ÀLGEBRA I GEOMETRIA II

Grau de Física. Universitat de València

Qüestions Tema 5. *Geometria en l'espai*

1. En l'espai afí euclidià tridimensional i referits a un sistema de referència cartesià rectangular, considera les equacions de dos plans:

$$\begin{aligned} 2\,x^1 + 3\,x^2 - x^3 &= b, \\ a\,x^1 + 6\,x^2 - 2\,x^3 &= 2, \end{aligned}$$

sent a i b nombres reals arbitraris. Indica la resposta **incorrecta**:

- [ ] Els plans es tallen en una recta per $a \neq 4$.
- [ ] Els plans són perpendiculars per $a = -10$ i b arbitrari.
- [x] El vector perpendicular al primer pla és $(2, 3, 1)$.
- [ ] Els plans son paral·lels per $a = 4$ i b arbitrari.

2. En una referència cartesiana les rectes r i s tenen per equació:

$$r \equiv \begin{cases} x^1 - x^2 - x^3 = 3 \\ x^1 + x^2 = 1 \end{cases}, \qquad s \equiv \frac{x^1 - 2}{0} = \frac{x^2 - 1}{2} = \frac{x^3}{1}.$$

Les rectes:

- [ ] són paral·leles.
- [x] es creuen.
- [ ] es tallen en el punt $(2, 1, 0)$.
- [ ] es tallen en el punt $(0, 1, -4)$.

3. En l'espai afí euclidià tridimensional i respecte d'un sistema de referència cartesià es consideren les rectes r i s definides segons:

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x^1 & + & x^2 & - & 3x^3 & = & -2 \\ x^1 & - & x^2 & - & x^3 & = & -4 \end{array} \right. , \qquad s \equiv \left\{ \begin{array}{rcrcr} x^1 & = & 2 & + & a\lambda \\ x^2 & = & 1 & + & b\lambda \\ x^3 & = & & & 2\lambda \end{array} \right. ,$$

on a i b són dos nombres reals.

☐ Les rectes es creuen per $b = 2$ independentment del valor d'a.

☒ Les rectes es tallen per $b = 2$ i $a \neq 4$.

☐ Les rectes es tallen per $b = 2$ independentment del valor d'a.

☐ Les rectes són paral·leles per $b \neq 2$ i $a = 4$.

4. En l'espai afí euclidià tridimensional i respecte d'un sistema de referència cartesià, considera les equacions de tres plans:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &\equiv 2\,x^1 + x^2 - x^3 = -1 \\ \Pi_2 &\equiv x^2 - x^3 = 0 \\ \Pi_3 &\equiv x^1 + b = 0, \end{aligned}$$

sent b un nombre real arbitrari.

Indica el valor del paràmetre b per a que els tres plans **es tallen** en una recta.

☐ $b = 1$.

☐ $b = -\frac{1}{2}$.

☐ $b = -1$.

☒ $b = \frac{1}{2}$.

5. En l'espai afí euclídià tridimensional i respecte d'un sistema de referència cartesià, considera les equacions de tres plans:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &\equiv 2\,x^1 + x^2 - x^3 = -1 \\ \Pi_2 &\equiv x^2 - x^3 = 0 \\ \Pi_3 &\equiv x^1 + b\,x^3 = 1 \end{aligned}$$

sent b un nombre real arbitrari.

Indica el valor del paràmetre b per a que els tres plans **es tallen** en un punt.

- ☐ $b = 1.$
- ☒ $b \neq 0.$
- ☐ $b = -1.$
- ☐ $b = 0.$

6. En l'espai afí euclidià tridimensional i respecte d'un sistema de referència cartesià rectangular, es defineixen la recta r i el pla Π següents:

$$r \equiv \begin{cases} y - 2 &= 0 \\ 3x - \sqrt{3}z &= 0 \end{cases}, \qquad \Pi \equiv x - 1 = 0.$$

L'angle que formen és:

- ☒ $\pi/6.$
- ☐ $\pi/4.$
- ☐ $\pi/3.$
- ☐ $\pi/2.$

7. En una referència rectangular la recta r i el pla Π tenen per equació:

$$r \equiv \frac{x^1 - 4}{2} = \frac{x^2 - 1}{1} = \frac{x^3 - 2}{-1}, \qquad \Pi \equiv x^1 - 2x^2 - 1 = 0.$$

- ☒ La distància $(d(r, \Pi))$ entre la recta i el pla és: $d(r, \Pi) = \frac{1}{\sqrt{5}}$.
- ☐ La recta talla el pla.
- ☐ La distància $(d(r, \Pi))$ entre la recta i el pla és: $d(r, \Pi) = 1$.
- ☐ La recta està continguda en el pla.

8. En un sistema de coordenades cartesià rectangular arbitrari una cònica ve representada per l'equació $2\,(x^1)^2 \,+\, 3\,(x^2)^2 \,-\, 2\,x^1\,x^2 \,-\, k \,=\, 0$, sent k un nombre real positiu.

- [ ] Es tracta d'una paràbola.
- [ ] El tipus de cònica depen del valor de k.
- [ ] Es tracta d'una hipèrbola.
- [x] Es tracta d'una el·lipse.

9. En un sistema de coordenades cartesià rectangular arbitrari una cònica ve representada per l'equació $2\,(x^1)^2 \,-\, 3\,(x^2)^2 \,-\, 2\,x^1\,x^2 \,-\, k \,=\, 0$, sent k un nombre real positiu.

- [ ] Es tracta d'una paràbola.
- [ ] El tipus de cònica depen del valor de k.
- [x] Es tracta d'una hipèrbola.
- [ ] Es tracta d'una el·lipse.

10. En un sistema de coordenades cartesià rectangular arbitrari una cònica ve representada per l'equació $(x^1)^2 \,+\, (x^2)2 \,-\, 4\,x^1\,x^2 \,-\, 3 \,=\, 0$. La seua forma canònica és:

- [ ] $3\,(x^1)^2 \,+\, (x^2)^2 \,-\, 1 \,=\, 0.$
- [x] $3\,(x^1)^2 \,-\, (x^2)^2 \,-\, 3 \,=\, 0.$
- [ ] $2\,(x^1)^2 \,-\, 2\,x^2\,x^1 \,-\, 3 \,=\, 0.$
- [ ] $2\,(x^1)^2 \,+\, (x^2)^2 \,-\, 3 \,=\, 0.$

11. L'equació $\dfrac{1}{3r} \,=\, 1 \,+\, \dfrac{6}{7}\cos\theta$ descriu una cònica en coordenades polars (r, θ).

- [x] Es tracta d'una el.lipse.
- [ ] Es tracta d'una paràbola.
- [ ] Es tracta de la branca "$+$" d'una hipèrbola.
- [ ] Es tracta de la branca "$-$" d'una hipèrbola.

12. L'equació $\dfrac{1}{3r} \,=\, \dfrac{1}{2} \,+\, \dfrac{1}{2}\cos\theta$ descriu una cònica en coordenades polars (r, θ).

- [ ] Es tracta d'una el·lipse.
- [x] Es tracta d'una paràbola.
- [ ] Es tracta de la branca "$+$" d'una hipèrbola.
- [ ] Es tracta de la branca "$-$" d'una hipèrbola.