ÀLGEBRA I GEOMETRIA I

Grau de Física. Universitat de València

Qüestions 1. **Nombres complexos**

1. Siguen $z_1 = -3 + 4i$ y $z_2 = 5 - 2i$. Marca la resposta **incorrecta**:

   - [ ] $\mathrm{Re}(z_2^{-1}) = \frac{5}{29}$.
   - [ ] $\mathrm{Im}(z_1 z_2) = 26$.
   - [ ] $|(z_1 + z_2)^{-1}| = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.
   - [ ] $\mathrm{Re}(z_2/z_1) = -\frac{14}{25}$.

2. Siguen $z_1 = 1 + \sqrt{3}\, e^{i\frac{3\pi}{2}}$ y $z_2 = i\,\sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{3}}$. Marca la resposta **correcta**:

   - [ ] $z_1 + z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$.
   - [ ] $z_1 + z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$.
   - [ ] $z_1 + z_2 = e^{i\frac{4\pi}{3}}$.
   - [ ] $z_1 + z_2 = e^{-i\frac{4\pi}{3}}$.

3. Donats els nombres complexos $z_1 = \sqrt{3} + i, \quad z_2 = 3e^{i\frac{\pi}{3}}$, marca la resposta **correcta**:

   - [ ] $z_1\, z_2 = 6i$.
   - [ ] $z_1\, z_2^* = 6$.
   - [ ] $z_1 + z_2 = 5e^{-i\frac{\pi}{3}}$.
   - [ ] $z_1 - z_2 = e^{i\frac{7\pi}{3}}$.

4. El nombre complex $z = \frac{(1+i)^n}{(1-i)^{n-2}}$, amb $n \in \mathbf{Z}$, $n \geq 2$, és equivalent a:

   - [ ] $-2\,i$ si n es parell i -2 si n es imparell.
   - [ ] $-2\,(-1)^n\, i$.
   - [ ] $-2\,(-1)^{\frac{n}{2}}\, i$ si n és parell i $2\,(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ si n és imparell.
   - [ ] $2\,(-1)^{n+1}$.

5. Donats els nombres complexos $z_1 = 2 + 2i$ y $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$,

   - [ ] $\arg(z_1 z_2) = -\frac{11}{12}\pi + 2\pi n$, $\arg(z_1/z_2) = \frac{5}{12}\pi + 2\pi n$.
   - [ ] $\arg(z_1 z_2) = -\frac{9}{12}\pi + 2\pi n$, $\arg(z_1/z_2) = \frac{7}{12}\pi + 2\pi n$.
   - [ ] $\arg(z_1 z_2) = -\frac{7}{12}\pi + 2\pi n$, $\arg(z_1/z_2) = \frac{9}{12}\pi + 2\pi n$.
   - [ ] $\arg(z_1 z_2) = -\frac{5}{12}\pi + 2\pi n$, $\arg(z_1/z_2) = \frac{11}{12}\pi + 2\pi n$.

6. El nombre complex, $z = i\, e^{i\pi}$, té com mòdul i argument, respectivament:

- [ ] $|z| = i$, arg$(z) = \pi$.
- [ ] $|z| = 1$, arg$(z) = i$.
- [ ] $|z| = 1$, arg$(z) = \frac{\pi}{2}$.
- [ ] $|z| = 1$, arg$(z) = \frac{3\pi}{2}$.

7. En el cos dels nombres complexos l'equació polinòmica, $z^4 + 4 = 0$ té com úniques solucions:

- [ ] $1+i,\ 1-i$.
- [ ] $2\, e^{i\frac{\pi}{4}},\ 2\, e^{i\frac{3\pi}{4}},\ 2\, e^{i\frac{5\pi}{4}},\ 2\, e^{i\frac{7\pi}{4}}$.
- [ ] $1+i,\ 1-i,\ -1+i,\ -1-i$.
- [ ] $\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{3}},\ \sqrt{2}\, e^{i\frac{5\pi}{6}},\ \sqrt{2}\, e^{i\frac{5\pi}{6}},\ \sqrt{2}\, e^{i\frac{11\pi}{6}}$.

8. En el cos dels nombres complexos les solucions de l'equació $z^3 + i = 0$ són:

- [ ] $i,\ \sqrt{3} \pm i$.
- [ ] i, és una arrel triple.
- [ ] $i, -\frac{1}{2}(\pm\sqrt{3} + i)$.
- [ ] $i,\ \frac{\sqrt{3}}{2}(1 \pm i)$.

9. Marca quina de les expressions següents és una solució de $\sqrt[3]{-2-2\sqrt{3}i}$:

- [ ] $\sqrt[3]{2}\, e^{i4\pi/9}$.
- [ ] $\sqrt[3]{4}\, e^{i7\pi/9}$.
- [ ] $\sqrt[3]{4}\, e^{i10\pi/9}$.
- [ ] $\sqrt[3]{4}\, e^{-i5\pi/9}$.

10. Marca quina de les següents relacions és **incorrecta**:

- [ ] $\mathrm{sen} 3\theta = \frac{e^{i3\theta} - e^{-i3\theta}}{2i}$.
- [ ] $(\cos\theta + i\, \mathrm{sen}\theta)^2 = e^{i2\theta}$.
- [ ] $\tan\theta = i\, \frac{1-e^{-i2\theta}}{1+e^{-i2\theta}}$.
- [ ] $i\cos 3\theta - \sin 3\theta = ie^{i3\theta}$.