

TEMA 2: Estimación de probabilidades brutas: Población general.

- Demografía y población.
- Grupos demográficos: concepto y clasificación.
- Análisis demográfico. Análisis longitudinal y transversal.
- Esquema de Lexis.

---

### Demografía y población.

Se entiende por *población*, en Demografía, todo conjunto de individuos, constituido de forma estable que está ligado por vínculos de reproducción y viene identificado y delimitado por características geográficas, políticas, religiosas, étnicas y/o jurídicas. Es pues, toda colectividad, que pudiendo ser diferenciada por determinadas características, tiende a perpetuarse, aunque no eternamente, creando vínculos de reproducción que ligan a padres e hijos.

No caben, pues, colectivos ocasionales, como los asistentes a un espectáculo, ni colectivos definidos por alguna característica común como la titulación académica o el tipo de trabajo. Estos colectivos no son objeto de atención del demógrafo, aunque sí podrían serlo del actuario.

Así, a partir de esta definición de población se podría decir que la demografía es la disciplina encargada de estudiar aquellos procesos que inciden en la formación, la conservación y la desaparición de las poblaciones; cuestiones relativas, por lo tanto, a por los procesos de fecundidad, mortalidad y migración. Podemos, en consecuencia, considerar a la demografía como la ciencia que se encarga de analizar cómo la evolución de la natalidad, la mortalidad y los movimientos migratorios afectan y modifican las poblaciones.

Ahora bien, con esta definición de demografía sólo estamos captando la componente dinámica de la disciplina, que permitiría catalogar las poblaciones como estacionarias, crecientes, decrecientes o mixtas. Sin embargo, la demografía también manifiesta una componente estática muy notable que hace referencia al estudio de la forma y distribución que una población presenta en un momento determinado. De hecho, es la combinación de la **estructura estática** que en un momento presenta la población y de las **componentes dinámicas** la que determina los tipos, las formas, la velocidad y el modo de las modificaciones poblacionales

### Grupos demográficos: concepto y clasificación

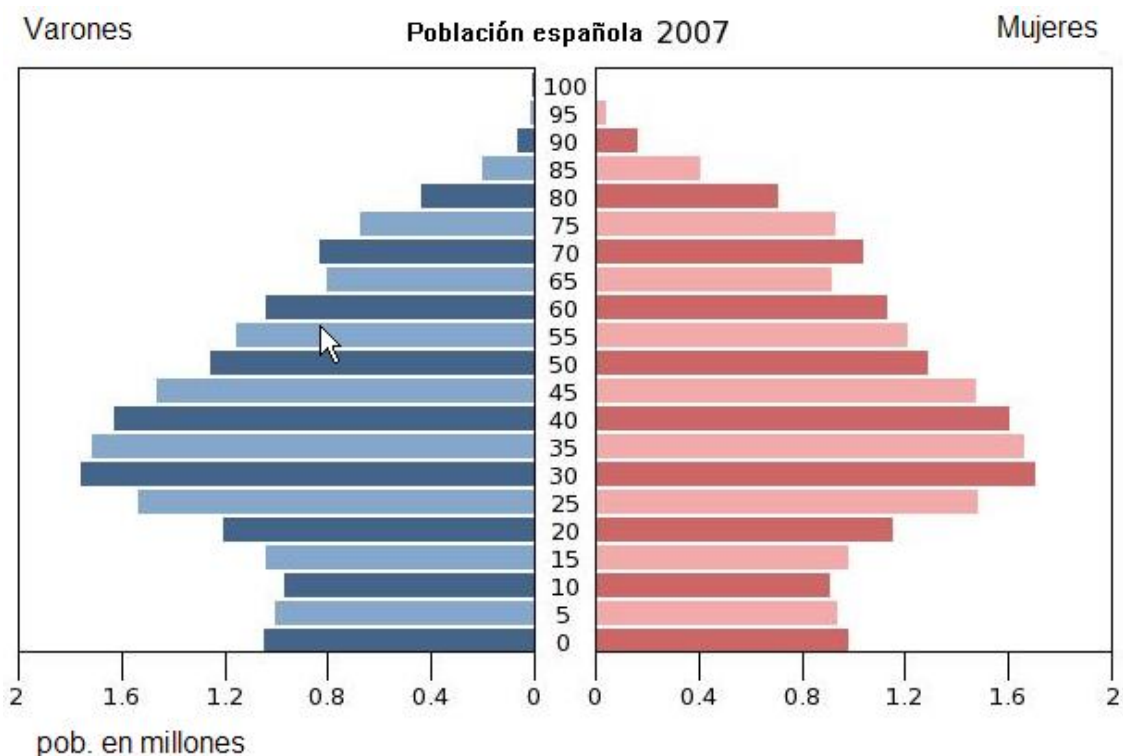
Toda población está integrada por *unidades básicas* -los individuos que la componen- y por elementos compuestos -la pareja, el núcleo familiar, la familia, la comunidad, etc.-.

Como es bien sabido, tomar al ser humano como objeto de estudio conlleva la posibilidad de ser estudiado en función de innumerables características y según las cualidades propias de los diferentes estados en que se

encuentra. La conjunción de todas las características, entre ellas las socioeconómicas y las biofísicas permiten construir un perfil individual de cada sujeto analizado.

El número, la variedad y la diversidad de sujetos existentes hacen imposible un estudio y análisis individualizado de cada uno de ellos considerando *todas* sus variables, por lo que los individuos se suelen agregar en grupos y categorías atendiendo a una característica o conjunto de características comunes. Así es costumbre llamar **grupo demográfico** a todo conjunto de personas que presentan una o varias *características comunes* y que a la vez sirven de elementos diferenciadores respecto al conjunto completo de individuos.

De la enorme cantidad de agrupaciones que pueden concebirse, las que presentan mayor nivel de interés para el demógrafo y, también, para el actuario de seguros de vida, son aquellas cuyas variables “caracterizadoras” de agrupación son la *edad* y /o el *sexo*. De hecho, el demógrafo habitualmente presenta las poblaciones mediante pirámides de edad (en realidad de edad-sexo), es decir, gráficos que consisten en dos histogramas, uno para cada sexo, de los grupos de edad o cohortes poblacionales rotados 90 grados y unidos por el eje que representa la edad:



Fuente: elaboración propia a partir de INE, Instituto Nacional de Estadística. Revisión del Padrón municipal 2006. Población por sexo, comunidades y provincias y edad

En efecto, la estructura por edad es de interés primordial para el demógrafo dado que tanto la fecundidad y la mortalidad, pero también la

propensió a emigrar, dependen en gran medida de la edad. La fecundidad està limitada por la edad en que la mujer es fèrtil; las probabilidades de supervivencia o fallecimiento varían con la edad y con el sexo; mientras que, la intensidad de las migraciones se concentra básicamente en ciertas edades.

No sólo al demógrafo le interesa el ciclo vital. También muchas variables económicas están fuertemente condicionadas por la edad, como, por ejemplo, el consumo. Así, asociado al ciclo vital podemos hablar de ciclo de consumo. De manera que si consideramos a la unidad familiar como unidad de consumo, podríamos distinguir distintos hábitos de consumo según el momento del ciclo vital en que se encuentre.

De forma que vemos que el conocimiento de la estructura y evolución de la población, por edad y sexo, y también por estado civil, es primordial no sólo para el demógrafo, sino también para el economista, por ejemplo. Su conocimiento es fundamental para conocer y determinar cuáles serán los servicios más demandados en el futuro, para prever cuales serán los negocios con mayores posibilidades de ser rentables y para adecuar las políticas de inversión e infraestructuras actuales a las necesidades futuras.

También relacionada con la edad nos encontramos dos divisiones o agrupaciones de las poblaciones de gran utilidad, la clasificación de los individuos en *cohortes* y la división en *generaciones*. El concepto de cohorte se usa para definir grupos de personas identificadas por un acontecimiento común vivido en un mismo período. El más común es aquel que agrupa a los individuos según una edad o intervalo de edad en un momento determinado -la elaboración del censo o catastro- en el que, por ejemplo, se basan las representaciones gráficas de las pirámides poblacionales. El concepto de generación, que en cierto sentido puede ser contemplado como un caso particular de cohorte, agrupa a los individuos según un mismo período de nacimiento, generalmente un año del calendario. Por ejemplo, la generación de 1980 comprendería al conjunto de individuos nacidos en tal año. De modo que se tiene que sobre todos los miembros de una misma generación influyen los condicionamientos externos aproximadamente a la misma edad.

Por otro lado, aunque no hay duda de que gran parte de los eventos demográficos son manifestaciones de procesos biológicos, es evidente que no sólo dependen de éstos. La interdependencia entre fenómenos demográficos y socioeconómicos es también evidente. Así, por ejemplo:

- (i) la fecundidad viene condicionada, entre otros, por factores culturales y religiosos y por el conocimiento y el acceso a métodos anticonceptivos;
- (ii) la mortalidad y su incidencia por edad y sexo están fuertemente correlacionadas con el tipo de alimentación, con el nivel de higiene

- individual y colectivo, con la tecnología médica existente y su nivel de difusión, con el nivel económico de los individuos, etc; y,
- (iii) los movimientos migratorios dependen en buena medida de las oportunidades de trabajo y del nivel socioeconómico del individuo. De modo que encontramos que factores sociales y naturales coexisten, incidiéndose mutuamente y condicionando los fenómenos demográficos.

Sin embargo, esta interacción no se da en un único sentido, sino que es bidireccional. Consideremos, por ejemplo, la incidencia que un mayor o menor índice de fecundidad puede tener sobre la vida familiar o sobre la tasa de participación de la mujer en el mercado laboral, las repercusiones socioeconómicas de los movimientos migratorios o la influencia que el crecimiento de la población tiene sobre el consumo, la inversión o el mercado laboral, entre otras.

Si para el demógrafo y el economista la estructura por edades de los individuos que componen una población es importante, *para el actuario la edad del individuo* es la característica de mayor relevancia, al ser la variable principal que sirve para fijar la prima del seguro. De hecho, para el actuario de seguros de vida no tiene sentido ninguna clasificación en grupos demográficos que no tome en consideración la edad de los individuos. Es más, diremos que estamos ante un grupo demográfico **genérico** cuando la única característica relevante es la edad de las personas que integran el grupo (aunque habitualmente también se considera el sexo). Y diremos, en cambio que estamos ante un grupo demográfico **específico** cuando tengamos en cuenta, además de la edad, otras características diferenciadoras, como pueden ser la profesión, el estado civil, el nivel de estudios, el nivel de ingresos, la zona de residencia, etc.

Otra división importante para el actuario es la que se realiza entre grupos **seleccionados** y **no seleccionados**. Diremos que el grupo es seleccionado cuando de entre los individuos que cumplen determinadas características se escogen aquellos que superan cierta prueba o pruebas particulares, por ejemplo, haber superado una revisión médica. Por su parte, diremos que el grupo es no seleccionado cuando los individuos que lo integran no han pasado ningún tipo de criba. De hecho, debido a que habitualmente para suscribir por primera vez una póliza de seguro de vida la compañía suele someter a los candidatos a una revisión médica o a la superación de un cuestionario exploratorio, ocurre que cuando se comparan mortalidades de individuos de la misma edad pero con distintas antigüedades en su seguro (duraciones desde la entrada en la aseguradora), se observa que aquellos que acaban de entrar presentan tasas de mortalidad ligeramente inferiores a las de aquellos individuos que llevan más tiempo asegurados. Es decir, cuando se calculan las probabilidades de supervivencia por edad,  $x$ , y duración,  $d$ ,  ${}_d p_x$ , se observa que para una edad fija,

la probabilidad de supervivencia es ligeramente superior para los individuos con duraciones muy bajas:  ${}_d p_x > {}_{d'} p_x$ , cuando  $d > d'$  y  $d = 0,1,2,3,4$ . Este efecto conocido como *efecto de período de selección* presenta, no obstante, un período de vigencia relativamente escaso, alrededor de 3 años, con una disminución progresiva de las diferencias a medida que se incrementa el período de duración.

Finalmente, otra importante cualidad que conviene destacar cuando se constituyen grupos demográficos, de especial transcendencia cuando se pretenden calcular las probabilidades de supervivencia y mortalidad del grupo, es la consideración del grupo como *abierto* o *cerrado*. Se dice que un grupo es abierto cuando éste permite la entrada o salida del mismo de nuevas personas una vez cumplen, o dejan de hacerlo, las características requeridas para ser considerados miembros del grupo. Por otro lado, se dice que un grupo es cerrado cuando sólo se contempla la posibilidad de salidas del grupo y no de entradas. Por ejemplo, considérese una situación en la que un actuario desea determinar las probabilidades de fallecimiento y supervivencia por edades utilizando para ello los datos históricos de asegurados de su propia compañía. El actuario puede optar entre tomar un grupo de asegurados y estudiarlo hasta su extinción, con salidas del grupo por defunción o por baja en el seguro, o por considerar que el grupo es abierto y que se pueden producir nuevas incorporaciones por altas en la aseguradora.

#### **Análisis demográfico. Análisis longitudinal y transversal.**

Los registros demográficos de los países con sistemas estadísticos desarrollados elaboran, mediante series temporales más o menos homogéneas, un recuento anual de los acontecimientos demográficos de cada año. Así, se dispone, entre otros elementos, del número de fallecimientos por edad y por causa de defunción, del número de matrimonios por edad de los cónyuges, del número de nacimientos según edad de la madre, del número de inmigrantes y emigrantes por edades y de la pirámide poblacional correspondiente a ese año.

Esta información podría ser utilizada para calcular y estimar las tasas de nupcialidad, de fecundidad o de mortalidad en cada grupo de edad. Sin embargo, una pirámide poblacional está constituida por la agregación de muchas generaciones, cada una de ellas con una historia demográfica, cultural, biofísica y socioeconómica propia. Por lo que cada una de las generaciones ha vivido unos determinados condicionamientos que sin duda influyen en su momento presente y en su desarrollo futuro. De hecho, el comportamiento demográfico (nupcialidad, movilidad, fecundidad, mortalidad, etc.) de cualquier individuo a una edad determinada nunca es independiente de aquello que ha vivido con anterioridad. Por ejemplo, si estudiamos la mortalidad -el comportamiento menos vinculado a la voluntad del individuo- encontramos que el calendario y ritmo de fallecimiento de una generación no es independiente de las condiciones y el entorno que ha acompañado la vida de la misma.

Así, vemos que si deseamos analizar la mortalidad para cada grupo de edad, podemos utilizar dos estrategias distintas:

Por un lado, se pueden considerar un colectivo de nacidos y realizar sobre ellos un seguimiento temporal hasta su extinción que permita determinar el modo y el momento de defunción de cada uno de los individuos. La ventaja de este tipo de análisis radica en que todos los miembros de esta generación han estado expuestos, a lo largo del tiempo, a las mismas circunstancias 'ambientales', es decir, han vivido aquellos elementos externos que han podido marcar su vida a la misma edad y en parecidas circunstancias. Todos ellos habrán dispuesto de remedios médicos de similar eficiencia o se habrán beneficiado de los posibles progresos científico-técnicos a la misma edad; o todos ellos habrán padecido guerras, epidemias, penurias alimenticias o momentos de prosperidad con igual edad. En resumen, *la generación constituye un grupo homogéneo* en lo que se refiere a la influencia del ambiente externo. Las desventajas de este tipo de análisis son evidentes. Entre ellas destaca la necesidad de disponer de series demográficas largas, de al menos cien años, lo suficientemente homogéneas y detalladas como para permitir elaborar un análisis detallado y pormenorizado de los individuos que nos posibilite realizar un seguimiento temporal adecuado de los mismos.

Por otra parte, el segundo procedimiento para estudiar la ley de mortalidad consistiría en analizar el riesgo de muerte de la población contemporánea a partir de en la pirámide de población, la cual está constituida por 100 o más generaciones distintas en el momento presente, mediante la comparación entre el número de sobrevivientes y el número de defunciones en el año para cada edad. Se trataría pues de elaborar la curva de probabilidades de muerte, según la edad, uniendo las probabilidades de muerte que poseen los recién nacidos actuales -los cuales disfrutaban de los conocimientos médicos, pediátricos y de nutrición del momento-, con las probabilidades que poseen los supervivientes nacidos 1, 2, 3, y hasta 100 o más años antes. Estamos, por tanto, yuxtaponiendo probabilidades de generaciones que son portadoras de experiencias diversas: la generación de nacidos, por ejemplo, durante la postguerra cuya malnutrición infantil puede revelarse actualmente en mayores probabilidades de defunción, con la generación de nacidos durante la democracia que han disfrutado de niveles de bienestar superiores y de mejores adelantos científico-técnicos, aunque han conocido enfermedades nuevas como el SIDA o, más recientemente, la COVID o a han estado expuestos a mayores niveles de emisiones potencialmente cancerígenas. La ventaja de este método de estimación de la ley de mortalidad es, no obstante, evidente: el disponer de estadísticas todas ellas referidas a un mismo período anual (número de supervivientes y de defunciones por edad) garantiza que los datos sean homogéneos y que no se produzcan cortes o pérdidas en la información por tener que realizar el seguimiento de series demográficas muy largas.

En cuanto al nombre que reciben estas distintas aproximaciones a la estimación de las leyes de mortalidad de una población, encontramos que la primera de las estrategias recibe el nombre de *análisis longitudinal*, por generación o por cohortes, dado que en ella se sigue el desarrollo de los acontecimientos de un colectivo de individuos a lo largo de su vida de forma longitudinal. Por otra parte, el segundo de los procedimientos se denota como *análisis transversal* o de momento, pues mide un conjunto de individuos contemporáneos entre sí pero pertenecientes a diferentes generaciones, realizando un análisis que atravesase todas las generaciones en un momento dado.

### Diagrama de Lexis.

En el transcurso del tema se ha puesto de manifiesto el importante papel que juega la edad en los análisis demográficos y actuariales, siendo, de hecho, la variable básica sobre la que descansan desarrollos posteriores. Ahora bien, ¿sabemos medir la edad de los individuos? De hecho, la edad puede ser medida de modos diversos, entre ellos estarían:

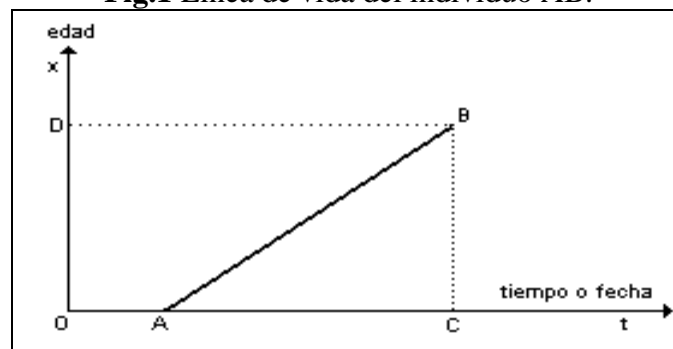
- a) Expresar la edad en años cumplidos, es decir, el número de años completos vividos por el individuo tras su nacimiento. Así una expresión como “tengo 21 años” representa que la persona ya ha celebrado su veintiún cumpleaños, de forma que el individuo puede tener cualquier edad comprendida entre 21 años exactos y 22 años menos un instante. Esta es de hecho la forma en que hoy en día expresamos habitualmente la edad que tenemos.
- b) Expresar la edad en años iniciados. En este caso, la misma persona del ejemplo anterior diría “tengo 22 años”, queriendo significar que tras haber superado el 21 cumpleaños ha iniciado su vigésimo segundo año de vida, pudiendo, por tanto, estar su edad comprendida entre 21 años ya cumplidos y 22 años menos un instante.
- c) Otra alternativa consistiría en expresar la edad redondeándola al aniversario más próximo. De forma que si un individuo utilizará la expresión “tengo 21 años” el día 31 de diciembre del año, estaría indicando que la fecha de su 21 cumpleaños estaría situada entre el 1 de julio del año en curso y el 30 de junio del año siguiente, es decir, su edad estaría comprendida entre 20 años y medio y 21 años y medio. De hecho la edad así calculada se conoce como edad actuarial del individuo.
- d) Otra posibilidad puede consistir en indicar la edad mediante un intervalo, cuyos límites representasen las edades en años entre las que se encuentra el individuo. Así, la forma de expresar la edad para persona que ha celebrado su 21 aniversario pero que no ha cumplido todavía los 22 años sería mediante: 21-22.

- e) Finalmente, otra opción podría ser la de medir la edad de un individuo como diferencia entre el año de nacimiento y el año actual. De forma que un individuo nacido en cualquier momento de 1980 respondería a lo largo del año 2001 con “tengo 21 años”, cuando en realidad su edad podría estar comprendida entre 20 años y 22 años menos un instante.

Así las cosas, no debería sorprender que se hayan creado mecanismos que posibiliten una representación de los individuos y de los fenómenos demográficos en el tiempo que eviten este tipo de confusiones y permitan situar adecuadamente los acontecimientos en el tiempo y en las edades correctas. Entre ellos destaca el diagrama de Lexis, el cual debe su nombre al estudioso alemán que lo adoptó en el siglo XIX para ilustrar los procedimientos de cálculo de la tabla de mortalidad.

La lógica del diagrama de Lexis se basa en que todo individuo puede ser situado en el tiempo por los dos puntos que lo mejor lo delimitan: el momento del nacimiento y el de la muerte. Se puede, por tanto, identificar a cada individuo mediante dos puntos en un espacio bidimensional, donde las abscisas (o eje de las  $x$ ) mide el tiempo  $t$  y las ordenadas (el eje de las  $y$ ) la edad  $x$ , ver la figura

**Fig.1** Línea de vida del individuo AB.



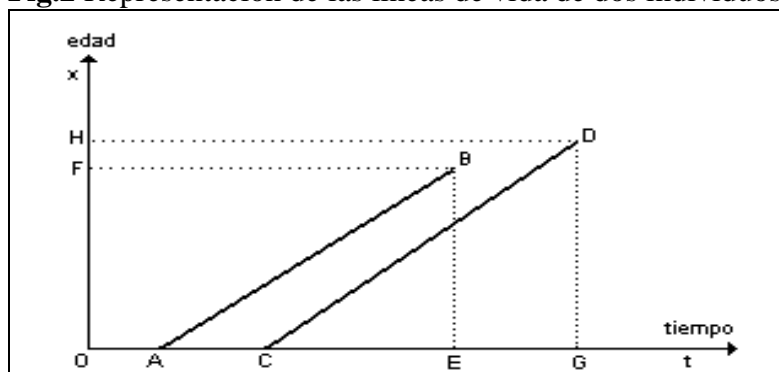
La persona representada en la figura 3.1 nace en A y muere en B, estando su vida definida por el segmento, que denotaremos mediante línea de vida, AB, el cual forma un ángulo de  $45^\circ$  con el eje de abscisas. El tiempo físico o de calendario durante el cual habrá transcurrido la vida del individuo AB, desde el nacimiento en A hasta la muerte en B, se identifica con el segmento AC la longitud de este segmento que es igual a la del segmento OD que representa la edad al morir del individuo representado.



Se tiene, por tanto, que todo individuo vivo o que haya vivido puede ser representado en el sistema de coordenadas definido, donde el eje de abscisas tiene una longitud teórica de varios millones de años y el de ordenadas tiene una longitud máxima de  $\omega$  años, donde  $\omega$  representa la edad máxima que puede alcanzar el ser humano, que a efectos prácticos se situaría en poco más de 100 años.

En la figura anterior únicamente se ha representado un individuo y nos ha servido para familiarizarnos e ir entendiendo la lógica de la representación; a continuación, y antes de introducir una representación más compleja en la que tengamos identificados al conjunto de individuos del grupo sometido a estudio, analicemos una figura en la que se han representado dos individuos el individuo AB y el CD.

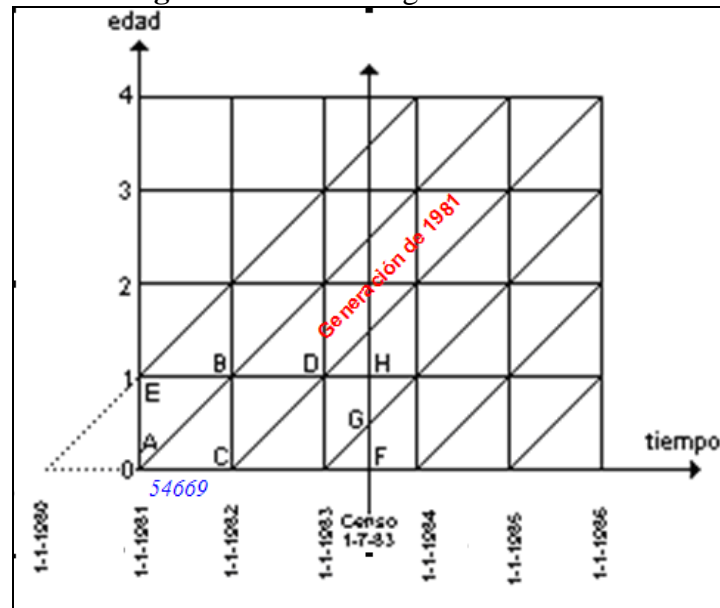
**Fig.2** Representación de las líneas de vida de dos individuos.



Comparando las líneas de vida de ambos individuos podemos deducir, entre otras consideraciones, las siguientes: (i) AB nace antes que CD, siendo la distancia temporal entre las fechas de nacimiento igual a la longitud del segmento AC; (ii) AB muere antes que CD, exactamente una distancia temporal igual a EG; (iii) La edad de muerte de CD es mayor que la de AB, exactamente FH años; (iv) La longitud del segmento FH es exactamente igual a la diferencia entre las longitudes de los segmentos EG y AC.

En la siguiente figura (Fig. 3) se presenta un diagrama más complejo, provisto de fechas y años de edad, que representa una parte de lo que entenderemos por diagrama de Lexis. En esta figura, el espacio cartesiano se ha dividido en cuadrículas delimitadas por los años de edad exactos y por las fechas que identifican el inicio de cada año. Atravesando las cuadrículas sobre sus diagonales se han trazado una serie de segmentos oblicuos, de forma que cada pareja de estos segmentos delimita el grupo de líneas de vida pertenecientes a una generación, es decir, el conjunto de nacidos en un determinado año del calendario. De modo que, por ejemplo, entre la línea que pasa por los puntos A y B y la que pasa por los puntos C y D tendríamos que discurrirían las líneas de vida correspondiente a los nacidos en el año 1981.

Fig.3 Extracto de Diagrama de Lexis.



Si suponemos que el esquema está referido a la Comunidad Valenciana, tendríamos que el número de líneas de vida que arrancarían en el segmento AC sería de 54.669 —al ser este el número de nacimientos que se registraron en 1981 en la Comunidad Valenciana—; líneas que identificamos con el segmento AC, al ser imposible trazar de forma individualizada.

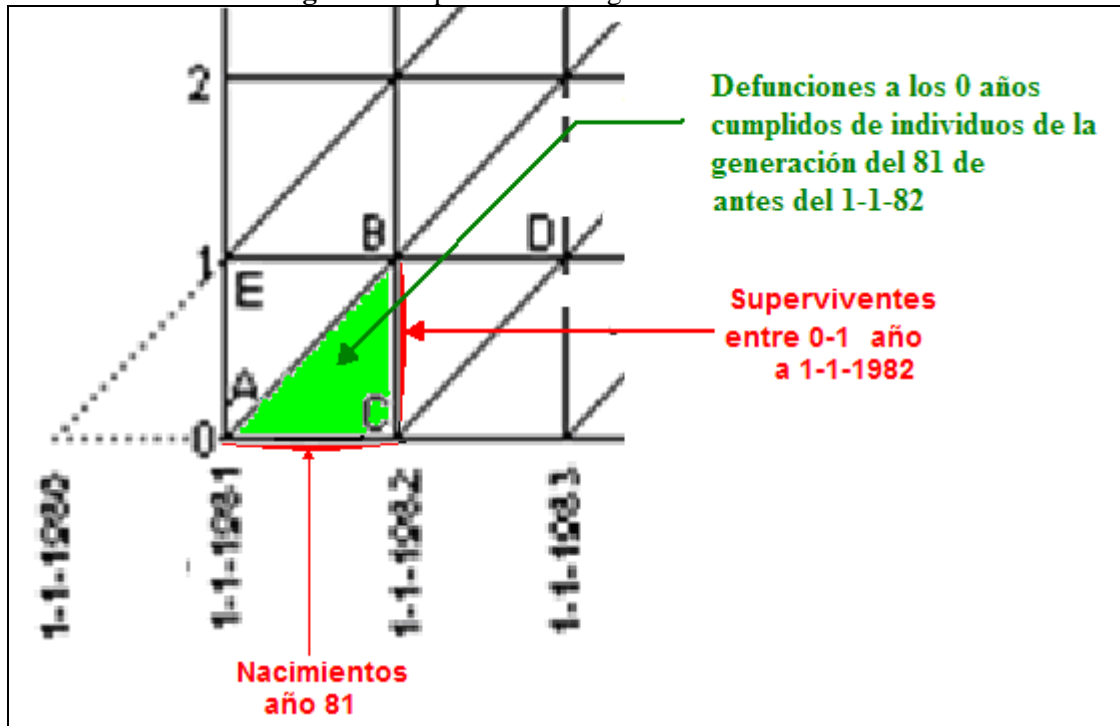
Esta alegorización es, de hecho, habitual del esquema de Lexis, dónde **identificaremos cada segmento horizontal o vertical con el conjunto de las líneas que lo atraviesan** —en el caso del segmento AC sería más adecuado decir que lo tienen por origen. De forma que, por ejemplo, se tendría que de los nacidos en 1981 llegarían con vida a final de año (a 31 de diciembre) un número igual al de líneas que intersectan BC, número que identificamos con tal segmento y que, necesariamente, deberá ser menor o igual que AC dado que algunos individuos habrán fallecido<sup>1</sup> en el intervalo que va desde su nacimiento hasta final de año.

De modo que si en este punto se adopta otra de las figuraciones del esquema de Lexis, que es la de **identificar las superficies con el número de líneas de vida que acaban en ella**, se tendría que identificaríamos al triángulo

<sup>1</sup> Obsérvese que estamos realizando la hipótesis implícita, a fin de simplificar la exposición, que estamos ante un sistema demográfico cerrado, es decir, excluidos movimientos migratorios. De forma que no puede haber una entrada o un inicio de línea de vida que no provenga de un nacimiento o una salida, un final de línea de vida, que no sea consecuencia de un fallecimiento.

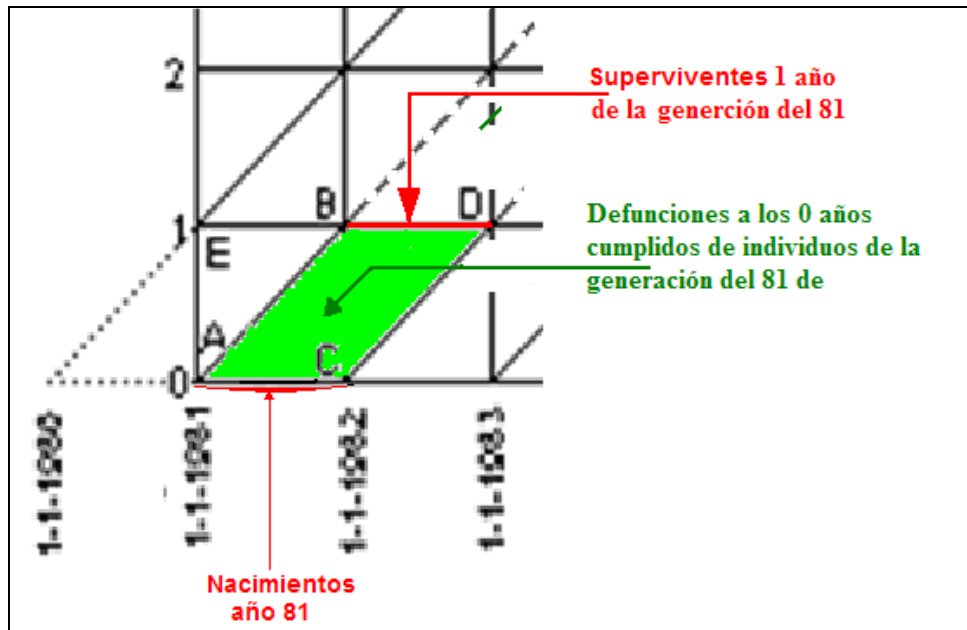
ABC con el número de fallecimientos acaecidos antes del 1 de enero de 1982 entre los nacidos en 1981, por lo que se verificaría que  $AC - BC = ABC$ .

Figura 4. Ampliación de diagrama de lexis



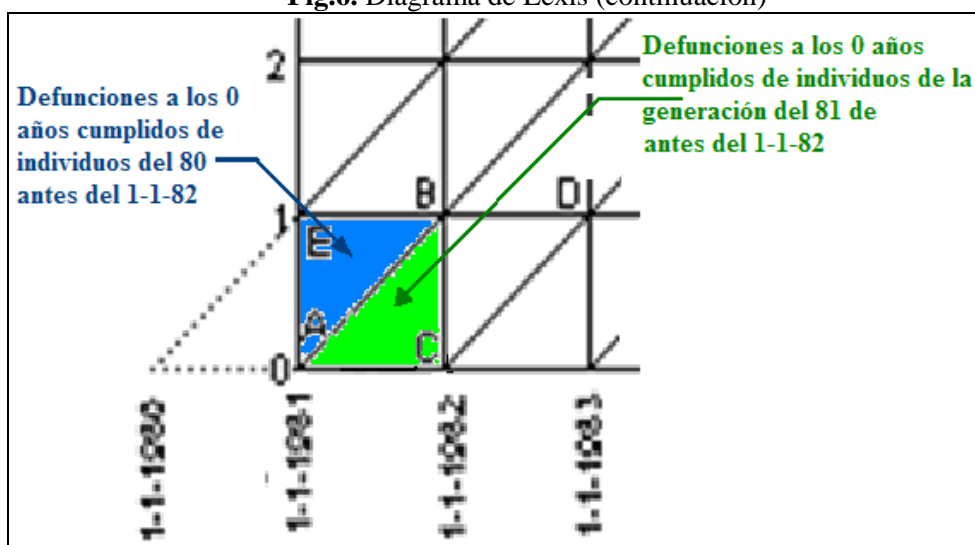
Continuando con el razonamiento, podríamos decir que BD representa el número de nacidos en 1981 que alcanza su primer aniversario y que  $BD = AC - ABCD$ , siendo además  $ABCD = ABC + CBD$ . (ver Fig.5)

Fig.5. Diagrama de Lexis (continuación)



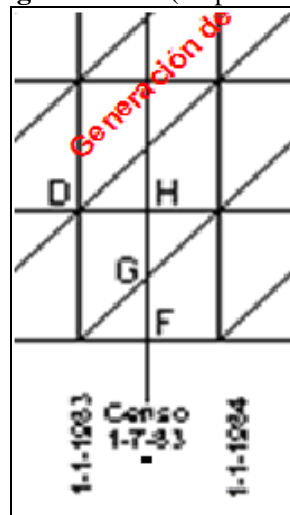
Observemos, por tanto, que cuando se esté analizando las estadísticas referidas, por ejemplo, a los fallecidos con cero años en 1981, el cuadrado AECB, se está en realidad contabilizando fallecimientos de individuos pertenecientes a dos generaciones diferentes, la de 1980 y la de 1981; mientras, que cuando contemplamos, por ejemplo, el número de muertos representados en el paralelogramo ABCD, tenemos que todos ellos tenían una edad entre 0 y 1 año en el momento de morir, que todos ellos habían nacido en la generación de 1981, pero que, sin embargo, quedan recogidos en las estadísticas de número de fallecidos de dos años diferentes, 1981 y 1982. Este tipo de consideraciones y distinciones será importante tenerlas presentes cuando abordemos el problema de la estimación de las tasas y probabilidades de muerte y supervivencia a una edad concreta.

Fig.6. Diagrama de Lexis (continuación)



Siguiendo con el análisis de las figuras 3,4,5,6, tenemos que las líneas horizontales representan a los individuos que tienen la misma edad, aunque en instantes diferentes, llamándose por ello **líneas de coetáneos**. Por ejemplo, la línea paralela al eje de abscisas que pasa por los puntos E y B representa al conjunto de individuos que en algún momento alcanzó el año de edad. Por su parte, las líneas verticales identifican a los individuos que en un momento dado están viviendo contemporáneamente y se denominan por ello **líneas de contemporáneos** o de **momento**, por ejemplo, los censos o catastros se representarían en el esquema de Lexis con este tipo de rectas. Por ejemplo, el segmento flecha situado a mitad de 1983, en la figura 3, representaría el censo elaborado en la Comunidad Valenciana a 1 de julio de ese año, el cual fue atravesado por (enumeró a) 3.710.458 líneas de vida (personas), entre los cero años y la edad máxima  $\omega$ . Asimismo, obsérvese, que la misma disquisición realizada entre generación, año de defunción y edad se puede realizar para los individuos vivos contabilizados en un momento concreto, como en un censo. Por ejemplo, el censo de 1 de julio de 1983 encuentra FH individuos vivos entre 0 y 1 año, aunque de ellos FG pertenecen a la generación de 1983 y GH a la de 1984.

Fig.7 D. Lexis (ampliación)



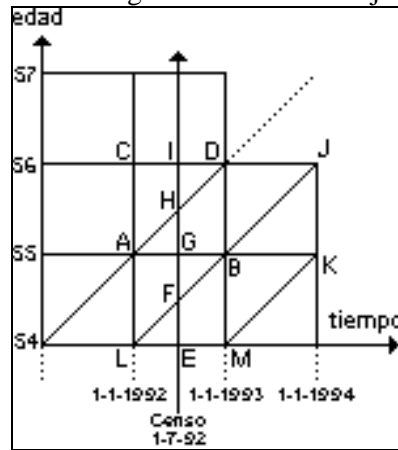
Por ejemplo, imaginemos que queremos calcular la probabilidad de que un hombre de 55 años no alcance su 56 aniversario, es decir, la probabilidad de muerte a los 55 años,  $q_{55}$ . Acudiendo a las estadísticas oficiales, y suponiendo que estamos en un sistema demográfico cerrado, encontramos que, si bien el movimiento natural de la población (nacimientos y defunciones) está disponible con frecuencia anual, los censos poblacionales se elaboran cada diez años, con datos, generalmente, referidos al punto medio del año censal. De forma que, podríamos esperar encontrar una información similar a la que se facilita en el

cuadro siguiente. La cuestión, por tanto, sería ¿Cómo a partir de esta información estimar la probabilidad pedida?

Datos del ejemplo.

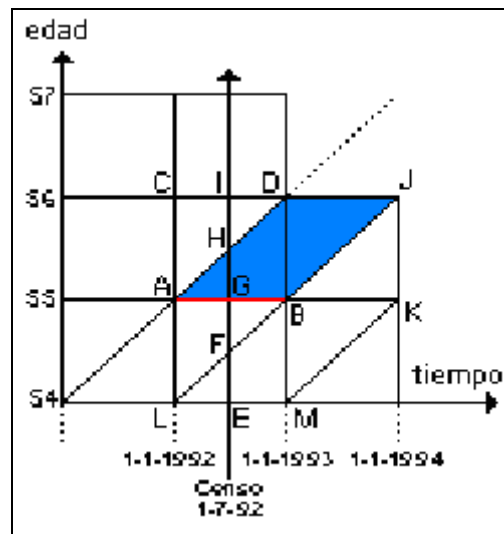
<i>Variable</i>	<i>Período</i>	<i>Valor</i>
Fallecidos 55 años	1992	270
Fallecidos 54 años	1992	210
Fallecidos 55 años	1993	286
Población con 55 años	1-7-1992	84.313
Población con 54 años	1-7-1992	87.121

Figura 8.- Diagrama de Lexis del ejemplo.



Representando la información en el diagrama de Lexis mediante la figura 8, tendríamos que ABCD representaría a los 270 fallecidos con 55 años en 1992, que ABLM identificaría a los 210 fallecimientos ocurridos con 54 años en 1992, que BDKJ representaría a los 286 hombres fallecidos e 1993 con 55 años, que GI es el número de hombres con 55 años a 1 de julio de 1992 y que EF identificaría a los 87.121 hombres que tenían 54 años el 1 de julio de 1992.

Fig.9. D. de Lexis del ejemplo (2)



Acudint a la formulació de Laplace sabem que la probabilitat d'un succeïment pot ser calculada com el cocient entre el nombre de casos favorables i el de casos possibles. De doncs se segueix que, la probabilitat del succeïment fallecer amb 55 anys d'edat, se podria obtenir com cocient entre el nombre d'exposats al risc (els homes amb 55 anys), com casos possibles, i el nombre de fallecides abans de complir els 56 anys, com casos "favorables". Cocient que, en el diagrama de Lexis, (fig.9) pot identificar-se com  $ABDJ$  dividit entre  $AB^2$ .

El problema, pués, se trasllada a aproximar estes quantitats a partir dels dades del quadre. Para lo qual, no obstant, es precisu realitzar una *hipòtesis* acerca de la distribució temporal dels fenòmens demogràfics. La hipòtesis en qüestió supone admitir que els acontecimientos demogràfics se distribuyen **uniformemente a lo largo del año**. Es decir, els naciments o les defuncions no se acumula en unos mesos determinats, sino que si, per exemple, a lo largo de un año se han producidos, per exemple, 5.000 naciments, aproximadament 2.500 se habrán registrado durante la primera mitad del año y los otros 2.500 en la segunda parte.

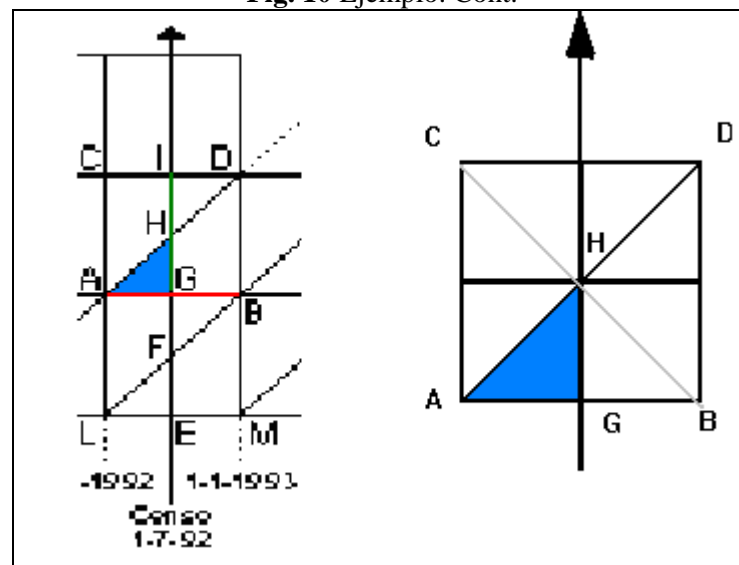
Con esta hipòtesis, el càlcul de  $ABDJ$  es ya sencillo. En efecto, de los 270 fallecides con 55 años en 1992,  $ABCD$ , aproximadament la mitad, 135 correspondrán a individuos que cumplieron los 55 años en ese año,  $ABD$ , y otros tantos a individuos que alcanzaron esa edad en 1991,  $ACD$ . Asimismo, de

<sup>2</sup> Obsérvese que no sería correcto definir esta probabilidad como  $ABCD$  dividit entre  $AB$ , dado que en  $ABCD$  se encuentran fallecides pertenecientes a dos generaciones diferentes, que pueden haber padecido índices de mortalidad infantil diferentes o epidemias distintas que se pueden manifestar muchos años después.

los 286 fallecidos con 55 años en 1993, BDKJ, aproximadamente 143 corresponden a individuos que alcanzaron los 55 años en 1992, BDJ. De forma que teniendo en cuenta que  $ABDJ = ABD + BDJ$ , tenemos que  $ABDJ$  es aproximadamente igual a 135 más 143, o sea, 278.

Por su parte, el cálculo de  $AB$  se complica debido al hecho de que la contabilización de la población se realizó a mitad de año<sup>3</sup>. Obsérvese que de los individuos contabilizados en el censo con 55 años sólo  $GH$ , la mitad, alcanzaron esa edad en 1992 (los restantes,  $HI$ , lo hicieron en 1991 con lo que pertenecerían a otra generación de nacimientos) y que éstos se corresponden con aquellos que habiendo cumplido los 55 años en 1992 permanecen con vida el primero de julio de 1992, es decir,  $GH = AG - AGH$ , y que, por un sencillo procedimiento geométrico  $AGH$  es igual a la cuarta parte de  $ADB$ , por lo que  $ADB$  es aproximadamente igual a  $33'75$  y de aquí  $AG = 84.313/2 + 33'75 = 42.190'25$ . El hecho de que tan sólo sea un cuarto y no la mitad se debe a los individuos que han cumplido los 55 años en 1992 antes del 1 de julio han nacido en media el 1 de abril, mientras que los que lo cumplen después del 1 de julio lo han hecho, en media, el 1 de octubre, de forma que un individuo medio del primer grupo 'vive' durante 9 meses 55 años en 1992 y uno del segundo grupo sólo 'vive' 55 años en 1992 durante 3 meses, de forma que la probabilidad de aparecer entre las estadísticas de fallecidos con 55 años en 1992 es tres veces superior para los del primer grupo que para los del segundo.

Fig. 10 Ejemplo. Cont.



<sup>3</sup> Si, por ejemplo, el dato en lugar de corresponder a 1-7-1992 correspondiese a 31-12-1992, tendríamos que la población de 55 años contabilizada correspondería con  $BD$  con lo que utilizando que  $BD = AB - ABD$  el cálculo de  $AB$  sería sencillo.



Asimismo, realizando un razonamiento análogo al anterior es fácil deducir que GB será igual a FG menos los individuos que teniendo 54 años a 1 de julio de 1992 y cumpliendo los 55 años en el segundo semestre del año fallecen antes de celebrar su 55 aniversario, es decir,  $GB = FG - FGB$ , de donde,  $GB = EG/2 + LAB/4$ , o sea,  $GB = 87.121/2 + (210/2)/4 = 43.486'75$ . Por tanto, como  $AB = AG + GB$ , se tiene que  $AB = 42.190'25 + 43.486'75 = 85.677$ .

Ahora ya estamos en condiciones de calcular la probabilidad de que un individuo con 55 años fallezca antes de cumplir los 56, que se obtendría a partir de la expresión:  $q_{55} = 278/85.677 = 0'00324474$ , probabilidad que podríamos comparar con la solución aparente del problema que habría consistido en dividir la población fallecida con 55 años en 1992 entre la población censada con 55 años a 1 de julio de ese mismo año, que daría como resultado 0'00320235. *Aparentemente, ambos valores no difieren demasiado debido a que a los 55 años las probabilidades de fallecimiento no son todavía muy significativas y a que la población se ha contabilizado a mitad de año, de hecho, para edades con mayor intensidad de mortalidad y con datos referidos al principio o final de año las diferencias encontradas serían más evidentes.* No obstante, si tenemos en cuenta que estos valores se multiplican por cantidades millonarias para fijar las primas y que son miles el número de personas aseguradas, no deberíamos desdeñar las pequeñas diferencias encontradas.

Aún con parecer complicado el cálculo anterior, no se ha de perder de vista que hemos tratado con un ejemplo simplificado en el que no se han tenido en cuenta los *movimientos migratorios*, cuya incorporación habría supuesto la realización de pequeños retoques a fin de corregir las distorsiones en el número de casos “favorables” y en el número de expuestos al riesgo que la movilidad de la población pueda introducir sobre los calculados anteriormente.

Para finalizar con este apartado conviene matizar que si bien hemos introducido el esquema de Lexis para simbolizar y representar la evolución vital de los individuos desde su nacimiento hasta su fallecimiento con el objetivo de analizar el fenómeno muerte, este mismo esquema podría ser utilizado para analizar otro tipo de acontecimientos demográficos, como la inmigración-emigración, dar a luz por primera vez, para estudiar la fecundidad de los matrimonios, la incorporación al mercado laboral, etc. Asimismo, interesa destacar que un análisis de momento y uno de generación como los introducidos en el apartado anterior se corresponderían en el diagrama de Lexis, con un estudio de una cuadrícula vertical en un momento dado y con el análisis de una generación delimitada por dos segmentos oblicuos contiguos.

### **Otros conceptos demográficos.**

De los fenómenos demográficos la mortalidad es el que despierta mayor interés para al actuario de seguros de vida, por lo que, preferentemente, hemos focalizado nuestra atención en este acontecimiento demográfico. El demógrafo, sin embargo, como punto de partida en sus estudios debe estar interesado, además de en la mortalidad, en la fecundidad y en la movilidad que la población presente. Ahora bien, éstos no son los únicos elementos que despiertan el interés del demógrafo, sino que otros como el matrimonio, el divorcio, la viudedad, el número de hijos, la fertilidad, el índice coyuntural de fertilidad, la descendencia final, la composición de las familias, la estructura de la población y su distribución por sexos, edades y en el territorio, el calendario e intensidad de los distintos fenómenos demográficos y su distribución por edades y sexos, el estudio de los ritmos de crecimiento de la población, las diferencias entre poblaciones, el tiempo entre partos, la incidencia de la interrupción del embarazo, las encuestas y los censos poblacionales, la realización de previsiones demográficas, la mortalidad infantil, la esperanza de vida, el índice de envejecimiento, el índice de dependencia, la tasa de actividad, el índice de reemplazamiento de la población activa etc. también reclaman una importante atención a los demógrafos.

Prácticamente todos y cada uno de los estudios, análisis e de índices que calcula el demógrafo son de interés para el economista, pues todos ellos conllevan y acarrear consecuencias monetarias, desde la decisión de contraer matrimonio al número de hijos que se tienen. Pero quizás sean la estructura de la población, las previsiones demográficas, e índices como el de dependencia, el de reemplazamiento de la población activa y la tasa de actividad los que susciten mayor interés al economista.

En efecto, la estructura de la población y su distribución por edades y unidades familiares, por ejemplo, condiciona en gran medida las pautas de consumo de los individuos; el disponer de previsiones demográficas, por su parte, permite, entre otros aspectos, conocer que bienes y servicios van a ser demandados en el futuro y acotar las incertidumbres asociadas a las inversiones empresariales. Mientras que, índices como el de dependencia, el de reemplazamiento o el de actividad permiten saber la intensidad del esfuerzo que hace la parte activa de la sociedad para sostener a la parte inactiva o la velocidad y ritmo en que se “rejuvenece” la población activa y la capacidad de la economía para crear nuevos empleos.

Enlaces de interés sobre el tema:

<http://www.slideshare.net/perjulio/diagrama-de-lexis-por-luigi-iannuzzi>  
[http://ccp.ucr.ac.cr/cursos/demografia\\_03/materia/3\\_medidas.htm](http://ccp.ucr.ac.cr/cursos/demografia_03/materia/3_medidas.htm)