

# **PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES**

**Jose Antonio Chavarría Mayorga**

Trabajo de investigación

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Director: Alfonso Novales Cinca

Universidad del País Vasco

Universidad de Castilla-La Mancha

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

[www.finanzascuantitativas.es](http://www.finanzascuantitativas.es)

**UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO-Euskal Herriko Unibertsitatea**

**UPV-EHU**



**Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales**

**Máster en Bancas y Finanzas Cuantitativas**

**Trabajo de fin de Master**

**Tema:**

**PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES**

**Autor: Jose Antonio Chavarría Mayorga**

**Tutor: Alfonso Novales Cinca.**

## PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

### INDICE

Contenidos	PAGINAS
I. Introducción	3
II. Revisión de Literaturas	4
III. Metodología	8
Predicción de la volatilidad por Cuantil	8
Procedimientos	11
IV. Resultados	13
Hallazgos Empíricos	14
V. Conclusiones	20
VI. Extensiones	20
VII. Bibliografía	21
VIII. Anexos	21

Por medio del presente trabajo de investigación se tratara de dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cuál de estos métodos de estimación es el más adecuado para predecir la volatilidad y bajo que circunstancia se debe aplicar?

Objetivos:

- Predecir el comportamiento de la volatilidad mediante regresión por cuantiles.
- Comparar los resultados obtenidos en cada uno de los índices bursátiles en estudio y cual de estos métodos de Media Móvil y GARCH, métodos de Intervalos, métodos basados en VaR y el Método de Cuantiles y ver cual predice mejor la volatilidad.

### Abreviatura de los Índices

DJES50I:	EURO STOXX 50 - PRICE INDEX
IBEX35I:	IBEX 35 - PRICE INDEX
WILEQTY:	DJ US TOTAL STOCK MARKET - PRICE INDEX
S&PCOMP	S&P 500 COMPOSITE - PRICE INDEX
JAPDOWA:	NIKKEI 225 STOCK AVERAGE - PRICE INDEX
NASA100:	NASDAQ 100 - PRICE INDEX
MADRIDI:	MADRID SE GENERAL (IGBM) - PRICE INDEX

### I. Introducción

Hoy en día la predicción de la volatilidad de los mercados financieros se ha convertido en un indicador económico muy importante. Por el hecho que en el comportamiento de la volatilidad se reflejan los impactos positivos y negativos de diversos eventos en los mercados financieros, por ejemplo, los ataques del 9/11, también, la reciente caída del mercado hipotecario, pueden ser cuantificados y analizados a través del efecto en la volatilidad. Así como la confianza del público y las condiciones económicas están altamente correlacionadas con la incertidumbre del mercado financiero, actual muchos gobiernos se apoyan en gran medida en los pronósticos de la volatilidad para tomar decisiones muy importantes en las políticas económicas y financieras. Por tal razón la predicción exacta de la volatilidad en los activos financieros y los mercados tiene una gran demanda, y por lo que, los investigadores académicos han dedicado gran cantidad de recursos, tiempo, entre otros factores en busca de brindar las mejores predicciones de la volatilidad.

La regresión cuantil se utiliza cuando el objetivo de estudio se centra en la estimación de los diferentes percentiles (como por ejemplo, la mediana) de una población de interés. Una ventaja de utilizar la regresión cuantil para estimar la mediana, en lugar de regresión por mínimos cuadrados ordinarios (para estimar la media), es que la regresión cuantil será más robusta en presencia de valores atípicos. La regresión cuantil puede ser vista como un análogo natural en el análisis de regresión a la hora de utilizar distintas medidas de tendencia central y dispersión, para obtener así un análisis más completo y robusto de los datos. Otra de las ventajas de este tipo de regresión radica en la posibilidad de estimar cualquier cuantil, pudiendo valorar así lo que ocurre con valores extremos de la población.

El objetivo principal de este trabajo es predecir la volatilidad mediante regresión por cuantiles, a su vez comparar los resultados obtenido para cada índice bursátil en estudio con los métodos utilizados. método de Media Móvil, los métodos: GARCH, IGARCH, GJRGARCH y SWARCH, métodos de: Intervalos (99 y 95) Adaptativo, Intervalo (99 y 95) Simétrico, y el Intervalo de (99 y 95) Asimétrico, Métodos basados en VaR de QIntervalo 98 Adaptativo, QIntervalo 90 Adaptativo, QIntervalo 98 Simétrico, QIntervalo 90 Simétrico, QIntervalo 98 Asimétrico, QIntervalo 90 Asimétrico, así como, el método basado en Cuantiles: SD Adaptativo, WSD Adaptativo, MSD Adaptativo, SD Simétrico , WSD Simétrico, MSD Simétrico, SD Asimétrico , WSD Asimétrico, MSD Asimétrico.

Palabras Claves: Regresión por cuantiles, Media Movil, GARCH, IGARCH, GJRGARCH, SRARCH, Método por Intervalos, Método basados en VaR, Métodos basados en Cuantiles.

## II. Revisión de Literaturas

De las Bases de Datos proporcionada para la realización del estudio, en la cual están reflejados los precios de los activos financieros (índices bursátiles), vamos a obtener las rentabilidades continuas mediante el logaritmo neperiano (LN). Luego de estos cálculos, se van a calcular la desviación estándar para cada índice, siendo esta desviación, la volatilidad de las mismas mediante las siguientes formulas:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^m (r_t - \bar{r})^2, \quad \text{donde} \quad (1)$$

$$r_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Siendo  $r_t$  es la rentabilidad de la capitalización continua del activo financiero durante el periodo  $t$ ,  $\bar{r}$  es la media de la rentabilidad de toda la muestra ( $m$ ) del mercado y  $S_t$  el valor de mercado del activo en el día  $t$ .

La desviación estándar, es el indicador de volatilidad del pasado de los rendimientos de los activos.

Existen varios métodos para medir el riesgo de mercado de un activo y/o cartera. Por tanto, la estimación de la volatilidad mediante el método antes mencionado, se predice con los valores pasado de los activos financieros, siendo así, el modelo más simple de estimar la volatilidad media histórica, la cual se obtiene utilizando la ecuación 1 para calcular  $\hat{\sigma}_{t-1}$ , en ella se supone que es igual a  $\hat{\sigma}_t$ .

Este método se fundamenta en la dependencia que tiene en el tamaño de la muestra  $m$ . Cuando el valor de la muestra ( $m$ ) es muy pequeño, el método podría tener un gran error de muestreo. En cambio si la muestra ( $m$ ) es muy grande, los datos más remotos no pueden reflejar con precisión las condiciones actuales del mercado. En otras palabras, que los valores más antiguos tienen menos incidencia en la representación actual del mercado.

Los modelos de media móvil y media móvil con ponderación exponencial (EWMA)<sup>1</sup> son los que hacen énfasis en la asignación de mayor peso de importancia en los valores más recientes de la

<sup>1</sup> Por su siglas en Ingles Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

muestra para la predicción de la volatilidad<sup>2</sup>. El modelo EWMA, implica que la varianza del periodo siguiente es como un promedio ponderado de la varianza actual y el rendimiento actual al cuadrado ( $r_t^2$ ). Siendo la fórmula del EWMA:

$$\sigma_{t+1}^2 = \lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) r_t^2 \quad (2)$$

Donde  $\lambda$  representa el factor de decaimiento que asigna la influencia en la volatilidad actual de la varianza del período anterior<sup>3</sup>.

Como lo demuestran Guermant y Harris (2002), la estimación de la varianza condicional por el método del EWMA es un caso especial de un modelo de GARCH<sup>4</sup> presentado por primera vez por (Engle (1982) y Bollerslev y Taylor (1986))<sup>5</sup>.

El modelo GARCH considera la volatilidad de rentabilidades como un componente variable en el tiempo y viene dado en la siguiente expresión:

$$\sigma_t^2 = \lambda_1 + \lambda_2 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_3 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (3)$$

Donde  $\varepsilon_{t-1}$  es el rezago del término de error y  $\lambda$ 's son los parámetros de la estimación. Para el modelo GARCH (1,1) se han propuesto o han surgido varias modificaciones, las cuales van de acuerdo a los atributos específicos que vienen incorporado en los activos financieros. En ellos podemos ver los siguientes modelos: exponencial GARCH (EGARCH; Nelson, 1991), Régimen de conmutación-GARCH (RS-GARCH; Gray, 1996) e integrado fraccionalmente GARCH (FIGARCH; Baillie, 1996)<sup>6</sup>.

Sin embargo, es importante observar que la volatilidad actual no está necesariamente asociada con cualquier función de distribución estándar. De hecho, muchas investigaciones han encontrado que las distribución de los rendimientos de los activos financieros son raramente gaussiano (Hull y White, 1998) y que pueden seguir ejemplos comunes como la distribución de t-student, o una distribución estable de Pareto (Fabozzi, 2006), así como, una mezcla de distribuciones normales (Venkataraman, 1997) y la distribución de error generalizada (Nelson,

<sup>2</sup> El modelo EWMA es conocido como un modelo integrado y tiene poder predictivo para horizontes de corto plazo, dado, que no está condicionado en un nivel medio de volatilidad y como resultado se ajusta a cambios en la volatilidad incondicional rápidamente.

<sup>3</sup> JP Morgan emplea en su RiskMetrics® un  $\lambda$  de 0.94 para datos diarios y 0.97 para datos mensuales.

<sup>4</sup> De la sigla inglesa Generalized Autoregressive Condicional Heteroscedasticity

<sup>5</sup> Para predecir la volatilidad mediante los modelos de Series Temporales: modelos de la volatilidad condicional tipo ARCH, modelos de volatilidad estocástica y modelos basados en predicción fundamentadas en desviaciones estándar pasadas los cuales son: métodos de promedio histórico, método de promedio móvil simple, método de suavizado exponencial y el método de promedio móvil ponderado exponencial (EWMA).

<sup>6</sup> En ingles son: Exponential GARCH (EGARCH), Regime-Switching GARCH (RS-GARCH) y Fractionally Integrated GARCH (FIGARCH).

1991). Muchos investigadores, también, han encontrado que la distribución de rendimientos son asimétricos, con colas pesadas y no constante (Glosten, 1993;. Neftci, 2000; Noh y Kim, 2006). Por lo tanto, la estimación de  $\sigma$  está basada en una distribución constante de los rendimientos en la que se puede asumir fácilmente a que puede conducir a una mala interpretación del verdadero nivel de incertidumbre<sup>7</sup>.

Las novedades en la predicción de volatilidad por medio de los ARCH, es el modelo de conmutación ARCH (SWARCH)<sup>8</sup>. Este modelo fue expuesto primeramente por Cai, Hamilton y Susmel (1994) y más tarde desarrollado por Fornari y Mele (1997). En este modelo se postula que la variable en estudio se ajusta a una variedad de modelos ARCH, entre los cuales se mueve de acuerdo con la estructura de una cadena de Markov, lo cual puede ser útil para recoger episodios como el hundimiento de los mercados de valores observados en octubre de 1987 y agosto de 1998 [Campbell y Harrtschell, Journal of Financial Economics (1992)]<sup>9</sup>.

La volatilidad sigue diferentes especificaciones de modelos ARCH en los diferentes estados, por lo tanto, las distribuciones condicionales varían de acuerdo a los cambios estructurales en las variables. Una especificación común de SWARCH para una variable de rendimientos,  $r_t$ , con término de error,  $e_t$ , pueden resumirse de la siguiente expresión:

$$e_t = \sqrt{gs_t} u_t, \quad u_t = \sqrt{h_t} v_t, \quad \text{donde } v_t \sim \text{Distribucion Gaussiana,}$$

$$h_t = a_0 + a_1 u_{t-1}^2 + a_2 u_{t-2}^2 + \dots + a_q u_{t-q}^2 \tag{4}$$

En este caso,  $s_t$  es una variable de estado no observable que sirve como la dinámica de los cambios entre los regímenes, y puede ser estructurado de acuerdo al comportamiento de los rendimientos, al mismo tiempo, se supone que siguen el proceso de primer orden de la cadena de Markov. En estudios previos se ha encontrado que SWARCH proporciona mejores especificaciones a los modelo de activos financieros y la capacidad de predicción es más precisa que otros modelos ARCH-GARCH (Klaassen, 2002; Chiou, 2007; Li, 2007).

Además de los diferentes tipos de GARCH, que modelan la volatilidad como una variable estocástica (SV), se suma el modelo de SV el cual es capaz de estudiar la estructura del comportamiento de la volatilidad: sus mecanismos de accionamiento, patrones de salto y las

<sup>7</sup> Alex YiHou Huang (2012): Volatility forecasting by quantile regression, Applied Economics, pagina 3, columna 2, parrafo 1.

<sup>8</sup> En Ingles Switching ARCH (SWARCH)

<sup>9</sup> Alfonso Novales Financial Econometrics, pag, 122.

características de formación. En años recientes, los modelos SV, se han venido mejorando tales como las aplicaciones del proceso de Lévy<sup>10</sup>. El principal inconveniente que tiene el enfoque de SV es la dificultad de aplicarlo a los datos empíricos. Dado que muchos modelos de SV no tienen solución de forma cerrada, basándose en los procedimientos de calibración complicadas o técnicas estadísticas para proporcionar estimaciones. Esta deficiencia ha hecho que el enfoque sea menos popular que los modelos GARCH en la industria financiera.

Entre los último enfoque de predicción de volatilidad es el de obtener el precio de la opciones. Dado que la volatilidad tiene una gran influencia la hora de valorar opciones. Está mide la velocidad con la que varía el precio del activo subyacente, al alza o a la baja<sup>11</sup>. Su idea principal es utilizar los precios de los activos financieros y sus respectivas opciones, junto con algunos modelos de precios de opciones específicas para generar el pronóstico de la volatilidad implícita para que no existan oportunidades de arbitraje. Este enfoque tiene dos defectos principales: en primer lugar, los múltiples pronósticos puede ser que se deriven de un activo financiero único y se eligen una serie de opciones diferentes. En segundo lugar, debe existir una serie de opciones que estén disponibles en el mercado para usar el método, además, hay muchos activos financieros con predicciones de volatilidad económicamente importantes, los cuales no tienen opciones de derivados.

En la predicción de la volatilidad por cuantil Taylor (2005) utiliza el Valor en Riesgo (VaR). Para ello especifica la aplicación del Valor en Riesgo Condicional de la Regresión por Cuantil (CAViaR)<sup>12</sup>, dicho modelos fueron propuestos por Engle y Manganelli (2004) para predecir mediante el VaR son necesarios los nivel de probabilidad. Por tanto, se producen predicciones de volatilidad utilizando el enfoque de aproximación de intervalo que fue presentado por Pearson y Tukey (1965). En este estudio se proponen las siguientes aproximaciones a la desviación estándar (SD) basados en los siguientes cuantiles simétricas de la muestra:

---

<sup>10</sup> Los procesos de Levy son una clase de procesos que tienen saltos y que son muy populares a la hora de modelar *precios de acciones*, estos procesos se dividen en dos clases: 1. *jump diffusion models*, por ejemplo aquellos modelos que contienen un camino browniano:  $X(t) = W(t) + C(t); t \geq 0$  donde  $W(t)$  es un camino browniano y  $C(t)$  es un procesos de Poisson. 2. *Infinite activity models* es decir modelos sin camino browniano, por ejemplo los procesos *Variance-Gamma*.

<sup>11</sup> Es importante tener en cuenta que la volatilidad no dice nada sobre si una empresa es alcista o bajista, sólo muestra la velocidad con la que se mueve. Si la empresa (x) se mueve un 20% como media al mes y cotiza a 10 euros dentro de 1 mes podría cotizar a 12 euros o a 8 euros. La volatilidad sólo nos dice que se mueve de forma rápida o lenta, pero no si se mueve hacia arriba o hacia abajo.

<sup>12</sup> Conditional Value at Risk by Quantile Regression (CAViaR).

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{Q}(0.99) - \hat{Q}(0.01)}{4.65}, \quad \hat{\sigma} = \frac{\hat{Q}(0.975) - \hat{Q}(0.025)}{3.92} \quad (5)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{Q}(0.95) - \hat{Q}(0.05)}{3.25}$$

Donde  $\hat{Q}(1-\theta)$  y  $\hat{Q}(\theta)$  son los cuantiles estimados para una probabilidad acumulativa de  $\theta$ . Siendo los denominadores de la ecuación (5) basados en las distancias centrales entre los cuantiles deseados en la curvas de Pearson<sup>13</sup>, siendo ligeramente diferentes de los denominadores de 4.653 (=2.326 \*2), 3.92 (1.96\* 2) y 3.29 (1.645 \*2), respectivamente, en virtud de la distribución gaussiana.

Taylor (2005) amplió esta idea proponiendo un modelo de regresión cuadrática de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}_{t+1}^2 = \alpha_1 + \beta_1 \left( \hat{Q}_{t+1}(1 - \theta) - \hat{Q}_{t+1}(\theta) \right)^2 \quad (6)$$

Donde  $\hat{\sigma}_{t+1}^2$  es la predicción de la volatilidad en el tiempo t+1 para una serie que se extiende hasta el tiempo t, y  $\alpha_1$  y  $\beta_1$ , son los parámetros que se estimación de la muestra. Los modelos que mejor predicen la volatilidad son los modelos GARCH y media móvil<sup>14</sup>.

### III. Metodología

#### Predicción de la volatilidad por Cuantil

En este presente trabajo se propone predecir la volatilidad mediante la regresión por cuantiles. En la estimación mediante cuantiles en los rendimientos no es necesario tener una hipótesis específica en la función de distribución. Dado, que en este caso los cuantiles estimados se pueden aplicar directamente en las predicciones de volatilidad, mediante la aproximación de la relación entre cuantiles y la varianza, o por modelos de regresión determinados. En esta investigación se desea profundizar en el estudio de Taylor (2005), en su investigación hace una

---

<sup>13</sup>El coeficiente de PEARSON (Ap), el cual responde a la siguiente expresión.  $A_p = \frac{\bar{X} - Mo}{S}$

Si  $A_p > 0 \rightarrow$  la distribución será asimétrica positiva o a derechas (desplazada hacia la derecha).

Si  $A_p < 0 \rightarrow$  la distribución será asimétrica negativa o a izquierdas (desplazada hacia la izquierda).

Si  $A_p = 0 \rightarrow$  la distribución será simétrica.

<sup>14</sup> Alex YiHou Huang (2012): Volatility forecasting by quantile regression, Applied Economics, pag, 4.

presentación de un modelo alternativo de esta relación con un enfoque generalizado. En el caso de Engle y Manganelli (2004) presentan otro estudio en el cual adiciona cuatro modelos autorregresivos diferentes en la generación de los cuantiles condicionales para las estimaciones de los Valores de Riesgo (VaR). En los aportes de (Chernozhukov y Umantsev, 2001), se presenta múltiples beneficios; como lo explican Engle y Manganelli (2004), estos últimos argumentan que el VaR se encuentra estrechamente relacionado a la desviación estándar. Es así como bajo la estructura CAViaR se puede capturar el comportamiento de la volatilidad (aglomeraciones, asimetrías así como otros componentes), de esta manera, se observa la autocorrelación que presentan los rendimientos promedio de los activos financieros.

La metodología CAViaR se va a aplicar con los siguientes modelos:

Adaptable: 
$$Q_t(\theta) = Q_t(\theta) + \beta([1 + \exp(G[r_{t-1} - Q_{t-1}(\theta)])]^2 - \theta)$$

Valor simétrico absoluto: 
$$Q_t(\theta) = \beta_1 + \beta_2 Q_{t-1}(\theta) + \beta_3 |r_{t-1}|$$

Pendiente asimétrica: 
$$Q_t(\theta) = \beta_1 + \beta_2 Q_{t-1}(\theta) + \beta_3 \max(r_{t-1}, 0) + \beta_4 \min(r_{t-1}, 0)$$

GARCH(1,1) Indirecto: 
$$Q_t(\theta) = (\beta_1 + \beta_2 Q_{t-1}^2(\theta) + \beta_3 r_{t-1}^2)^{1/2}$$

Siendo G un número finito positivo,  $r_t$  es el rendimiento de la cartera y  $\beta$ 's son los parámetros que se van a estimar mediante la minimización la ecuación (7).

$$\min_{\beta} \left\{ \sum_{r_t \geq Q_t(\theta)} \theta |r_t - Q_t(\theta)| + \sum_{r_t < Q_t(\theta)} (1 - \theta) |r_t - Q_t(\theta)| \right\} \quad (7)$$

Ante esta situación se puede observar que los betas están implícitos en esta ecuación dado, que ellos se encuentran en los modelos adaptativo, valor simétrico absoluto, pendiente asimétrico, y GARCH indirecto. En estas ecuaciones se enchufan en la ecuación de minimización para encontrar los valores de los betas se sustituye  $Q_t(\theta)$  en la minimización.

Para ellos, antes tenemos que encontrar los cuantiles. Estos modelos de estimación del VaR están basados en un patrón de rezago de un período t-1. Además, no presentan ningún supuesto explícito en su distribución, los cuantiles condicionales y la predicción del VaR se generan por el análisis de la dependencia de las series de los cuantiles y el comportamiento de los rendimientos de los índices bursátiles de acuerdo con las condiciones actuales del mercado.

Taylor (2005), incorpora el uso de los intervalos de cuantiles del 98%, 95% y 90%<sup>15</sup>. en las ecuaciones 5 y 6 en la que estima el VaR para la predicción de la volatilidad. Aunque, este método de Taylor se le ha encontrado, que produce fuertes resultados empíricos, es natural preguntarse si la elección de cualquier par cuantil pueden justificar y/o optimizar.

Por ejemplo, uno podría preguntarse si un solo par de cuantiles es suficiente para explicar con precisión el comportamiento de la volatilidad. Ante esta situación, en este trabajo se proponen trabajar con una serie espaciadas de cuantiles.

Por el hecho que los movimientos de estos cuantiles no sólo reflejan el comportamiento de cola, sino también, el patrón de distribución general. De esta manera, se puede incorporar la distribución del comportamiento de la predicción de la volatilidad y evitar la sobreestimación de las colas extremadamente asimétricas o subestimación de colas altamente simétricas.

Específicamente, se emplea el siguiente modelo:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \alpha_1 + \beta_1 F(\bar{Q}_{t+1}(\theta)) \quad (8)$$

donde F(.) representa una función no especificada y  $\bar{Q}_{t+1}(\theta)$  el vector de cuantil  $\{\theta, 2\theta, \dots, m\theta\}$  que se estima en el tiempo t +1 ( $\theta > 0, m\theta < 1$ ). Lo ideal sería utilizar como cuantiles mayor número posible para tener una mejor explicación del comportamiento de la distribución. En este estudio,  $\theta$  toma valor de 0,01, correspondiente a los percentiles  $\{1, 2, \dots, 99\}$ . También, se van a considerar tres funciones diferentes de F (.), que se muestran en las ecuaciones siguientes.

En cada caso,  $\bar{Q}$  es el condicional la media de todos los cuantiles.

$$\text{Desviación Estándar SD: } F(.) = \left( \frac{1}{m-1} \sum_{m=1}^{99} (Q(0.01m) - \bar{Q})^2 \right)^{1/2}$$

$$\text{Media SD: } F(.) = \left( \sum_{m=1}^{99} W(Q(0.01m) - \bar{Q})^2 \right)^{1/2}$$

$$\text{Mediana: SD: } F(.) = \left( \frac{1}{m-2} \sum_{m=1}^{99} (Q(0.01m) - Q(0.5))^2 \right)^{1/2}$$

Como se puede ver, en lugar de un único par simétrico de cuantiles, este enfoque incorpora todos los cuantiles estimados en la capacidad de predicción de la volatilidad. En la primera función se reflejan todas las funciones de la Desviación Estándar (SD) propuestos anteriormente

<sup>15</sup> Algunos enfoques VaR también se incluyen otros en su estudio para fines de comparación, incluyendo la simulación histórica, EWMA y IGARCH.

representan la anchura de la distribución de los cuantiles estimados en torno a su media condicional, si bien en formas ligeramente diferentes.

La segunda función de SD, se aplica un peso  $W$  a cada desviación de la suma al cuadrado.  $W$  se establece como  $\theta/25$  cuando  $\theta \leq 0,5$ , y  $(1-\theta)/25$  lo contrario. Esto asegura que los cuantiles extremos tengan un mayor impacto en la volatilidad y la previsión de diseños para incorporar las distribuciones de frecuencias de leptokurtosis en las distribuciones de los rendimientos de los activos financieros.

La tercera función de SD reconoce que las distribuciones de rendimientos son irregulares, por lo que la medida central más representativa es la mediana y no la media.

### Procedimientos

La técnica a utilizar es similar en cada uno de los modelos, de los precios de los índices bursátiles se obtienen las rentabilidades continuas, seguidamente se estima la volatilidad condicional, con el modelo correspondiente a toda la muestra, luego la truncamos en los últimos 50 datos, a continuación se procede a estimar a partir de los valores de  $r_{t-1}^2$  y  $\sigma_{t-1}^2$  del periodo anterior,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  se obtienen mediante una regresión de AR(1), MA(1) o un ARIMA(1,1),  $r_t = \alpha_1 + \beta_1 r_{t-1} + u_t$ , siendo  $u_t \sim N(0, \sigma_t^2)$  nos queda  $r_t = \alpha_1 + \beta_1 r_{t-1}$ ; estimación va a estar en dependencia de la tipo de modelos que estemos utilizando el cual se ajuste a las propiedades del GARCH u otro.

Para la estimación de  $\sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta r_{t-1}^2$  los valores de  $r_{t-1}^2$  y  $\sigma_{t-1}^2$ , son los obtenidos en el periodo anterior, y los parámetros  $\omega, \alpha, \beta$ , son los que se obtuvieron en la estimación del modelo GARCH utilizado.

- De la muestra de las rentabilidades diarias se estima  $\sigma_t^2$  condicionado de una submuestra. A partir de esta se obtienen los parámetros iniciales  $\omega, \alpha, \beta$ .
- Se evalúa la función de verosimilitud para los valores parámetros de condición inicial. En este caso, se trata de encontrar en el espacio paramétrico con el objeto de obtener los valores que maximicen la función de verosimilitud.
- Por último, se estima la varianza de largo plazo,  $\sigma_t^2$  a de los expresiones anteriores y las estimaciones obtenidas para  $\omega, \alpha, \beta$ ,  $\sigma_t^2 = \omega / (1 - \alpha - \beta)$ .

Esto consiste en fijar un nivel de de volatilidad de largo plazo. Anteriormente hemos fijado  $\omega = \sigma_t^2 / (1 - \alpha - \beta)$ , por tanto, estimamos dos parámetros ( $\alpha$  y  $\beta$ ).

Aplicando el logaritmo neperiano en los precios de los índices financieros se obtuvieron las rentabilidades continuas, de las cuales se estimó la varianza condicional (volatilidad) bajo el supuesto de Normalidad, (rentabilidades logarítmicas  $R_t = \sigma_t z_t$  con  $z_t \sim i.i.d. N(0,1)$ ). Esta estimación se hizo con el modelo EGARCH<sup>16</sup> (modelo exponencial generalizado, autorregresivo, condicionalmente heterocedástico).

Se estandarizan los rendimientos, los cuales se comportan como una Normal (0,1)<sup>17</sup>. Por el hecho de que  $\mu = 0$  y  $\sigma_t^2 = 1$ , siendo  $z_t = \frac{r_t}{\sigma_t}$ , la nueva variable generada. Estos se ordenan de menor a mayor.

Luego, aplicando en Excel aplicamos la propiedad de "DISTR.T.INV" devuelve el valor de t de la distribución de t-Student de dos colas de la como una función de la probabilidad y los grados de libertad. Siendo este el valor del cuantil correspondiente.

Con el último valor del cuantil obtenido  $Q_t(\theta)$ , así como el del último valor del rendimiento  $r_t$  de la muestra que estamos estimando vamos a estimar para el tiempo t+1 valor para el cuantil  $Q_{t+1}(\theta)$ , para estimar el siguiente valor de  $Q_{t+2}(\theta)$ , el cuantil  $Q_{t+1}(\theta)$ , pasa a ser el valor del  $Q_t(\theta)$  y así sucesivamente. Pero el caso es que en las formulas de nuestros modelos los parámetros a betas son desconocidos, por tanto, estos se obtienen minimizando la fórmula.

Dado, que los betas no aparecen en la formula de minimización estos están implícito en ella mediante el termino  $Q_t(\theta)$ , el cual es el valor que obtuvimos en la estimación anteriormente y este se encuentran en las formulas de los modelos adaptativo, valor simétrico absoluto, pendiente asimétrico, y GARCH indirecto, que es donde están reflejados. Haciendo una sustitución de variables de  $Q_t(\theta)$ , en la ecuación (7) para cada uno de los modelo y minimizando se obtienen los valores de los betas respectivamente.

El valor de los rendimientos  $r_t$ , y  $r_{t-1}$  son los últimos valores de la muestra con que se estimaron  $Q_t(\theta)$ .

Una vez obtenidos los  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$ , se estiman los siguiente valores de los cuantiles  $Q_{t+1}(\theta)$ , como se explico anteriormente.

<sup>16</sup> En 1991, Nelson presenta los modelos EGARCH, en los cuales fórmula para la varianza condicional un modelo que no se comporta de manera simétrica para perturbaciones positivas y negativas, como sucede en los modelos GARCH; expresando otro rasgo de la volatilidad: su comportamiento asimétrico frente a las alzas y bajas de los precios de un activo financiero.

<sup>17</sup> Esto se hace porque siendo la heterocedasticidad tan habitual en series temporales financieras, especialmente en rentabilidades, se supone inicialmente su existencia, estimando un modelo para la misma y corrigiendo de dicho efecto, pues el QQ-plot contrasta el ajuste con una distribución normal de varianza constante (de hecho, de varianza unitaria). Alfonso Novales.

Habiéndose calculado el vector de cuantil  $\hat{Q}_{T+1}(\theta)$ , del tiempo t+1, se procede a realizar los cálculos en las ecuaciones de F(.) ecuación 8, que representa una función no especificada. Como se puede observar esta función tiene tres ecuaciones diferentes para las cuales realizamos sus cálculos y hacemos el análisis de manera separada e independiente, dichas ecuaciones son: Desviación Estándar SD, Media SD, y Mediana SD. Obteniendo los valores para cada una de ellas se sustituye en la ecuación 8. Y de esta manera saber cual es el valor de la volatilidad con cada uno de los modelos.

Para el cálculo de los Métodos por Intervalos y el Método Basado en el VaR, estos cálculos se realizan utilizando los valores de los cuantiles obtenidos descritos anteriormente.

En el caso del VaR en términos de rentabilidades la interpretación idónea sería ¿cuál es el nivel de rentabilidad por encima del cual va a estar nuestra cartera con una probabilidad de  $1 - p\%$ , o un porcentaje  $1 - p\%$  de días? Por lo tanto, el VaR es el valor numérico que resuelve la ecuación,  $P(R < -VaR) = p$ .

Si podemos suponer que la rentabilidad mañana sigue una distribución Normal con media cero y varianza  $\sigma_t^2$ , por tanto, el valor del VaR sería:

$$P\left(\frac{R}{\sigma_t} < -\frac{VaR}{\sigma_t}\right) = p \rightarrow \Phi\left(-\frac{VaR}{\sigma_t}\right) = p \rightarrow VaR = -\sigma_t \Phi^{-1}(p)$$

#### IV. Resultados

En la selección del objeto de estudio las series diarias correspondientes a los índices bursátiles de DJES50I, IBEX35I, WILEQTY, S&PCOMP, JAPDOWA, NASA100 y MADRID1, durante el periodo del 22 de mayo de 1987 hasta el 23 de mayo del 2012, para un total de 6524 observaciones.

En los primeros tres gráficos de anexos se pueden observar el comportamiento de los precios, rendimientos (tasa continua), así, como en rendimiento al cuadrado para índices bursátiles en estudios, en los cuales se puede observar las fluctuaciones que tienen a lo largo del tiempo, dichas fluctuaciones son a causas de los diversos fenómenos y/o acontecimientos que suceden a cada instante en el mundo.

## PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

En cuanto a los gráficos de los rendimientos logarítmicos y sus cuadrados podemos ver que la volatilidad de ambas series es cambiante en el tiempo y ésta aumenta en el periodo correspondiente a la actual crisis.

Al predecir la volatilidad mediante el modelo clásico de regresión se estará suponiendo que la media condicional de los datos es representativa, lo cual implica la ausencia de heterocedasticidad. Por el contrario, cuando los datos presentan heterocedasticidad, si se emplea MCO los estimadores resultan insuficientes para capturar adecuadamente la relación.

En este caso, es mejor aplicar métodos de estimación alternativos, tales como la regresión por cuantiles, la cual nos puede ayudar a resolver este problema. La regresión por cuantil tiene la ventaja que permite al investigador caracterizar la distribución total de los datos. Por tanto, el método de regresión por cantiles resuelve el problema presentado por los valores extremos, ya que es insensible a su influencia. Ver grafico 4 de anexos donde se presenta la asimetría de los rendimientos.

Los cuantiles se definen generalmente como aquella observación para la cual el valor de la variable de referencia es superior a un determinado porcentaje  $(\theta)$  de observaciones de la muestra e inferior al  $(1 - \theta)\%$  restante de la muestra.

### Hallazgos Empíricos

Media móvil: en este método se utiliza el método del promedio histórico descrito en la Sección II y la ecuación 1. Para este método se usa un promedio de 30.

GARCH que se utiliza es el GARCH (1,1), descrito en la Sección II.

IGARCH: GARCH integrado propuesto por Nelson (1990), donde los coeficientes  $\alpha(1) + \beta(1)$  están muy cercano a la unidad, lo que conduce al modelo GARCH (p; q) integrado, denotado como IGARCH(p,q) [Engle y Bollerslev (1986)].

GJRGARCH: en este modelo, propuesto por Glosten et al. (1993), este modelo aplica un indicador en la función que índice de manera diferente cuando este valor de la variable es positiva o negativa. Este indicador tiene más impacto en la ecuación cuando es negativo que cuando es positivo

SWARCH: el modelo ARCH postula que la variable en estudio se ajusta a una variedad de modelos ARCH, entre los cuales se mueve de acuerdo con la estructura de una cadena de Markov, lo cual puede ser útil para recoger episodios como el hundimiento de los mercados de

valores observados en octubre de 1987 y agosto de 1998 [Campbell y Harrtschell, Journal of Financial Economics (1992)]<sup>18</sup>.

Los Modelos de Intervalo: En este enfoque de aproximación de segundos momentos de cuantiles originalmente propuestos por Pearson y Tukey (1965). Como se describe en la ecuación 4, se proponen tres pares diferentes de cuantiles, y cuatro funciones de regresión descritas en la sección III que se consideran Sobre la base de las aplicaciones anteriores y revisiones de esta metodología (Taylor, 2005 Kuester, 2006), se han seleccionado dos intervalos, 99 y 95, y tres funciones de regresión: Adaptable (ADAP), simétrica (SYM) y asimétrico (ASYM). Por lo tanto, en esta categoría se aplican modelos: Interval99 ADAP, Interval95 ADAP, Interval99 SYM SYM, Interval95, Interval99 ASYM y ASYM Interval95.

Modelo Basado en el VaR: este modelo propuesto por Taylor (2005), se describe en la Sección III y Ecuación 7. Taylor examinó tres intervalos diferentes como la variable explicativa, encontrando que las separaciones de cuantiles de 98% y 90% mejor rendimiento que una separación de 95%. Ambos pares cuantiles (98 y 90) son utilizados para las tres funciones de regresión mencionados en el caso 5, componiendo los siguientes seis modelos: QINT98 ADAP, QINT90 ADAP, QINT98 SYM, QINT90 SYM, QINT98 ASYM y QINT90 ASYM.

Modelos de regresión por cuantiles: este método propuesto por este estudio, tal como se describe en la Sección III. Hay tres funciones de regresión por cuantiles seleccionados y tres maneras de combinar la serie de cuantiles en una variable explicativa: la SD, Adaptable SD, Ponderado (WSD) y Mediana SD (MSD). Por lo tanto, los siguientes nueve modelos son considerados en la aplicación empírica: (1) SD ADAP, (2) WSD ADAP, (3) MSD ADAP, (4) SYM SD, (5) SYM WSD, (6) SYM MSD, (7) SD ASYM, (8) ASYM WSD y (9) ASYM MSD.

En total hay 26 modelos que se aplican a los siete índices bursátiles. Con todo estos modelo se tiene que comparar la volatilidad que dejamos fuera de la muestra con la volatilidad que vamos a estimar para los periodos de 10 y 20 días en la que se hace una regresión en cada uno de los modelos de pronósticos de volatilidad.

Siguiendo a Taylor (2005), los coeficientes  $R^2$  de las regresiones de mínimos cuadrados ordinarios MCO son reportados a ver cómo gran parte de la volatilidad observada se explica por las proyecciones. Además, la media de los errores al cuadrado (MSEs) de las regresiones se presenta también para determinar la bondad del ajuste. Las tablas 1 y 2 se resumen los resultados de los periodos de 10 días para los coeficientes  $R^2$  y MSE, respectivamente.

En la tabla 1 se presenta la capacidad que tiene cada modelo para explicar las volatilidades a un periodo de 10-días. Estos cálculos se realizaron con la parte de la muestra, que nos hemos quedado una vez que la truncamos y se han separado los últimos 50 valores de la muestra principal. A continuación se dan a conocer el mayor valor que se obtiene en cada índice bursátil con el modelo correspondiente, para el índice DJES50I, con el modelo WSD ADAP, con el mayor valor de 15.60%, el IBEX35 con el mayor valor de 15.98%, para el modelo MSD ADAP, y

---

<sup>18</sup> Libro de Financial Econometrics, Alfonso Novales Cinca.

## PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

el índice MADRID, con el mayor valor de 35%, para estos tres índices el mayor valor se obtiene con el Método de Cantiles. Con el método basado en el VaR, se obtienen dos índices con el mayor valor ellos: con el índice WILEQTY con el mayor valor de 18.20% en el modelo del QIntervalo98 SYM. Y el S&PCOMP con el mayor valor de 15% en el método de QIntervalo90 ASYM. Los índices bursátiles JAPDOWA su mayor valor es de 25% el cual está en el modelo IGARCH, y por último el índice NASA100 con el mayor valor de 27.6%, este valor está en el modelo GJRGARCH.

De manera general, se puede decir que el método que mejor se ajusta es el de estimaciones por cuantiles con 3 de 7 índices, y el método basado en el VaR con 2 de 7, los otros dos índices de mayor valor se obtuvieron con los métodos IGARCH y GJRGARCH, con 1 de 7 cada uno respectivamente. El mayor valor obtenido en cada índice, es aquel valor, que se obtiene en este índice en comparación con los demás modelos en estudio, los cuales nos dan valores inferiores.

En el método de Cuantiles dos de tres modelos se obtienen con la función de regresión Adaptativa, con un intervalo de (14.65-15.00), por tanto, podemos decir que utilizando esta función de regresión adaptativa se producen resultados similares.

Si comparamos los resultados obtenidos en la función Adaptativa entre el método por Cuantiles y el método basado en el VaR, podemos ver que el rango de intervalo de esta función en cada método son (14.65-15.00) y (3.86-5.91), respectivamente, por tanto, los modelos con la función Adaptativa con el método por cuantiles son mejores estimadores que en el método basado en el VaR.

La Tabla 3 proporciona las medidas de  $R^2$  de los 25 modelos en la predicción de la volatilidad para un horizonte de 20 días. Teniendo como resultado los siguientes valores: el Método por Cantiles se encuentran 5 índices con el mayor valor, estos modelos son el índice DJES50I con el mayor valor de 11.90% en el modelo de SD ASYM, el índice IBEX35 con el mayor valor de 12.65% en el modelo MSD ASYM, el índice S&PCOMP con el mayor valor de 13%, en el modelo SD ADAP, el índice JAPDOWA, con el mayor valor de 16.01% en el modelo SD SYM y por último, el índice IBEX35, con el mayor valor de 35.40% con el modelo de MSD ADAP, en resumen, en el método por Cuantiles hay 5 de 7 índices para este periodo. Los otros métodos con un mayor valor son el método basado en VAR, en el índice WILEQTY con el mayor valor de 13% en el QIntervalo98 ASYM, y otro es el método de Intervalo con el índice NASA100, en el Intervalo 98, ASYM con el mayor valor de 19%.

En el horizonte de 20 días la función Adaptativa en el método por Cuantiles, tiene un rango similar al obtenido en el horizonte a 10 días con el intervalo de (14.19-15.90), por tanto, se puede decir que en ambos horizontes tiene buena predicción de la volatilidad.

Se puede observar que al pasar de un horizonte de 10 a 20 días los modelos de estimación en el cual se obtiene el mayor valor cambian a otros modelos.

## PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

El índice DJES50I que a 10 días el mayor valor se obtuvo en la función WSD ADAP, al cambiar a un horizonte a 20 días, este cambia a la función de SD ASYM, pero siempre en el Método por Cuantiles.

El índice IBEX 35 a 10 días el mayor valor se obtiene en la función MSD ADAP, para el horizonte a 20 días cambia a la función WDS ASYM, siempre en el Método por Cuantiles.

El índice WILEQTY a 10 días el mayor valor se obtiene en la función QIntervalo98 ASYM, al cambiar el horizonte a 20 días el mayor valor se obtiene con la función Qintervalo 90 SYM siempre con el Método basado en el VaR.

El índice S&PCOM a 10 días el mayor valor se obtiene en la función Qintervalo 90 ASYM con el método basado en el VaR al cambiar de horizonte a 20 días el mayor valor se obtiene en la función SD ADAP en el método por Cuantiles.

El índice JAPDODA, a 10 días el mayor valor se obtiene con el método IGARCH para el horizonte a 20 días el mayor valor se obtiene con la función SD SYM en el método por Cuantiles.

El índice NASA100 10 días el mayor valor se obtiene en el método GJRGARCH, y al pasar al horizonte a 20 días el mayor valor se obtiene en la Intervalo 99 ASYM del método de INTERVALO.

El índice MADRID I a 10 días el mayor valor se obtiene en la función MSD SYM, al cambiar el horizonte a 20 días el mayor valor se obtiene en la función MSD ASYM siempre en el método por Cuantiles.

Una medida alternativa al análisis del  $R^2$ , es el uso del ajuste de bondad del modelo, siendo este el análisis del Error Cuadrático Medio (MSE). Estos valores reflejan en la Tabla 2 para el horizonte de 10 días y en la Tabla 4 para el horizonte a 20 días.

Los valores obtenidos con medida del Error Cuadrático Medio (MSE) que es un indicador alternativo de ajuste del modelo. Se puede observar que para los métodos en donde el  $R^2$  es el mayor valor, en este mismo método se obtiene el menor valor del MSE.

Al calcular los MSE se pueden tener dos medidas a las cuales se le presta atención:

1. El valor obtenido en el cálculo del MSE es MAYOR que el valor obtenido en el coeficientes  $R^2$ , para los índices (WILEQTY, JAPDOWA).
2. El valor obtenido en el MSE es MENOR es que el valor obtenido en el coeficiente  $R^2$ , esto para los índices: MADRID I, (DJES50I, IBEX-35, S&PCOM, NASA100, MADRID I).

El primer caso se da cuando las variaciones de la volatilidad real es relativamente más altas para estos índices en comparación de la volatilidad real de los índices donde el valor del coeficiente  $R^2$  es mayor que el MSE, como es el segundo caso.

## PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

Modelos	DJES50I	IBEX35I	WILEQTY	S&PCOMP	JAPDOWA	NASA100	MADRIDI	Media
<b>Metod de M. A. y GARCH</b>								
Media Movil	7,20%	4,35%	3,67%	3,80%	7,60%	9,00%	4,10%	5,67%
GARCH	5,21%	5,61%	4,42%	3,85%	9,80%	4,21%	6,02%	5,59%
IGARCH	6,00%	16,00%	9,80%	8,60%	16,00%	7,50%	8,50%	10,34%
GJRGARCH	7,50%	5,20%	5,36%	5,60%	4,50%	27,60%	9,00%	9,25%
SWGARCH	5,61%	4,50%	6,40%	3,50%	6,50%	5,60%	10,30%	6,06%
<b>Metodos de Intervalos</b>								
Intervalo 99 ADAP	0,57%	1,65%	1,60%	0,60%	6,10%	0,50%	7,00%	6,75%
Intervalo 95 ADAP	3,60%	2,50%	1,50%	0,50%	5,00%	4,00%	4,50%	6,75%
Intervalo 99 SYM	6,40%	5,40%	0,50%	0,50%	0,00%	6,00%	3,60%	3,20%
Intervalo 95 SYM	5,61%	6,40%	0,10%	1,00%	0,00%	0,80%	6,40%	2,90%
Intervalo 99 ASYM	4,62%	2,04%	0,00%	4,69%	0,10%	10,00%	1,90%	3,34%
Intervalo 95ASYM	0,00%	3,90%	3,60%	2,50%	4,20%	3,50%	5,10%	3,26%
<b>Metodos Basados en VaR</b>								
Qintervalos 98 ADAP	2,60%	1,50%	2,00%	1,00%	2,30%	1,60%	16,00%	3,86%
Qintervalos 90 ADAP	4,60%	1,90%	12,00%	2,30%	4,30%	2,30%	14,00%	5,91%
Qintervalo 98 SYM	5,67%	1,20%	14,65%	2,30%	1,09%	4,30%	9,00%	5,46%
Qintervalo 90 SYM	2,60%	0,50%	13,21%	9,00%	1,80%	7,60%	8,00%	6,10%
Qintervalo 98 ASYM	4,30%	7,30%	14,61%	8,00%	7,90%	5,60%	7,30%	7,86%
Qintervalo 90 ASYM	5,60%	0,10%	9,68%	15,00%	9,40%	7,00%	6,30%	7,58%
<b>Metodos Basados en Cuantiles</b>								
SD ADAP	14,58%	15,32%	8,62%	8,64%	5,60%	25,12%	24,10%	14,57%
WSD ADAP	15,60%	15,64%	8,61%	9,65%	6,40%	26,11%	26,22%	15,46%
MSD ADAP	15,40%	15,98%	8,31%	9,65%	6,98%	24,31%	29,61%	15,75%
SD SYM	10,12%	13,40%	7,61%	8,24%	4,65%	21,60%	31,22%	13,83%
WSD SYM	11,50%	13,60%	2,20%	6,45%	4,65%	21,89%	34,11%	13,49%
MSD SYM	12,40%	12,98%	7,91%	5,64%	7,64%	21,45%	35,00%	14,72%
SD ASYM	5,64%	12,64%	5,61%	4,91%	8,61%	20,64%	18,90%	10,99%
WSD ASYM	6,95%	12,65%	4,91%	4,18%	7,51%	20,16%	19,10%	10,78%
MSD ASYM	5,00%	12,60%	4,89%	4,16%	5,31%	19,68%	18,00%	9,95%

Modelos	DJES50I	IBEX35I	WILEQTY	S&PCOMP	JAPDOWA	NASA100	MADRIDI	Media
<b>Metod de M. A. y GARCH</b>								
Media Movil	21,56%	15,65%	22,61%	16,82%	18,21%	12,64%	21,30%	18,40%
GARCH	21,65%	15,65%	22,61%	16,82%	18,10%	12,94%	21,31%	18,44%
IGARCH	21,35%	15,78%	22,15%	16,91%	18,50%	12,02%	20,01%	18,10%
GJRGARCH	21,84%	15,78%	22,67%	16,51%	18,61%	12,94%	20,35%	18,39%
SWGARCH	21,84%	15,79%	22,91%	16,70%	18,12%	12,84%	20,64%	18,41%
<b>Metodos de Intervalos</b>								
Intervalo 99 ADAP	24,79%	15,89%	21,94%	15,34%	19,36%	12,64%	22,64%	18,94%
Intervalo 95 ADAP	24,68%	15,78%	21,64%	15,32%	19,64%	12,64%	22,35%	18,86%
Intervalo 99 SYM	24,38%	15,79%	21,64%	15,61%	13,91%	12,64%	24,64%	18,37%
Intervalo 95 SYM	24,98%	15,13%	21,94%	15,21%	19,81%	12,50%	22,64%	18,89%
Intervalo 99 ASYM	24,91%	15,16%	21,64%	15,32%	19,54%	12,84%	22,94%	18,91%
Intervalo 95 ASYM	24,65%	15,61%	21,94%	15,64%	18,87%	12,85%	22,64%	18,89%
<b>Metodos Basados en VaR</b>								
Qintervalos 98 ADAP	25,35%	15,94%	18,30%	14,64%	18,91%	14,64%	22,64%	18,63%
Qintervalos 90 ADAP	25,94%	15,91%	18,60%	14,90%	18,66%	14,65%	22,94%	18,80%
Qintervalo 98 SYM	25,12%	15,64%	18,02%	14,64%	18,96%	15,12%	22,64%	18,59%
Qintervalo 90 SYM	25,91%	15,64%	18,61%	14,60%	18,64%	14,89%	22,84%	18,73%
Qintervalo 98 ASYM	25,31%	15,64%	19,50%	14,61%	18,97%	14,90%	22,94%	18,84%
Qintervalo 90 ASYM	25,41%	15,94%	19,30%	14,02%	18,67%	15,30%	22,71%	18,76%
<b>Metodos Basados en Cuantiles</b>								
SD ADAP	15,91%	15,97%	19,61%	14,61%	12,62%	16,34%	20,51%	16,51%
WSD ADAP	11,10%	15,19%	19,34%	14,31%	12,64%	16,51%	20,10%	15,60%
MSD ADAP	11,98%	15,98%	19,64%	14,61%	12,34%	16,31%	20,00%	15,84%
SD SYM	11,65%	15,78%	19,64%	15,64%	16,51%	16,21%	19,60%	16,43%
WSD SYM	11,54%	15,64%	19,54%	15,91%	16,94%	15,90%	19,33%	16,40%
MSD SYM	11,65%	15,49%	19,64%	15,64%	16,91%	15,94%	19,02%	16,33%
SD ASYM	11,69%	15,48%	19,64%	15,19%	16,94%	16,01%	19,35%	16,33%
WSD ASYM	11,65%	15,78%	19,78%	15,14%	16,84%	16,02%	19,32%	16,36%
MSD ASYM	11,89%	15,94%	19,48%	15,12%	16,34%	16,32%	19,36%	16,35%

## PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

**Tabla 3. R2: una medida de la información contenida en los pronósticos de volatilidad de 20 días**

Modelos	DJES50I	IBEX35I	WILEQTY	S&PCOMP	JAPDOWA	NASA100	MADRIDI	Media
<b>Metod de M. A. y GARCH</b>								
Media Movil	6,03%	6,15%	5,19%	5,38%	5,30%	3,21%	5,80%	5,29%
GARCH	4,50%	2,90%	4,32%	6,34%	5,10%	4,31%	4,00%	4,50%
IGARCH	5,40%	3,60%	8,40%	3,00%	9,87%	5,80%	2,00%	5,44%
GJRGARCH	5,00%	6,90%	8,90%	5,60%	11,60%	18,00%	5,00%	8,71%
SWGARCH	6,40%	3,64%	8,60%	2,30%	12,50%	6,50%	6,00%	6,56%
<b>Metodos de Intervalos</b>								
Intervalo 99 ADAP	1,20%	0,20%	0,00%	2,50%	8,60%	2,60%	13,00%	4,01%
Intervalo 95 ADAP	5,64%	1,02%	2,50%	5,60%	6,40%	2,01%	4,50%	3,95%
Intervalo 99 SYM	4,65%	2,50%	0,50%	5,64%	0,00%	0,00%	3,60%	2,41%
Intervalo 95 SYM	5,60%	3,69%	0,11%	2,60%	0,00%	0,20%	6,40%	2,66%
Intervalo 99 ASYM	5,30%	0,10%	0,00%	4,30%	18,00%	19,00%	1,90%	6,94%
Intervalo 95 ASYM	0,37%	0,00%	5,30%	6,00%	8,50%	9,31%	5,10%	4,94%
<b>Metodos Basados en VaR</b>								
Qintervalos 98 ADAP	1,02%	3,60%	0,00%	0,10%	0,10%	0,00%	20,63%	3,64%
Qintervalos 90 ADAP	3,20%	1,60%	6,00%	0,50%	0,00%	3,60%	2,45%	2,48%
Qintervalo 98 SYM	5,44%	0,00%	8,00%	0,00%	1,04%	4,60%	16,01%	5,01%
Qintervalo 90 SYM	3,65%	2,20%	1,30%	5,00%	3,60%	5,00%	12,00%	4,68%
Qintervalo 98 ASYM	2,31%	9,80%	13,00%	6,00%	2,80%	5,00%	12,90%	7,40%
Qintervalo 90 ASYM	6,14%	2,90%	10,00%	5,00%	5,60%	3,00%	13,00%	6,52%
<b>Metodos Basados en Cuantiles</b>								
SD ADAP	10,60%	11,55%	12,36%	13,00%	16,00%	12,60%	35,20%	15,90%
WSD ADAP	10,64%	10,60%	12,12%	11,25%	15,90%	12,45%	35,10%	15,44%
MSD ADAP	10,64%	10,60%	12,54%	1,61%	15,90%	12,64%	35,40%	14,19%
SD SYM	9,90%	11,90%	10,60%	11,91%	16,01%	12,30%	32,12%	14,96%
WSD SYM	9,82%	11,81%	10,60%	12,60%	15,90%	13,60%	32,60%	15,28%
MSD SYM	9,12%	11,60%	10,60%	11,30%	14,90%	13,20%	32,51%	14,75%
SD ASYM	11,90%	12,32%	9,61%	6,01%	8,61%	10,01%	30,32%	12,68%
WSD ASYM	11,60%	12,65%	9,61%	6,79%	8,91%	11,23%	30,61%	13,06%
MSD ASYM	11,09%	12,30%	9,61%	6,25%	8,61%	10,20%	30,21%	12,61%

**Tabla 4. MSE: una medida de la información contenida en los pronósticos de volatilidad de 20 días**

Modelos	DJES50I	IBEX35I	WILEQTY	S&PCOMP	JAPDOWA	NASA100	MADRIDI	Media
<b>Metod de M. A. y GARCH</b>								
Media Movil	21,56%	20,30%	14,61%	13,61%	14,90%	12,64%	21,51%	17,0%
GARCH	21,65%	20,31%	14,35%	13,45%	14,01%	12,94%	21,64%	16,9%
IGARCH	21,35%	20,38%	14,36%	13,64%	14,32%	12,02%	21,62%	16,8%
GJRGARCH	21,84%	21,06%	15,00%	13,54%	14,91%	12,94%	21,64%	17,3%
SWGARCH	21,84%	21,90%	16,22%	13,91%	14,90%	12,84%	21,64%	17,6%
<b>Mtodos de Intervalos</b>								
Intervalo 99 ADAP	14,60%	20,91%	16,33%	13,64%	14,64%	15,30%	21,65%	16,7%
Intervalo 95 ADAP	14,60%	20,64%	16,32%	13,64%	14,64%	15,32%	21,65%	16,7%
Intervalo 99 SYM	14,60%	21,32%	16,66%	14,50%	15,31%	15,48%	21,99%	17,1%
Intervalo 95 SYM	14,10%	20,65%	16,55%	14,64%	15,45%	15,84%	21,95%	17,0%
Intervalo 99 ASYM	11,65%	20,64%	15,99%	15,64%	15,31%	15,20%	21,65%	16,6%
Intervalo 95 ASYM	10,90%	25,64%	15,77%	15,31%	15,31%	15,98%	21,32%	17,2%
<b>Metodos Basados en VaR</b>								
Qintervalos 98 ADAP	13,65%	21,64%	15,44%	15,21%	14,60%	16,65%	21,78%	17,0%
Qintervalos 90 ADAP	13,36%	20,64%	15,44%	16,00%	11,80%	16,98%	21,45%	16,5%
Qintervalo 98 SYM	13,54%	20,64%	15,22%	14,30%	11,54%	16,78%	21,64%	16,2%
Qintervalo 90 SYM	13,46%	21,64%	15,22%	15,32%	12,50%	16,94%	21,64%	16,7%
Qintervalo 98 ASYM	13,80%	22,22%	15,20%	15,32%	14,91%	16,82%	21,98%	17,2%
Qintervalo 90 ASYM	13,64%	22,64%	15,66%	15,31%	14,64%	16,45%	21,65%	17,1%
<b>Metodos Basados en Cuantiles</b>								
SD ADAP	12,35%	19,61%	15,20%	13,21%	12,00%	17,62%	21,69%	16,0%
WSD ADAP	12,65%	19,46%	15,32%	13,60%	11,95%	17,21%	21,65%	16,0%
MSD ADAP	12,35%	19,64%	15,32%	13,64%	11,45%	17,26%	21,02%	15,8%
SD SYM	12,65%	19,64%	15,20%	13,64%	11,30%	17,20%	21,99%	15,9%
WSD SYM	12,65%	19,64%	15,32%	13,80%	11,98%	17,12%	21,65%	16,0%
MSD SYM	12,02%	19,89%	15,89%	13,64%	11,89%	17,91%	13,93%	15,0%
SD ASYM	12,65%	19,48%	15,65%	13,64%	11,78%	17,64%	21,98%	16,1%
WSD ASYM	12,35%	19,32%	15,64%	13,94%	11,98%	17,50%	21,65%	16,1%
MSD ASYM	12,37%	19,86%	15,45%	13,64%	11,98%	17,31%	21,95%	16,1%

### V. Conclusiones

Sabemos bien que la volatilidad es un indicador de la incertidumbre en los movimientos de rendimientos de los activos financieros. Por tanto, es un indicador al cual se le debe prestar una gran importancia en su comportamiento dado que este influye en los precios de los activos financieros, además es una variable de gran relevancia en la gestión de riesgos. En consecuencia, la predicción de la volatilidad ha llamado la atención a investigadores académicos y profesionales de la industria financiera. Debido a esto se han desarrollado una amplia variedad de modelos econométricos y métodos matemáticos en busca de obtener las mejores predicciones de la volatilidad.

En este trabajo, se enfoca la aplicación del método de regresión por cuantiles para la predicción de la volatilidad. Por tanto, en los resultados obtenidos con este enfoque se puede observar que son mejores en comparación con los demás métodos contemplados en el estudio. Lo cual significa que este método es mejor para la predicción de la volatilidad. Una propiedad clave que presenta es la utilización de una serie uniformemente en el espacio de cuantiles estimados para la construcción de las variables explicativas. Esto no sólo elimina la elección arbitraria de unos pares de cantiles, sino que se tiene una mejor representación de la anchura de la distribución, además que se proporciona información mucho más completa sobre la volatilidad de la que reflejan los otros modelos.

Se puede decir, que para ambos horizontes de 10 y 20 días, el método por cuantiles es mejor para la predicción de la volatilidad. Dado que con la aplicación de este método se obtienen a casi todos los índices con el mayor del coeficiente  $R^2$  en cada uno de los índices. Además, se puede observar que en ellos sobresale en modelo de la función adaptativa con los mejores resultados en la regresión por cuantiles.

### VI. Extensiones

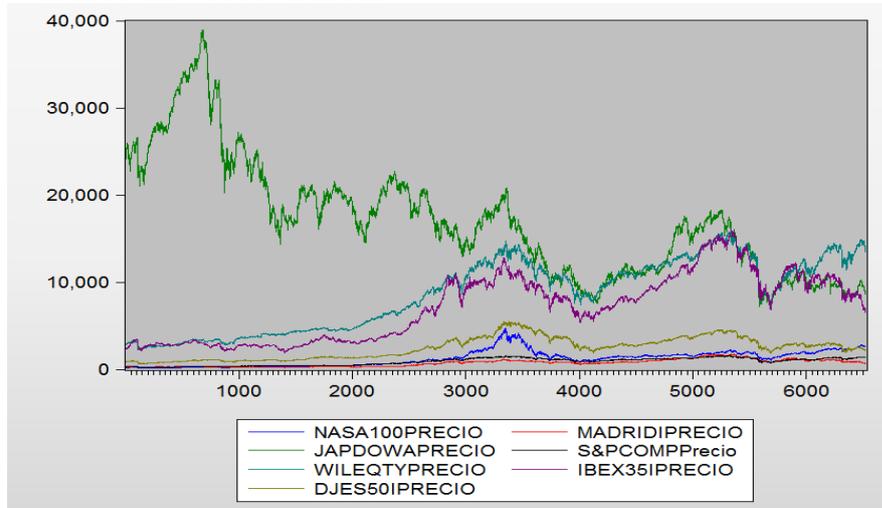
Una posible extensión a este estudio sería estimar los momentos más altos (picos) en la distribución de la serie de cuantiles de rentabilidad, obteniendo con ello una comprensión más profunda del comportamiento de la volatilidad.

## VII. Bibliografía

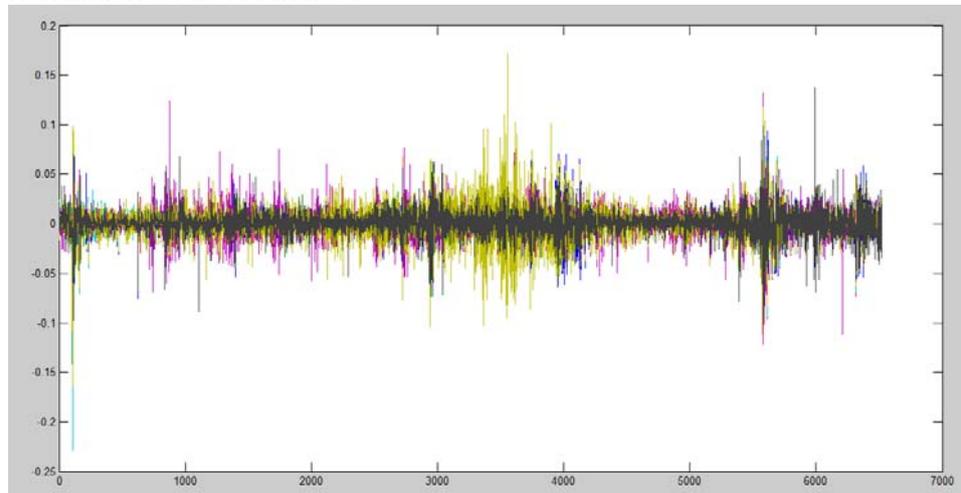
1. Alex YiHou Huang (2012): Volatility forecasting by quantile regression, Applied Economics
2. Financial Econometric, Alfonso Novales.
3. ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA, VOL. 29, NÚM. 64 EDICIÓN ESPECIAL RIESGOS EN LA INDUSTRIA BANCARIA, 2011, PP. 62-109. CHARLE AUGUSTO LONDOÑO.

## VIII. Anexos

### Precios de los Indices Bursatiles



### Rendimientos de los indices



### Rendimientos al cuadrado

# PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

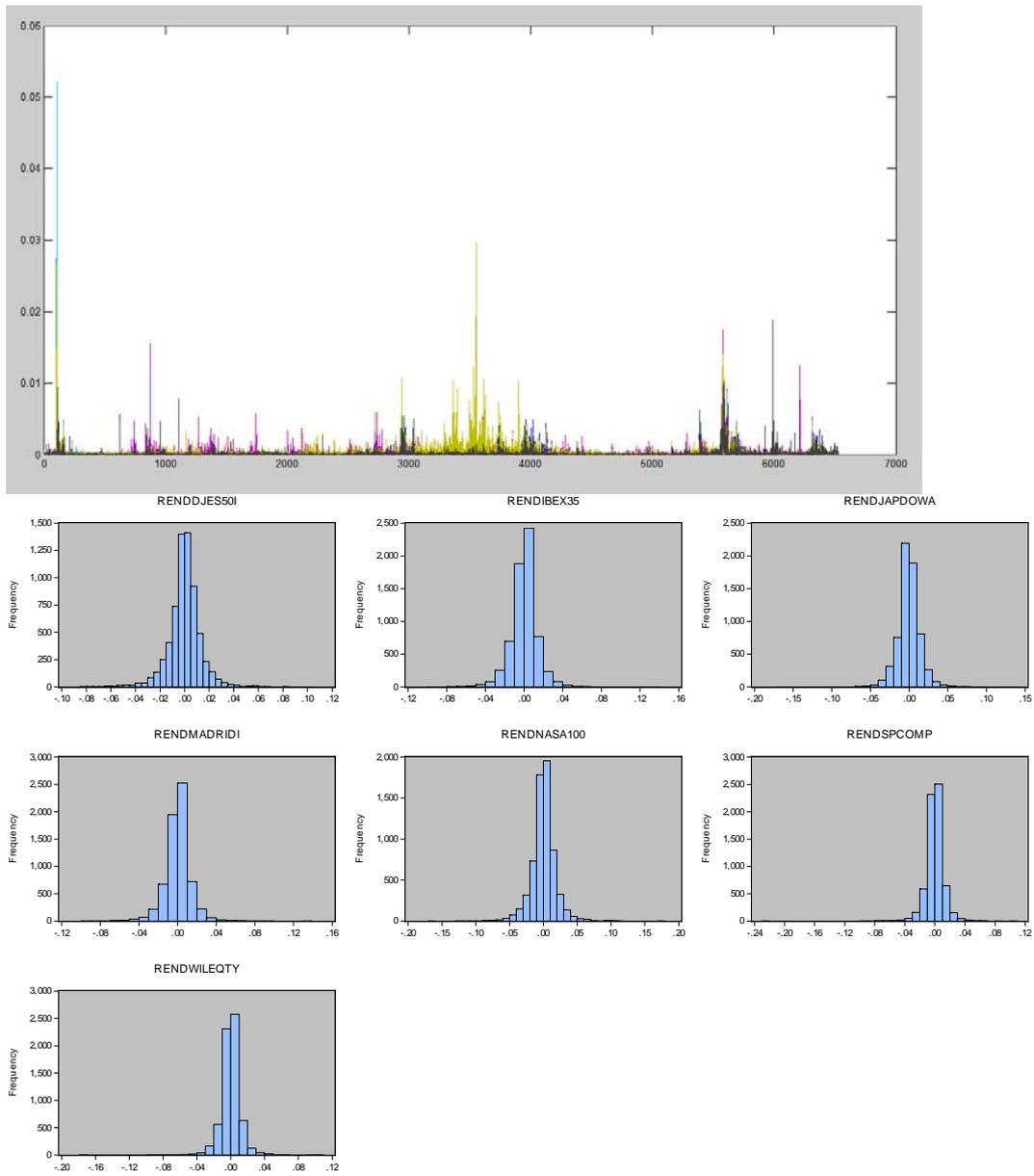


Grafico de Cuantiles

# PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD MEDIANTE REGRESIÓN POR CUANTILES

