Nacidas 1931	1999	514
Fallecidas 69 años-Nacidas 1929	1999	565
Fallecidas 69 años-Nacidas 1930	1999	550
Fallecidas 69 años-Nacidas 1930	2000	576
Fallecidas 69 años-Nacidas 1931	2000	555
Población mujer con 68 años	1-10-1999	143.702
Población mujer 69 años	1-10-1999	140.421

Suponiendo un esquema demográfico cerrado ¿Qué estimación obtendrías para q_{69} ? (1.25)

5.- La variable aleatoria $X =$ número de exposiciones al riesgo hasta observar r siniestros, se admite que sigue una distribución binomial negativa con probabilidad p de sufrir el siniestro en cada exposición al riesgo. Si se conoce que $E(X)=40$ y que $V(X)=760$. a) Obtén los valores de r y p ; b) Calcula $P(X \leq 1)$. (0.5+0.25)

6.- La distribución de una variable aleatoria X se admite que sigue una distribución logNormal con parámetros $\mu = 2$ y $\sigma^2 = 4$. Calcula a) $P(X \leq 14)$; b) $P(X \leq 0)$ (0.5+0.25)

7.- Admite que para una persona de la generación de 1977 se conoce que $14e^{0.38} = 13.95$ años. a) ¿Cuántos años vivirá por término medio una persona de 38 años de esa generación que fallece antes de cumplir los 52 años? b) ¿Qué prima de riesgo única aproximada pagará una persona de 38 años por un seguro de 100000€ de fallecimiento a 14 años, pagadero cuando se produzca la contingencia, suponiendo tipo del 3%? (0.75+0.75)

Extracto de tabla de mortalidad
para las generaciones 1982, 1977 y 1974.

Edad	1982	1977	1974
0	100000	100000	100000
1	99459	99193	98974
2	99417	99130	98894
3	99387	99085	98837
4	99367	99056	98800
5	99349	99029	98766
6	99334	99008	98739
7	99322	98989	98715
...
30	98981	98537	98180
31	98961	98510	98149
32	98941	98484	98118
33	98922	98460	98090
34	98904	98437	98063
35	98886	98413	98034
36	98865	98385	98002
37	98843	98357	97969
38	98822	98329	97937
39	98800	98301	97903
40	98779	98273	97871
41	98754	98241	97833
42	98730	98210	97798
43	98703	98176	97757
44	98675	98139	97714
45	98645	98101	97670
46	98612	98058	97621
47	98579	98016	97571
48	98543	97970	97519
49	98507	97924	97465
50	98464	97869	97402
51	98417	97809	97332
52	98364	97741	97254
53	98310	97673	97175
...
70	96522	95397	94549
71	96328	95150	94265
72	96111	94876	93949
73	95874	94575	93604
74	95607	94238	93215
75	95311	93862	92784
76	94979	93443	92303
77	94608	92974	91764
78	94191	92448	91161
79	93728	91864	90492
80	93210	91213	89746
81	92623	90475	88903
82	91923	89606	87917
83	91112	88611	86796
84	90153	87449	85497
...

Extracto de la función de
distribución de una normal tipificada.

z	F(z)	z	F(z)
0.00	0.5000
0.01	0.5040	1.61	0.9463
0.02	0.5080	1.62	0.9474
0.03	0.5120	1.63	0.9484
0.04	0.5160	1.64	0.9495
...	...	1.65	0.9505
0.19	0.5753	1.66	0.9515
0.20	0.5793	1.67	0.9525
0.21	0.5832	1.68	0.9535
0.22	0.5871	1.69	0.9545
0.23	0.5910	1.70	0.9554
0.24	0.5948	1.71	0.9564
0.25	0.5987	1.72	0.9573
0.26	0.6026	1.73	0.9582
0.27	0.6064	1.74	0.9591
0.28	0.6103	1.75	0.9599
0.29	0.6141	1.76	0.9608
0.30	0.6179	1.77	0.9616
0.31	0.6217	1.78	0.9625
0.32	0.6255	1.79	0.9633
0.33	0.6293	1.80	0.9641
0.34	0.6331	1.81	0.9649
...	...	1.82	0.9656
0.68	0.7517	1.83	0.9664
0.69	0.7549	1.84	0.9671
0.70	0.7580	1.85	0.9678
0.71	0.7611	1.86	0.9686
0.72	0.7642	1.87	0.9693
0.73	0.7673	1.88	0.9699
0.74	0.7704	1.89	0.9706
0.75	0.7734	1.90	0.9713
0.76	0.7764	1.91	0.9719
0.77	0.7794	1.92	0.9726
0.78	0.7823	1.93	0.9732
0.79	0.7852	1.94	0.9738
0.80	0.7881	1.95	0.9744
0.81	0.7910	1.96	0.9750
0.82	0.7939	1.97	0.9756
0.83	0.7967	1.98	0.9761
0.84	0.7995	1.99	0.9767
0.85	0.8023	2.00	0.9772
0.86	0.8051	2.01	0.9778
0.87	0.8078	2.02	0.9783
0.88	0.8106	2.03	0.9788
...	...	2.04	0.9793
1.25	0.8944	2.05	0.9798
1.26	0.8962	2.06	0.9803
1.27	0.8980	2.07	0.9808
1.28	0.8997	2.08	0.9812
1.29	0.9015	2.09	0.9817
...