

# **EXPOSICION A TIPOS DE CAMBIO: ANÁLISIS DEL RIESGO EMERGENE COMO ALTERNATIVA DE DIVERSIFICACIÓN**

**Cristian Camilo Otero Pérez**

Trabajo de investigación 012/015

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutor: Dr. Alfonso Novales Cinca

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

**EXPOSICIÓN A TIPOS DE CAMBIO:  
ANÁLISIS DEL RIESGO EMERGENTE COMO ALTERNATIVA DE  
DIVERSIFICACIÓN**

**Cristian Camilo Otero Pérez**

Trabajo de investigación 015/xxx  
Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutor: Dr. Alfonso Novales Cinca

Universidad Complutense de Madrid  
Universidad de Castilla-La Mancha  
Universidad de Valencia  
Universidad del País Vasco



Universidad Complutense de Madrid  
Universidad de Castilla-La Mancha  
Universidad de Valencia  
Universidad del País Vasco

---

**Exposición a tipos de cambio: análisis del riesgo  
emergente como alternativa de diversificación**

Por Cristian Camilo Otero Pérez

**RESUMEN**

---

A través de una aproximación cuantitativa, se analiza la inversión en tipos de cambio de diferente naturaleza en sus factores fundamentales y en sus niveles de liquidez mediante la estructuración de carteras de varianza mínima. Dentro de este análisis se contrastan los portafolios obtenidos bajo la estimación de momentos condicionales y bajo momentos incondicionales, se indaga si la evolución temporal de los vectores de ponderaciones del portafolio aporta información relevante en la gestión de carteras de activos esta naturaleza, y se analizan los beneficios que se obtienen al diversificar carteras invirtiendo en tipos de cambio de distinta procedencia, todo en un marco de mínima varianza. Los resultados muestran la bondad de emplear momentos condicionales al estimar un portafolio de mínima varianza de tipos de cambio y la dificultad de anticipar los cambios en la estructura del portafolio de mínima varianza sin la utilización explícita de un problema de optimización. También se comprueba que existe una clara mejora en eficiencia en la relación riesgo-beneficio en el largo plazo al diversificar carteras con exposición a divisas en tipos de cambio de diferente naturaleza como el riesgo emergente.



---

## TABLA DE CONTENIDO

---

<b>1.</b>	<b><u>INTRODUCCIÓN.....</u></b>	<b><u>1</u></b>
1.1.	MERCADO FOREX .....	1
1.2.	CUESTIONES A ABORDAR .....	4
1.3.	ALCANCE DEL TRABAJO .....	4
<b>2.</b>	<b><u>DATOS.....</u></b>	<b><u>5</u></b>
<b>3.</b>	<b><u>METODOLOGÍAS.....</u></b>	<b><u>7</u></b>
3.1.	SUPUESTOS GENERALES .....	7
3.2.	MODELO DEL PORTAFOLIO DE MÍNIMA VARIANZA (MV).....	8
3.3.	MODELOS DE ESTIMACIÓN DE LOS MOMENTOS ESTADÍSTICOS.....	9
3.4.	CARACTERIZACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DEL PORTAFOLIO MV .....	11
3.5.	EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL PORTAFOLIO .....	13
<b>4.</b>	<b><u>APLICACIÓN EMPÍRICA.....</u></b>	<b><u>14</u></b>
4.1.	ESTIMACIÓN DE LOS MOMENTOS .....	14
4.2.	OBTENCIÓN DE LOS PORTAFOLIOS .....	15
4.3.	ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS EN LA EVOLUCIÓN DEL PORTAFOLIO MV .....	16
4.4.	EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS PORTAFOLIOS.....	17
<b>5.</b>	<b><u>RESULTADOS.....</u></b>	<b><u>18</u></b>
5.1.	PORTAFOLIO DE MÍNIMA VARIANZA .....	18
5.2.	ESTIMACIÓN EN EL CAMBIO DE LA COMPOSICIÓN DEL PORTAFOLIO MV .....	29
5.3.	ANÁLISIS DE DIVERSIFICACIÓN .....	35
<b>6.</b>	<b><u>CONCLUSIONES.....</u></b>	<b><u>37</u></b>
6.1.	MOMENTOS CONDICIONALES FRENTE A MOMENTOS INCONDICIONALES.....	37
6.2.	ESTRUCTURAS DEL PORTAFOLIO MV .....	38
6.3.	DIVERSIFICACIÓN UTILIZANDO DIVISAS DE ECONOMÍAS EMERGENTES .....	39
6.4.	CUESTIONES SUGERIDAS PARA CONTINUACIÓN Y AMPLIACIÓN .....	39
<b>7.</b>	<b><u>BIBLIOGRAFÍA Y TRABAJOS CITADOS.....</u></b>	<b><u>40</u></b>
<b>8.</b>	<b><u>ANEXOS.....</u></b>	<b><u>41</u></b>



---

## AGRADECIMIENTOS

---

Agradezco a Dios por permitirme cumplir esta meta en mi camino profesional y personal. A mis padres y a mi hermano por su apoyo incondicional, sin ustedes, Luz, Eduardo y Eduardo Jr., no habría sido posible nada de esto. A mi tutor, el Dr. Alfonso Novales, por su paciencia, su motivación y su guía. Un agradecimiento especial a Eduardo Paredes por incentivar este proyecto y la señora Victoria Tello por ayudarme a iniciar el camino profesional, a ambos gracias por creer en mí. A Cristina Castañeda, Sonia Calderón y su equipo y a Fabián Carlos, gracias por su apoyo a la distancia. A toda mi familia y amigos por su apoyo, incluyendo claro a las personas que conocí durante la travesía: tortugos, dominicanos, Mary y mis buenos amigos de Valencia. Verónica, Sebastián y Antonio: gracias por su apoyo y compañía.





## 1. INTRODUCCIÓN

---

En torno a la gestión de portafolios de inversión, la teoría económica y financiera ha presentado importantes avances y hoy en día se puede tener fácil acceso a muchísima literatura que expone diversas formas de abordar los problemas de gestión de activos financieros e innumerables trabajos de exploración empírica al respecto.

Sin embargo, a grandes rasgos, el grueso de la literatura se centra en tres tipos de instrumentos: renta fija, renta variable e instrumentos derivados. Es escasa la literatura académica que se encuentra en torno a los mercados de tipo de cambio, tal vez porque son mercados con mucha volatilidad o porque como activos financieros son simples: no presentan accidentes ni mayores complicaciones a la hora de negociar; pero no se debe desconocer que el mercado de divisas es el que más desarrollo ha presentado en la historia de los mercados financieros y es, por mucho, el mercado más grande del globo.

Esta investigación pretende abordar temas de gestión de carteras que tengan exposición directa a los tipos de cambio utilizando argumentos teóricos de econometría y economía financiera aplicados a las divisas, indagando por el comportamiento que presentan las estrategias de mínima varianza aplicadas a estos mercados y los beneficios que pueden obtenerse mediante la diversificación considerando el riesgo implícito en las monedas de países emergentes.

### 1.1. MERCADO FOREX

---

El mercado internacional de divisas, conocido como *Forex* (o *FX*) por su nombre en inglés (*Foreign Exchange*), es el mercado al cual convergen todas las operaciones de comercio internacional y de flujos globales, pues las negociaciones y transacciones no se realizan en una moneda\* única y según la preferencia o necesidad de cada parte del negocio, los agentes requerirán que su flujo esté denominado en cierta moneda que puede ser, o no, la moneda de su país de operación.

Las divisas, como instrumento financiero transaccional, se negocian en cruces: es decir que para operar con divisas hay que hacerlo siempre por pares ya que las transacciones se ejecutan con las cotizaciones del precio de una divisa expresado en términos de otra. Así mientras el precio de una divisa tiende al alza, la divisa respectiva de re expresión protagonizará una tendencia bajista en su valor, esto permite que un inversionista que acceda a estos mercados pueda obtener beneficios tanto en periodos de expansión como en los de contracción.

Las fluctuaciones en los tipos de cambio son resultado de los flujos monetarios reales así como de las expectativas a causa de las variaciones en las variables y perspectivas económicas. Básicamente los factores que afectan a los tipos de cambio pueden resumirse en: factores económicos, factores políticos y la psicología del mercado. Este último factor hace referencia, entre otras cosas, a los rumores que provocan los inversores en situaciones de incertidumbre y a sus reacciones en el mercado.

---

\* Se refiere de manera indistinta a *divisas* y *monedas* al indicar los tipos de cambio disponibles para inversión.

Ahora bien, el mercado Forex es uno de los más especulativos dentro de los mercados financieros y cualquier evento económico, político o social puede afectar el valor de una divisa ya sea a favor o en contra de ella. Las operaciones se realizan en segundos y por consiguiente no hay rendimientos garantizados. Esto, sumado a los altos niveles de apalancamiento, es lo que lleva al desarrollo de este trabajo: un análisis a las posibilidades de inversión en el mercado de divisas, desde una perspectiva cuantitativa y académica, abordando entornos de mínima varianza y diferentes características en los tipos de cambio.

El mercado Forex es un mercado descentralizado, esto significa que no existe una única entidad o un único mercado donde se negocien las divisas, en realidad es una red de mercados dispersa por todo el globo, lo que complica la existencia de una regulación única de operación en el mercado Forex, con lo que depende entonces de la jurisdicción del mercado y de la del intermediario con el cual se opere. Ahora bien, aunque no existe un organismo internacional que regule todas las actividades a nivel mundial en el mercado Forex, sí existen algunos organismos e instituciones con funciones de inspección y vigilancia en cada una de las plazas como la *Commodities Futures Trading Commission* y la *Securities and Exchange Commission* que regulan dicho mercado para Estados Unidos.

El mercado FX es un mercado que opera las veinticuatro horas del día durante casi los siete días de la semana (no opera los fines de semana, no obstante la diferencia horaria hace que no se cumplan 48 horas por fuera de cotización). Los mercados asiáticos son los primeros en abrir la jornada, seguidos de los europeos y por último de los mercados americanos. Las Bolsas que más relevancia toman al comerciar con divisas y tipos de cambio son la de Tokio, la de Londres y la de Nueva York. A estos y otros mercados es a donde se dirigen los bróker con las órdenes de sus clientes. Son los brókeres los agentes que apalancan a los inversionistas y lo que hace al mercado de divisas aún más peligroso para los inversionistas.

Esta descentralización también dificulta la consecución de información relativa al tamaño del mercado y a estadísticas agregadas de su operación. El Banco Internacional de Pagos, BIS por sus siglas en inglés (*Bank for International Settlements*), es tal vez la entidad que mejor ha logrado consolidar cifras de este mercado. El BIS consolida una encuesta trienal de varios tópicos de la economía global e incluye un informe interesante sobre las transacciones FX.

#### **1.1.1. Cifras del mercado FX**

Los siguientes datos son extraídos de la versión más reciente del informe del BIS<sup>1</sup>, el cual consolida los datos a abril de 2013, y nos permiten inferir la magnitud del mercado sobre el cual se pretende indagar y la relevancia que pueden tener los análisis de este tipo para inversionistas que se expongan al riesgo cambiario a través de posiciones en divisas.

El promedio diario de negociación en el mercado Forex es de USD 5,3 billones\* diarios según la encuesta del BIS, mostrando importantes crecimientos frente al registro de 2010 donde la cifra

---

<sup>1</sup> (Bank for International Settlements, 2013)

\* Billones entendido como millones de millones.

ascendía a USD 4 billones, un crecimiento en torno al 35% en los tres años de referencia, y del 61% frente al resultado de 2007 cuando el registro fue de USD 3,3 billones.

Las negociaciones se concentran en los centros financieros del Reino Unido, Estados Unidos, Singapur y Japón en donde se cierran el 71% de los negocios de divisas. La encuesta también indica que ha aumentado la concentración de las transacciones en estas cuatro plazas, pues en la encuesta de 2010 agregan el 66% de las transacciones cerradas en el mercado Forex.

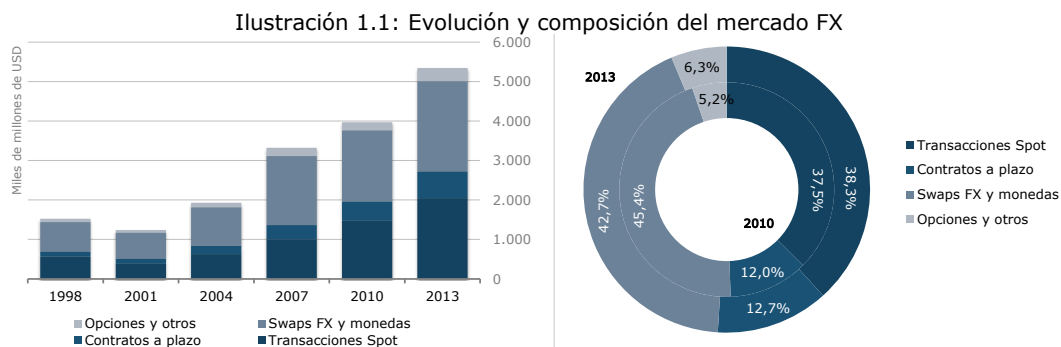
Tabla 1.1: Resumen de la evolución del mercado FX

Monto promedio diario transado por instrumento						
Instrumento	1998	2001	2004	2007	2010	2013
<b>Total Forex</b>	<b>1.527</b>	<b>1.239</b>	<b>1.934</b>	<b>3.324</b>	<b>3.971</b>	<b>5.345</b>
Transacciones Spot	568	386	631	1.005	1.488	2.046
Contratos a plazo	128	130	209	362	475	680
Swaps FX y moneda:	744	663	975	1.745	1.802	2.282
Opciones y otros	87	60	119	212	207	337

Cifras en miles de millones de USD

A partir de los datos que se resumen en la Tabla 1.1 se puede ver el importante crecimiento que han tenido las transacciones en los mercados mundiales de divisas en los quince años de información, medido por el monto transado. Desde finales del siglo pasado la tasa de crecimiento constante es cercana al 9% y desde 2001 es incluso del 13%, y durante los tres últimos años de la encuesta la tasa supera el 10%. Esto traducido en monto (promedio) diario implica unos flujos de dinero masivos en crecimiento. Desde 2001 se ha más que cuadruplicado el monto medio negociado.

En general el mercado se enmarca en cuatro tipos de transacciones: mercado *spot*, contratos a plazo, *swaps* y opciones y otros derivados. El mercado *spot* hace referencia al intercambio inmediato de monedas, se pacta un precio por una divisa que se recibe y se paga con otra (negociación en pares). Los *swaps*, como se aprecia en la Ilustración 1.1, es el tipo de transacción que más se ejecuta en los mercados de divisas con el 45% de participación a 2013. En su definición más simple, son aquellos acuerdos de intercambio de flujos entre dos partes, para el caso, las partes acuerdan un intercambio de flujos denominados en dos divisas diferentes. Los contratos a plazo se refieren a los derivados que se acuerdan sobre los tipos de cambio para cumplimientos en un tiempo futuro, los principales instrumentos en este rubro son los futuros y los *forward* de tipo de cambio. Por último, encontramos las opciones y otros derivados que se refiere a derivados sobre tipo de cambio de una naturaleza diferente a las ya expuestas y a otras operaciones de apalancamiento que realizan los intermediarios con sus clientes.



En la Ilustración 1.1 se puede apreciar la evolución que ha tenido el monto promedio diario transado en el mercado FX y se nota la importancia que tienen los *swaps* y las transacciones *spot*. Estas últimas, durante los 25 años de encuesta, no han representado menos del 30% del total de las transacciones globales y al corte más reciente de la encuesta se negocian más de cinco veces lo que se transaba en 2001, logrando una participación superior al 38%.

La encuesta también revela que es el dólar de los Estados Unidos la principal moneda transaccional del mercado FX, pues se encuentra como vehículo en el 87% de las negociaciones a abril de 2013, y son las monedas de las economías desarrolladas aquellas que más transacciones representan. Luego del USD aparece el Euro en el 33% de los negocios, el Yen en el 23% y la Libra Esterlina en el 12%. Si se mira en pares, el tipo EUR/USD es el que domina el mercado con una participación del 24%, seguido del tipo USD/JPY que supera el 18% y del tipo GBP/USD con cerca de un 9% de participación de mercado.

## 1.2. CUESTIONES A ABORDAR

---

Dentro de los interrogantes que motivaron esta investigación, se puede sintetizar la siguiente serie de preguntas sobre las que se pretende abordar en el documento:

- ¿Cómo evoluciona un portafolio de mínima varianza estructurado con divisas?
- ¿Varía esta evolución al estimar la volatilidad de los tipos de cambio utilizando momentos incondicionales frente a momentos condicionales?
- ¿Son comparables las volatilidades de los portafolios procedentes de los dos tipos de estimaciones de los momentos estadísticos?
- ¿Cómo varían los resultados económicos de cada uno de los portafolios estimados bajo los dos momentos estadísticos?
- ¿Cómo se comportan estos resultados al diferenciar la inversión en divisas de países emergentes y en divisas de países desarrollados? Y, ¿con una combinación de ellas?
- ¿Es posible caracterizar la evolución del portafolio de mínima varianza?
- ¿Puede obtenerse evidencia de dependencia de la estructura del portafolio de mínima varianza a cambios recientes en los tipos de cambio?, ¿a cambios recientes en la volatilidad de las divisas? ¿a cambios recientes en la volatilidad de la cartera?
- ¿Permitiría, en alguno de los casos, anticipar cambios significativos de la estructura del portafolio de mínima varianza?
- ¿Se obtienen beneficios de construir carteras con divisas de países desarrollados y divisas de países emergentes frente a la inversión en estos mercados por separado?
- ¿Pueden medirse estos beneficios obtenidos de la diversificación?

## 1.3. ALCANCE DEL TRABAJO

---

Se pretende obtener evidencia empírica sobre las posibilidades de caracterización de portafolios de mínima varianza cuya inversión se enfoque en tipos de cambio de diferentes niveles de liquidez en los mercados. Dicha caracterización puede proveer información a los gestores de inversiones sobre el comportamiento futuro de la composición de sus carteras en función de pocos parámetros de fácil estimación así como las bondades que pueden existir en la diversificación por vía del riesgo macroeconómico implícito en las divisas.

El ejercicio se estructura para inversionistas activos de capital que re-balancean sus posiciones cada cierta periodicidad según la información disponible en el mercado hasta un período antes de asumir las nuevas posiciones.

El trabajo se desarrolla en cinco grandes bloques:

En el primero, el presente capítulo, se encuentra una descripción del mercado Forex y la importancia que tiene para un inversionista la investigación sobre sus características y su comportamiento. Se realiza un esbozo de las cuestiones que pretenden ser atendidas mediante la investigación y modelación las cuales se intentan desglosar en las secciones posteriores.

Un segundo bloque comprende el detalle de los insumos que se utilizan en el análisis, esto es las series de precios históricas sobre los cuales se edifica la investigación y la justificación del porqué de la selección.

El siguiente bloque aborda el marco teórico y el desglose de las metodologías empleadas para el desarrollo de la investigación. En este tercer bloque se encuentran el detalle de los supuestos utilizados en la estimación de las estructuras de correlaciones entre los tipos de cambio, así como los empleados en la búsqueda de evidencia empírica sobre las posibilidades de caracterización de la evolución del portafolio de mínima varianza, y el método utilizado para la comparación entre los portafolios obtenidos de la simulación.

El cuarto bloque describe la aplicación empírica y los supuestos que se desarrollan al momento de emplear las metodologías y las técnicas econométricas y financieras descritas.

Por último, se exponen los detalles del resultado obtenido sobre los datos así como las conclusiones del trabajo y los temas que surgen como ampliación o complemento de esta investigación.

## 2. DATOS

---

Se utilizan canastas de divisas dadas las bondades empíricas que demuestran esta clase de instrumentos, entre otras:

- La alta liquidez de los mercados de divisas: los mercados de tipos de cambio son de los pocos mercados que se acercan a la continuidad en las transacciones, es un mercado que casi alcanza los 7 días a la semana durante 24 horas de jornada de negociación donde más agentes participan.
- Su factibilidad para asumir posiciones largas y cortas en los mercados: no muchos instrumentos financieros cuentan con la facilidad de asumir estrategias que involucren posiciones cortas pues, tanto por temas normativos como por temas transaccionales y de costos, las estrategias académicas y teóricas no siempre pueden ser replicadas en los mercados. Las divisas, por su naturaleza, permiten una fácil toma de posiciones pues, por la definición del instrumento, siempre que se toma una posición en una moneda particular, se toma a su vez una posición contraria en la divisa que se re expresa.

- Son instrumentos simples a nivel financiero: las divisas no cuentan con accidentes financieros como amortizaciones, dividendos, cupones u opciones de ejercicio, lo cual permite cierta simplicidad en los análisis de resultados.
- No existen costos de transacción ni comisiones como en los mercados de deuda o en los mercados accionarios: el único costo que existe en los mercados de tipos de cambio es el *spread bid-offer* que es cobrado por los generadores de precio.

Se manejan entonces tres portafolios denominados en USD - dólar de los Estados Unidos. El primero de ellos compuesto por tres divisas de países desarrollados, el segundo portafolio por tres monedas de países emergentes, y, el tercero, un portafolio que invierte en la canasta de los seis tipos de cambio:

- Divisas de países desarrollados:
  - Euro (EUR)
  - Libra Esterlina (GBP)
  - Yen Japonés (JPY)
- Monedas y divisas de economías emergentes:
  - Peso Colombiano (COP)
  - Peso Mexicano (MXN)
  - Real Brasileiro (BRL)

La selección de las monedas obedece a su liquidez en el mercado: como se ha visto, el dólar estadounidense es el vehículo de cerca del 90% de las transacciones, lo cual hace intuir su definición como la divisa numeraria del portafolio. Las divisas de las economías desarrolladas seleccionadas son las que mayores transacciones en el mundo reportan (como se detalla en la sección Cifras del mercado FX)

Por parte de las divisas de economías emergentes, la selección del peso mexicano obedece a que, según la encuesta del BIS, se encuentra dentro de las diez monedas con más transacciones en promedio (puesto 8°), actuando en un 2,5% del total de las transacciones en su paridad con el USD. El real brasileiro y el peso colombiano se seleccionan dada la reciente relevancia que han cobrado las economías latinoamericanas sobre todo en el período de las recientes crisis financieras en Estados Unidos y Europa. La economía brasilera es sin duda uno de los motores de la región y se encuentra dentro de las 20 divisas más usadas en las transacciones (puesto 19°) mientras que el peso colombiano ocupa el lugar 33° del escalafón<sup>2</sup>.

En la investigación, no se emplea para todas las referencias la convención de mercado al referirse a su cotización\*. Según sea el caso, para efectos de la aplicación empírica la convención de mercado será reemplazada para representar todos los tipos de cambio como referencia al dólar de los Estados Unidos:

---

<sup>2</sup> (Bank for International Settlements, 2013)

\* La convención de mercado para las cotizaciones es: EUR/USD, denominada en dólares; USD/JPY, denominada en yenes; GBP/USD, denominada en dólares; BRL/USD, denominada en dólares; USD/MXN, denominada en pesos mexicanos; y, COP/USD, denominada en pesos colombianos.

- BRL: tantos Dólares por un Real Brasileiro.
- COP: tantos Dólares por un Peso Colombiano.
- EUR: tantos Dólares por un Euro.
- GBP: tantos Dólares por una Libra Esterlina.
- JPY: tantos Dólares por un Yen Japonés.
- MXN: tantos Dólares por un Peso Mexicano.

### 3. METODOLOGÍAS

---

En términos generales, el procedimiento se enfoca en cinco frentes, precedidos por la definición de los supuestos generales a emplear. Dichos frentes se edifican sobre modelos matemáticos, econométricos y financieros que utilizan la información histórica disponible en el mercado para efectuar las estimaciones y evaluaciones para cada período de tiempo.

El primer frente hace una breve referencia al problema de la obtención del portafolio de mínima varianza definiendo las variables y procedimientos que se utilizan para su estimación.

El segundo frente se dedica a la estimación de los momentos estadísticos de las series. Se encuentra el detalle de la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los instrumentos para cada período de evaluación, lo cual redundará en la estimación de las volatilidades de los portafolios para cada uno de los tres escenarios que se proponen (canasta de tipos de cambio desarrollados, emergentes, y total). En esta fase se aborda la estimación de los momentos estadísticos bajo los dos enfoques mencionados: condicionales e incondicionales.

El tercer frente aborda la comparación del desempeño de las carteras obtenidas para buscar si existe evidencia empírica suficiente que permita hacer distinciones entre la utilización de momentos incondicionales o momentos condicionales a la hora de estimar la composición del portafolio de mínima varianza y los resultados que arrojan estas inversiones.

En el siguiente se intenta la caracterización de la evolución de la estructura del portafolio de mínima varianza. Se indaga entonces por evidencia estadística que permita identificar ciertos determinantes del cambio en la estructura del portafolio que puedan ayudar a anticipar variaciones importantes en la composición de los portafolios bajo criterios de mínima varianza.

Por último se aborda la comparación de los resultados entre las carteras que se analizan para indagar por los beneficios de la diversificación en la naturaleza de los tipos de cambio, sobre todo del riesgo implícito en su cotización.

#### 3.1. SUPUESTOS GENERALES

---

El procedimiento investigativo se desarrolla bajo el siguiente contexto:

- Inversión diaria: Se supone un inversionista que toma posiciones diarias, a primera hora del día, y que todos los días, al cierre, liquida sus posiciones ejecutando las pérdidas y ganancias obtenidas en cada posición, según la evolución que haya tenido el mercado.
- No se tienen en cuenta los costos de transacción: para el caso, se desestima el *spread bid-ask* de las cotizaciones. Se considera un supuesto viable dado que los mercados de



divisas presentan altos volúmenes de negociación y una liquidez constante, lo que lleva a que los generadores de precios de estos mercados, en general, manejen una horquilla constante y de apenas unos puntos básicos. Se supone que el inversionista es el que ejecuta el precio de apertura y cierre de cada jornada.

- No se tienen en cuenta los costos de financiación: Conforme a la metodología de obtención del portafolio de mínima varianza, existen períodos en los cuales el portafolio exige estar apalancado, significa que pueden existir costos adicionales por transacciones que superen el monto del portafolio y que son cubiertas a manera de préstamos de tesorería. Sin embargo, para simplificación y enfoque del análisis, se supone un costo de 0% de interés de tal forma que no se presente ninguna distorsión en el resultado propio del proceso de entrada y salida del mercado con la estrategia de divisas implementada.

Este supuesto se considera viable dado que en los mercados la tasa a la que se tomarían y/o se colocarían los recursos sería la tasa overnight o la tasa repo intradía, tasas bastante bajas, lo que permite el enfoque en los resultados obtenidos de la fluctuación de los tipos de cambio. Además se considera inmediata la consecución o la colocación de tales recursos en el mercado. Basándose en la liquidez y el tamaño de las negociaciones del mercado FX se hace viable esta suposición.

### 3.2. MODELO DEL PORTAFOLIO DE MÍNIMA VARIANZA (MV)

Se define el número de divisas disponibles como  $n + 1$ , donde  $n$  es la cantidad de tipos de cambio disponibles para inversión, y  $n + 1$  es la divisa numeraria, que para el caso es el dólar americano (USD). Se define  $p_{i,t}$  como el tipo de cambio, entendido como el precio de la divisa  $i$  expresado en tantos USD por unidad de  $i$ , por ejemplo: 1,25 USD por cada 1 EUR. Los rendimientos son obtenidos con el cambio logarítmico relativo día a día, con el ánimo de aprovechar sus propiedades matemáticas:

$$\text{Eq. 3.2.1} \\ r_{i,t} = \ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1}) \equiv r_{i,t} = \ln\left(\frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}}\right) \forall i$$

Se define el vector  $\omega_t$  de tamaño  $n$  el cual refleja los pesos que indican la inversión en cada divisa en el momento  $t$ :

$$\text{Eq. 3.2.2} \\ \Omega_t = \left\{ \omega_t \in R^n : \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} = 1 \right\}$$

La expresión anterior permite inferir que no existe restricción a tomar posiciones en corto. Ahora, se llama  $\mu_t$  al vector de tamaño  $n$  que contiene el rendimiento esperado de cada divisa en cada período, y  $\Sigma_t$  a la matriz de tamaño  $n \times n$  que contiene las varianzas  $\sigma_{i,t}^2$  y covarianzas  $\sigma_{(i,j),t}$  de los rendimientos.

Se asume que los rendimientos siguen una distribución normal multivariante y que son independientes e idénticamente distribuidos.

Se define como  $r_{p,t}$  al rendimiento del portafolio en cada momento del tiempo y  $\sigma_{p,t}^2$  a la varianza total del portafolio, los cuales se definen según las siguientes expresiones:

Eq. 3.2.3

$$r_{p,t} = \mu_t' \cdot \omega_t$$

$$\sigma_{p,t}^2 = \omega_t' \cdot \Sigma_t \cdot \omega_t$$

El enfoque tradicional del problema de Portafolio de Mínima Varianza Global (MV) se refiere a aquella combinación de instrumentos que resulte en la menor varianza de los retornos agregados, dada una matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma_t$ . Se configura entonces como la solución al siguiente problema de minimización:

Eq. 3.2.4:

Problema de Optimización

$$\min_{\omega_t} \sigma_{p,t}^2$$

$$s. a.: \omega_t' \cdot \underline{1}_n = 1$$

Donde  $\underline{1}_n$  es un vector de tamaño  $n$  compuesto por unos, y cuya solución, ampliamente demostrada, es:

Eq. 3.2.5

$$\omega_{MV,t} \equiv \omega_t^* = \frac{\Sigma_t^{-1} \cdot \underline{1}_n}{\underline{1}_n' \cdot \Sigma_t^{-1} \cdot \underline{1}_n}$$

Así es como la solución óptima  $\omega_t^*$  del problema de minimización se configura como la composición del portafolio de mínima varianza  $\omega_{MV}$ . Pueden obtenerse también el rendimiento y la varianza del portafolio a partir de las expresiones en Eq. 3.2.3 y Eq. 3.2.5:

Eq. 3.2.6

$$r_{MV,t} \equiv r_{p,t}^* = \mu_t' \cdot \omega_{MV,t} = \frac{\mu_t' \cdot \Sigma_t^{-1} \cdot \underline{1}_n}{\underline{1}_n' \cdot \Sigma_t^{-1} \cdot \underline{1}_n}$$

$$\sigma_{MV,t}^2 \equiv \sigma_{p,t}^{2*} = \omega_{MV,t}' \cdot \Sigma_t \cdot \omega_{MV,t} = \frac{1}{\underline{1}_n' \cdot \Sigma_t^{-1} \cdot \underline{1}_n}$$

Si bien el desarrollo analítico permite conocer la composición del portafolio de mínima varianza, dicho resultado está supeditado a la información contenida en la matriz  $\Sigma$  de varianzas y covarianzas. Sin embargo, en los mercados financieros no es posible conocer la matriz de varianzas  $\Sigma$ , por lo que debe ser estimada. Investigadores e inversionistas, de manera usual, utilizan la información histórica disponible de los rendimientos de los instrumentos con el ánimo aproximar los valores de la matriz y lograr así una estimación de  $\Sigma$  confiable, para ello se emplean diversas metodologías econométricas y estadísticas.

De esta manera se reemplazan los valores de  $\mu_t$  y  $\Sigma_t$  por sus estimadores  $\hat{\mu}_t$  y  $\hat{\Sigma}_t$  con lo que se obtienen también las estimaciones del portafolio de mínima varianza  $\hat{\omega}_{MV,t}$  y sus momentos  $\hat{r}_{MV,t}$  y  $\hat{\sigma}_{MV,t}^2$ .

### 3.3. MODELOS DE ESTIMACIÓN DE LOS MOMENTOS ESTADÍSTICOS

#### 3.3.1. Modelo de estimación del rendimiento

El rendimiento esperado para cada serie se denota por  $\mu_{i,t}|t-1$  y se define como la esperanza condicional de los rendimientos observados hasta el momento  $t-1$ . De manera alternativa, su estimación se obtiene como la media de las observaciones en un intervalo dado de tamaño  $M$ , cuya última observación corresponde con el momento  $t-1$ :

$$\begin{aligned} \text{Eq. 3.3.1} \\ \mu_t | t-1 &\equiv \hat{\mu}_{i,t} | t-1 = E_{t-1}[r_{i,t}] \quad \forall i \\ \hat{\mu}_t | t-1 &\equiv \hat{\mu}_{i,t} | t-1 = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M r_{i,m} \quad \forall i \end{aligned}$$

Si se aplica esta estimación en la expresión Eq. 3.2.6 se obtiene el estimador de la rentabilidad esperada del portafolio  $\hat{r}_{MV,t}$ .

### 3.3.2. Modelo de estimación de la matriz de varianzas y covarianzas

Para abordar la estimación de la matriz de varianzas se utilizan dos aproximaciones estadísticas. En ambos casos se realiza una estimación ex ante, para el momento  $t$ , haciendo uso de una ventana de tiempo de tamaño  $M$ , cuya última observación corresponde con el tiempo  $t-1$ :

- **Estimación con momentos incondicionales.**

La matriz de varianzas y covarianzas se define a partir del cálculo de los momentos muestrales de cada serie de rendimientos. Para cada serie de rendimientos de los tipos de cambio y para cada par de ellos se estiman las varianzas  $\hat{\sigma}_{i,t}^2$  y covarianzas  $\hat{\sigma}_{(i,j),t}$  muestrales:

$$\begin{aligned} \text{Eq. 3.3.2} \\ \hat{\sigma}_{i,t}^2 &= \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M (r_{i,m} - \hat{\mu}_{i,t})^2 \\ \hat{\sigma}_{(i,j),t} &= \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M (r_{i,m} - \hat{\mu}_{i,t}) \cdot (r_{j,m} - \hat{\mu}_{j,t}) \end{aligned}$$

Así se construye la matriz de varianzas y covarianzas estimada:

$$\text{Eq. 3.3.3} \\ \hat{\Sigma}_t = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{1,t}^2 & \hat{\sigma}_{(1,2),t} & \cdots & \hat{\sigma}_{(1,i),t} \\ \hat{\sigma}_{(1,2),t} & \hat{\sigma}_{2,t}^2 & \cdots & \hat{\sigma}_{(2,i),t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\sigma}_{(1,i),t} & \hat{\sigma}_{(2,i),t} & \cdots & \hat{\sigma}_{i,t}^2 \end{bmatrix}$$

- **Estimación con momentos condicionales.**

Se aplica para cada serie de rendimientos un modelo de persistencia GARCH(1,1) (Bollerslev, 1986), en su versión univariante, con la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \text{Eq. 3.3.4} \\ r_{i,t} &= \varepsilon_{i,t} \\ \hat{\sigma}_{i,t}^2 &= \delta_0 + \delta_1 \cdot \sigma_{i,t-1}^2 + \delta_2 \cdot \varepsilon_{i,t-1}^2 \\ \delta_0 &= \sigma_{LP}^2 \cdot (1 - \delta_1 - \delta_2) \end{aligned}$$

Donde  $\sigma_{LP}^2$  es la varianza de largo plazo,  $\delta_1$  es el parámetro a estimar que mide la persistencia en volatilidad,  $\delta_2$  es el parámetro que mide el impacto que tienen las innovaciones de la rentabilidad, y la rentabilidad se caracteriza bajo los supuestos de una distribución normal:  $\varepsilon_{i,t} \sim N(\mu_i, \sigma_{i,t}^2)$ .

Para caracterizar las relaciones entre los diferentes tipos de cambio que componen cada portafolio de inversión, se caracterizan las estructuras de covarianzas aplicando el

modelo de correlación dinámica DCC - GARCH(1,1) (Tse & Tsui, 2002), que define la matriz de varianzas y covarianzas como:

$$\text{Eq. 3.3.5} \\ \Sigma_t = D_t \cdot \Lambda_t \cdot D_t$$

Donde la estimación de la matriz  $\hat{D}_t$ , de tamaño  $n \times n$ , se obtiene como una matriz diagonal con las varianzas condicionales  $\hat{\sigma}_{i,t}^2$  estimadas según Eq. 3.3.4, mientras que la estimación de las correlaciones condicionales  $\hat{\Lambda}_t$ , también de tamaño  $n \times n$ , se obtiene de la siguiente expresión:

$$\text{Eq. 3.3.6} \\ \hat{\Lambda}_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) \cdot \Lambda + \theta_1 \cdot P_{t-1} + \theta_2 \cdot \Lambda_{t-1}$$

Expresión en la que  $\Lambda$  es una matriz de correlaciones de largo plazo, por lo cual es constante, y los coeficientes  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son ambos parámetros no negativos que satisfacen  $\theta_1 + \theta_2 < 1$ , y la matriz  $P_{t-1}$  de tamaño  $n \times n$  es la matriz de correlaciones de  $\varepsilon_{i,t-1}$ , en la que cada elemento  $(i, j)$  –ésimo se obtiene de:

$$\text{Eq. 3.3.7} \\ P_t \equiv P_{(i,j),t} = \frac{\sum_{m=1}^M R_{i,t-m} \cdot R_{j,t-m}}{\sqrt{(\sum_{m=1}^M R_{i,t-m}^2) \cdot (\sum_{m=1}^M R_{j,t-m}^2)}} \\ \forall R_{i,t} = \frac{\varepsilon_{i,t}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{i,t}^2}}$$

Se mantiene la caracterización de los rendimientos bajo los supuestos de una distribución normal con lo que la estimación de los parámetros se obtiene maximizando la función de verosimilitud de una distribución normal multivariante. A partir de estos cálculos, se logra obtener una estimación para  $\hat{\Sigma}_t$  (Eq. 3.3.5) utilizando los momentos condicionales.

### 3.4. CARACTERIZACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DEL PORTAFOLIO MV

La literatura ofrece una variedad de estudios empíricos sobre las bondades de elegir la cartera de mínima varianza frente a otras alternativas como la cartera tangente y viceversa, sin embargo son escasos los análisis que se realizan en torno al comportamiento que presenta la composición de la cartera de mínima varianza o de las estructuras que en ella pueden encontrarse. Investigar si los cambios futuros en la composición de los portafolios de mínima varianza pueden ser estimados con antelación sin necesidad de recurrir al problema de optimización es una cuestión interesante para un gestor de carteras de riesgo.

El interés surge ya que puede ser costoso a nivel computacional la estimación de las varianzas de una cartera de activos muy diversa, y es mucho más costosa la estimación de las covarianzas para cada par de ellos. Un operador, como el que se supone en esta investigación, podría no estar dispuesto a re balancear todos los días la cartera y suponer una relativa estabilidad durante cierto período, a cambio de obtener ahorros en costos transaccionales y operacionales (incluyendo los computacionales). Sin embargo, el inversionista debe estar dispuesto a realizar este canje siempre que cuente con un sistema alterno que le permita inferir, con un nivel de certeza aceptable, el momento en el cual debe entrar al mercado para ajustar las participaciones

de cada activo de su cartera, tiempo en el que esa "relativa estabilidad" se haya agotado o lo esté haciendo.

Intentando una aproximación se inicia con el cálculo del cambio en la ponderación de la inversión en cada activo para cada período, variable sobre la cual recae el interés del análisis y que se denota por  $\Delta\omega_{i,t}$ :

$$\text{Eq. 3.4.1} \\ \Delta\omega_{i,t} = \omega_{i,t} - \omega_{i,t-1}$$

Con esta definición, se indaga la existencia de estructuras desde cuatro enfoques. Para cada caso, se estiman los vectores de parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  utilizando la metodología de mínimos cuadrados ordinarios donde  $u_{\Delta\omega}$  es el vector de errores de cada modelo.

### 3.4.1. Enfoque autorregresivo

Se indaga la existencia de estructuras autorregresivas en la evolución de las ponderaciones del portafolio de mínima varianza bajo la siguiente expresión:

$$\text{Eq. 3.4.2: AutoReg} \\ \Delta\omega_{i,t} = \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i} \cdot \Delta\omega_{i,t-1} + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

### 3.4.2. Enfoque Unifactorial

Por otro lado se indaga si las ponderaciones de la composición del portafolio MV presentan evidencia de dependencia a factores que derivan de los rendimientos y del portafolio mismo. Se abordan tres factores a través de su cambio aritmético diario:

- **Cambios en el rendimiento de cada activo.**

$$\text{Eq. 3.4.3: Uni1} \\ \Delta\omega_{i,t} = \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i} \cdot (r_{i,t} - r_{i,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

- **Cambios en la desviación típica de cada activo.**

$$\text{Eq. 3.4.4: Uni2} \\ \Delta\omega_{i,t} = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \cdot (\sigma_{i,t} - \sigma_{i,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

- **Cambios en la desviación típica del portafolio MV.**

$$\text{Eq. 3.4.5: Uni3} \\ \Delta\omega_{i,t} = \gamma_{0,i} + \gamma_{1,i} \cdot (\sigma_{MV,t} - \sigma_{MV,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

### 3.4.3. Enfoque Bifactorial

Ampliando el análisis de factores se analizan las combinaciones entre ellos:

- **Cambios en el rendimiento y en la desviación típica de cada activo.**

$$\text{Eq. 3.4.6: Bif1} \\ \Delta\omega_{i,t} = \alpha_{0,i} + \alpha_{1,i} \cdot (r_{i,t} - r_{i,t-1}) + \alpha_{2,i} \cdot (\sigma_{i,t} - \sigma_{i,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

- **Cambios en el rendimiento y en la desviación típica del portafolio MV.**

$$\text{Eq. 3.4.7: Bif2} \\ \Delta\omega_{i,t} = \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \cdot (r_{i,t} - r_{i,t-1}) + \beta_{2,i} \cdot (\sigma_{MV,t} - \sigma_{MV,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

- **Cambios en la desviación típica del activo y en la volatilidad de cada activo.**

$$\text{Eq. 3.4.8: Bif3} \\ \Delta\omega_{i,t} = \gamma_{0,i} + \gamma_{1,i} \cdot (\sigma_{i,t} - \sigma_{i,t-1}) + \gamma_{2,i} \cdot (\sigma_{MV,t} - \sigma_{MV,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

#### 3.4.4. Enfoque Multifactorial

Se utilizan los cambios en las desviaciones típicas de los tipos de cambio presentes en cada cartera como regresores:

$$\text{Eq. 3.4.9: Mult1} \\ \Delta\omega_{i,t} = \alpha_{0,i} + \sum_n \alpha_{n,i} \cdot (\sigma_{n,t} - \sigma_{n,t-1}) + u_{\Delta\omega_{i,t}}$$

### 3.5. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL PORTAFOLIO

#### 3.5.1. Construcción de los portafolios

Se define  $W_t$  como la riqueza del inversionista en el momento  $t$ , la cual está expresada en USD y es invertida cada día en el mercado de tipos de cambio. Al valor de la posición en la moneda  $i$  en el momento  $t$  se le llama  $x_{i,t}$  que se obtiene a partir de la expresión Eq. 3.5.1. Con ella también se obtiene el valor del portafolio el cual refleja la evolución de la riqueza:

$$\text{Eq. 3.5.1} \\ x_{i,t} = \frac{\omega_{i,t} \cdot W_t}{p_{i,t}} \therefore W_t = \sum_{i=1}^n p_{i,t} \cdot x_{i,t}$$

Se construyen los portafolios de mínima varianza para cada cartera definida en la sección 2 y se utilizan dos escenarios de portafolio tipo *benchmark* de modo que permitan la comparación de resultados financieros para cada uno de ellos:

- **Inversión Individual en Divisas.**  
El escenario comprende la posición en cada divisa como único vehículo de inversión, así se cuenta con un portafolio de comparación por cada tipo de cambio disponible en cada una de las carteras del estudio:  $\omega_{i,t} = 1 \forall i, t$ .
- **Portafolio Equiponderado.**  
Se replica cada una de las carteras de estudio pero se utiliza un porcentaje de inversión igual para cada uno de los activos que la componen:  $\omega_{EQ} \equiv \omega_{i,t} = \frac{1}{n} \forall i, t$ .

#### 3.5.2. Medición de resultados

La comparación entre los portafolios MV y los de referencia se realiza en función del rendimiento total, la volatilidad del rendimiento y la volatilidad a la que estuvo expuesto cada cartera. Se utilizan dos familias de índices de desempeño para medir la razón de retorno por unidad de riesgo:

- **Índice de Sharpe ( $S$ ).**  
Como desarrollo del enfoque media-varianza, propone una razón entre el exceso de rendimiento del portafolio sobre el activo considerado libre de riesgo  $r_f$  y la exposición al riesgo en la posición, donde la exposición es medida con la desviación típica del

rendimiento del portafolio. Por lo tanto, a mayor resultado se refleja un mejor desempeño:

$$\text{Eq. 3.5.2} \\ S = \frac{r_p - r_f}{\sigma_r}$$

Se complementa utilizando el ratio de Sharpe Generalizado  $RSG$ , recomendado para contextos no gaussianos. Se mantiene el mismo cálculo del indicador de la expresión anterior y se le realiza un ajuste por la asimetría ( $\tau$ ) y por el exceso de curtosis ( $\kappa$ ) observados en los rendimientos del portafolio:

$$\text{Eq. 3.5.3} \\ RSG = \sqrt{S^2 + \frac{1}{3} \cdot \tau \cdot S^3 - \frac{1}{12} \cdot \kappa \cdot S^4}$$

- **Índices Kappa ( $K$ ).**

En línea con el enfoque media-varianza, proponen una razón entre el exceso de rendimiento del portafolio sobre una rentabilidad objetivo  $\dot{r}$  y la exposición al riesgo, que se mide a través de los momentos parciales inferiores del rendimiento de la cartera  $LPM_{\kappa, \dot{r}}(r_p)$  (por sus siglas en inglés *lower partial moment*). Los momentos parciales inferiores no son otra cosa que una función de la rentabilidad del portafolio cuando esta es inferior al umbral definido. Así el índice Kappa, de orden  $\kappa$ , se define por la expresión:

$$\text{Eq. 3.5.4} \\ K_{\kappa}(\dot{r}) = \frac{r_p - \dot{r}}{LPM_{\kappa, \dot{r}}(r_p)^{1/\kappa}} \\ LPM_{\kappa, \dot{r}}(r_p) = E[\max(0, \dot{r} - r_p)^{\kappa}]$$

## 4. APLICACIÓN EMPÍRICA

Para el análisis se utiliza la cotización de cierre diario de las seis divisas extrayendo los datos de los mercados más líquidos. El tamaño de la muestra es de 3.392 precios diarios, resultando en 3.391 observaciones de rendimientos: a partir de enero de 2002 y hasta diciembre de 2014.

### 4.1. ESTIMACIÓN DE LOS MOMENTOS

#### 4.1.1. Retorno esperado

Para la realización del análisis ex ante, se define una ventana móvil de tiempo y con cada una se realiza una estimación del vector  $\hat{\mu}_t$ . El tamaño  $M$  de la ventana móvil se define en 521 observaciones de rendimientos (2 años) y la estimación se logra con la aplicación de la expresión en Eq. 3.3.1 para cada momento del tiempo y para cada tipo de cambio.

#### 4.1.2. Matriz de varianzas y covarianzas

Para la realización del análisis ex ante, se define una ventana móvil de tiempo y con cada una se realiza una estimación de la matriz  $\hat{\Sigma}_t$ .

- **Momentos Incondicionales.**

El tamaño  $M$  de la ventana móvil se define en 521 observaciones de rendimientos (2 años) y a través de la expresión Eq. 3.3.3 se obtienen una estimación de la matriz  $\hat{\Sigma}_t$  para cada momento del tiempo  $t$  y para cada uno de los tipos de carteras que se analizan: divisas de países desarrollados (DES), divisas de países emergentes (EME), total de divisas en el estudio (TOT).

Se define el tamaño en 2 años con el ánimo de disipar la estacionalidad que puede presentar el año calendario e intentando recoger períodos con distinto nivel de nerviosismo en el mercado. La aplicación indica que la ventana adoptada brinda información de interés para el análisis y que logra incorporar los períodos de alta y baja variabilidad en el mercado.

- **Momentos Condicionales.**

El tamaño  $M$  de la ventana móvil se define en 2.608 observaciones de rendimientos (10 años) y haciendo uso de la expresión Eq. 3.3.5 se obtienen una estimación de  $\hat{\Sigma}_t$  para cada momento del tiempo  $t$  y para cada uno de los tipos de carteras que se analizan: divisas de países desarrollados (DES), divisas de países emergentes (EME), total de divisas en el estudio (TOT).

La amplitud de la ventana obedece a que se contrasta la presencia de estructuras de persistencia tipo GARCH y resulta que para la muestra considerada el uso de ventanas móviles de menor tamaño no presenta evidencias de persistencia en volatilidad para la mayoría de los días, lo cual va por completo en contra a los intereses del análisis sobre momentos condicionales. El tamaño de la ventana, que en todos los casos logra recoger el período de crisis, permite la obtención estimaciones de la volatilidad de cada tipo de cambio con las propiedades estadísticas y econométricas que se esperan para datos de alta frecuencia lo cual se replica en las estimaciones de las correlaciones.

#### 4.2. OBTENCIÓN DE LOS PORTAFOLIOS

Los portafolios son recreados en los tres últimos años de la muestra de manera que puedan compararse los resultados bajo los dos conceptos en que se aborda la estimación de la volatilidad en un entorno de análisis ex ante. Resultan así 783 días transaccionales y se supone que el primer día del año 2012 se tiene una riqueza inicial  $W_{t-1}$  de USD 100. Es de anotar que el período en el que se recrean las carteras está caracterizado por una fuerte apreciación del dólar americano generada por un cambio de la política monetaria de la Reserva Federal, en la que cortó los estímulos a la economía terminando con la colocación de recursos que efectuaba desde el período de crisis.

Los vectores de ponderaciones para cada momento del tiempo  $\omega_t$  se obtienen según la expresión Eq. 3.2.5 para el portafolio de mínima varianza y el detalle del numeral 3.5.1 para cada portafolio de referencia. Con la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas  $\hat{\Sigma}_t$  en cada momento  $t$  se estiman los vectores de ponderación que se utilizan en el período siguiente:  $\hat{\omega}_{t+1}$ .



Utilizando la estimación de las ponderaciones  $\hat{\omega}_t$ , todos los días transaccionales se abre la posición  $x_{i,t}$  en cada una de las divisas según la expresión en Eq. 3.5.1 al precio  $p_{i,t}^{open} = \text{precio de apertura}$  a primera hora del día con la riqueza  $W_{t-1}$ . Al final de la jornada de negociación, la posición se cierra al precio  $p_{i,t}^{close} = \text{precio de cierre}$ , de tal forma que todos los días se liquidan las pérdidas y ganancias percibidas en el día y se obtiene el valor  $W_t$ . La ganancia (o pérdida) diaria se obtiene al comparar la riqueza en cada momento del tiempo:

$$\text{Eq. 4.2.1} \\ G_t = W_t - W_{t-1}$$

### 4.3. ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS EN LA EVOLUCIÓN DEL PORTAFOLIO MV

Los procedimientos de caracterización también son evaluados en un entorno ex ante y se define el tamaño de cada ventana  $M$  en 521 observaciones. Las estimaciones resultantes se analizan en el marco de los portafolios simulados, esto es: los últimos tres años de la muestra.

Se evalúan las capacidades de explicativas y de previsión de las variaciones en la composición del portafolio MV sin recurrir a la solución del problema de optimización en cada momento del tiempo. Para ello se crea una función objetivo en la que se recoge el porcentaje de la variación de cada vector  $\Delta\omega_i$  explicado en cada una de las regresiones. Se utiliza el  $r^2$  como estimador del porcentaje explicativo logrado en cada regresión. Para las regresiones con más de un factor, se compara el  $r^2$  ajustado:

$$\text{Eq. 4.3.1} \\ fObj_{i,t} = var(\Delta\omega_{i,m}) \cdot r_m^2$$

Se obtiene así un valor para la función objetivo para cada vector de ponderaciones de cada tipo de cambio en cada cartera simulada, para todo momento  $t$ , momento que coincide con la última observación de la ventana de tamaño  $M$ . Para lograr una comparación entre las estimaciones y las carteras, la función objetivo se agrega para para todas las divisas de una cartera y para todas las carteras por cada enfoque de caracterización:

$$\text{Eq. 4.3.2} \\ fObj_{cartera,t} = \sum_n fObj_{i,t} \\ fObj_{enfoque,t} = \sum_{cartera} fObj_{cartera,t}$$

La bondad de la predicción se aborda desde dos indicadores de fácil cálculo: el primero es el Índice de magnitud media del error relativo MMRE (por sus siglas en inglés), que retorna la diferencia relativa promedio entre las estimaciones y las observaciones, así mientras más bajo sea el factor resultante, mejor será la capacidad predictiva. El segundo indicador es el Índice de predicción a un nivel  $l$  dado: PRED( $l$ ). Este indicador muestra la proporción de estimaciones que se encuentran dentro de una banda alrededor de la observación dada por el nivel porcentual respectivo. En este caso, mientras mayor sea la proporción resultante, mejor será la capacidad predictiva del modelo.

$$\text{Eq. 4.3.3} \\ MMRE_i = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M \left| \frac{\Delta\omega_{i,m} - \hat{\Delta\omega}_{i,m}}{\Delta\omega_{i,m}} \right|$$

$$PRED_i(l) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M pred_i; \quad pred_i = \begin{cases} 1; & |\Delta\omega_{i,m} - \widehat{\Delta\omega}_{i,m}| \leq |\Delta\omega_{i,m} \cdot l| \\ 0; & |\Delta\omega_{i,m} - \widehat{\Delta\omega}_{i,m}| > |\Delta\omega_{i,m} \cdot l| \end{cases}$$

Para el caso se considera como un nivel apropiado el  $MMRE_i < 0,25$ . El nivel  $l$  se define en 25% y se considera un nivel adecuado el  $PRED_i(0,25) \geq 0,75$ .

#### 4.4. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS PORTAFOLIOS

Desde el punto de vista de los rendimientos se comparan los resultados de los portafolios MV obtenidos desde los momentos condicionales e incondicionales con los portafolios de referencia construidos. Cabe aclarar que los rendimientos de los portafolios de referencia no dependen de la estimación de las volatilidades.

Se utilizan los estadísticos descriptivos del rendimiento diario generado por cada tipo de portafolio. Además se observa la proporción de días en que los portafolios arrojan utilidades durante la simulación así como los rendimientos anuales y el desempeño total de los tres años de simulación en cada uno de los escenarios, describiendo el rendimiento porcentual y el valor final del portafolio.

Para recoger la estimación de la volatilidad anual del portafolio se utiliza la siguiente expresión para agregar los resultados de las estimaciones diarias:

$$\begin{aligned} & \text{Eq. 4.4.1} \\ \hat{\sigma}_{p,\text{año}} &= \sqrt{\sum_{t=1}^T \hat{\sigma}_{p,t}^2} \\ & \text{año: \{2012, 2013, 2014\}} \end{aligned}$$

En donde  $T$  es el número de jornadas simuladas para cada año, y  $\hat{\sigma}_{p,t}^2$  es la estimación diaria de la varianza del portafolio, obtenida por los momentos incondicionales y los condicionales según el caso (sección 3.3.2), y calculada con la expresión en Eq. 3.2.3.

Frente al desempeño se utilizan el índice de Sharpe, el Sharpe Generalizado y los índices Kappa, se realiza un análisis ex post anual y para todo el período de la simulación, y se aplican con el siguiente detalle:

- **Sharpe y Sharpe Generalizado.**

Se obtiene el valor de  $r_p$  conforme con la expresión Eq. 3.2.3 y la tasa libre de riesgo que se utiliza es la tasa del Bono del Tesoro Estadounidense con vencimiento (fijo) a un año (bono genérico<sup>3</sup>) tomada del primer día de cada año de simulación, de forma que se utilice como un costo de oportunidad. Se aplica el cálculo sobre la Eq. 3.5.2 y la Eq. 3.5.3.

Como se presenta en la sección de Resultados, buena parte de los retornos que se obtienen de los portafolios simulados son negativos. Por la construcción misma del índice de Sharpe, cuando el numerador es negativo, el índice que resulta distorsiona las

<sup>3</sup> ( Board of Governors of the Federal Reserve System (US), 2015)

comparaciones pues indica mejor desempeño conforme aumenta la volatilidad de la inversión\*, constituyendo en sí una paradoja en la medición del índice. Para superar este inconveniente, el resultado del índice se analiza separando el signo, para identificar si el exceso es positivo o negativo, del valor del indicador, el cual se presenta en valor absoluto para así mantener sus propiedades básicas: un mayor valor significa una mejor recompensa por unidad de riesgo.

- **Kappa.**

Se calculan los índices de orden ( $\chi$ ) 1, 2, 3 y 4. El rendimiento  $r_p$  se obtiene bajo el mismo esquema anterior, y se define el valor  $\hat{r}$  igual a cero para obtener una medición sobre los rendimientos negativos en cada cartera. Se aplican los cálculos que se detallan en la Eq. 3.5.4.

## 5. RESULTADOS

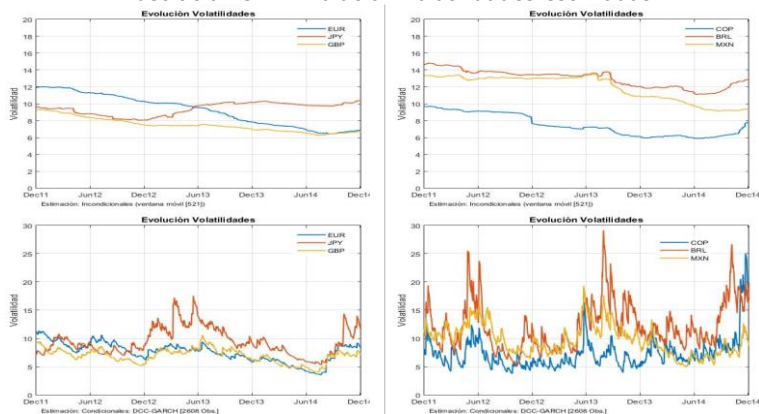
Como es de esperarse, las volatilidades y correlaciones condicionales de los tipos de cambio presentan mayor variabilidad mientras que las obtenidas con momentos incondicionales son más estables y recogen los *shocks* de mercado con un impacto sobre la estimación de las volatilidades futuras menor, pero más dilatado en el tiempo. Por supuesto que esto se refleja de forma directa en la composición del portafolio de mínima varianza que se obtiene.

### 5.1. PORTAFOLIO DE MÍNIMA VARIANZA

#### 5.1.1. Estructura del mercado

Como preámbulo del análisis de los portafolios MV que se obtienen, se analizan las volatilidades y las correlaciones que se estiman bajo los dos enfoques de momentos abordados para inferir un poco la evolución de la estructura de mercado en la cual se enmarcan los portafolios MV obtenidos y las posibilidades de diversificación que se abordan en la investigación.

Ilustración 5.1: Evolución volatilidades estimadas



En la Ilustración 5.1 se expone la evolución de las volatilidades de ambos mercados obtenidas bajo los momentos incondicionales (gráficos superiores) y bajo la metodología empleada para

\* Por ejemplo, si se tiene una tasa en exceso del -5%, el índice asignaría una mejor posición a un portafolio con volatilidad del 15% que para uno con volatilidad del 10%:  $(-0,05/0,15) = -0,33 > (-0,05/0,10) = -0,5$ .

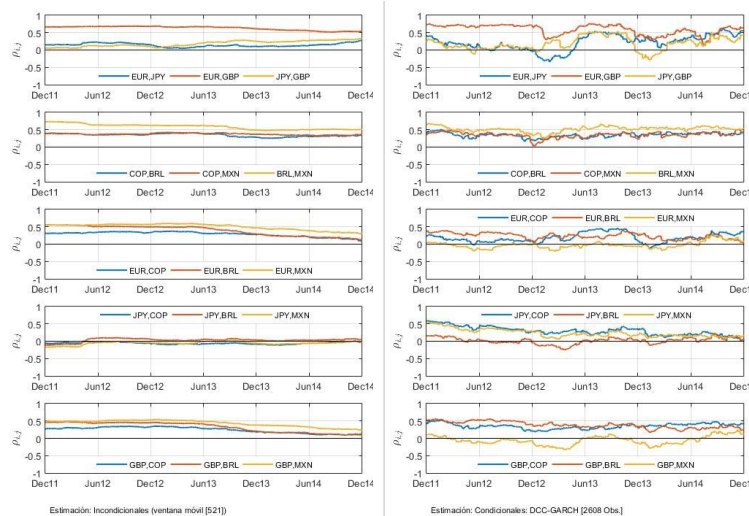
los momentos condicionales (gráficos inferiores). Se nota la mayor variabilidad que presentan las estimaciones obtenidas en los momentos condicionales y la poca reacción de las volatilidades estimadas en el ambiente incondicional.

Con la estimación bajo momentos condicionales pueden incluso identificarse clústeres de volatilidad que son prácticamente indetectables en la estimación bajo el enfoque incondicional empleado. Dentro de la canasta de divisas desarrolladas se observa que es el Yen japonés la divisa que más nivel de volatilidad presenta y también es la volatilidad que más variabilidad muestra dentro de la canasta, sin embargo, al compararla con las volatilidades de la canasta de divisas emergentes presenta fluctuaciones menos bruscas aunque el nivel de la volatilidad del JPY es comparativo a la del Real brasilero y en media es más alto a la del Peso colombiano.

En la canasta de divisas emergentes se ven picos más fuertes y mayor ruido en los tres tipos de cambio analizados. Se notan clústeres de volatilidad interesantes que se observan en la mitad de 2012, y una volatilidad muy fuerte durante el segundo semestre de 2013, el cual sucede por las actuaciones del FED en cuanto a la disminución de los estímulos a la economía norteamericana, posterior a la fuerte inyección de liquidez otorgada a causa de la última crisis financiera.

Resultado de la estimación de las volatilidades, en la Ilustración 5.2 se expone la evolución que tienen las correlaciones estimadas bajo las dos aproximaciones de los momentos utilizadas. Los dos primeros pares de gráficos muestran la evolución de la correlación entre las canastas de divisas desarrolladas y de divisas emergentes entre sí, y los tres gráficos inferiores muestran la evolución de las correlaciones entre las divisas de ambos mercados, agrupadas de tres en tres para facilitar su observación. La Ilustración recoge la estimación bajo momentos incondicionales a la izquierda y la de los momentos condicionales a la derecha.

Ilustración 5.2: Evolución correlaciones estimadas



Para el caso de las correlaciones la estabilidad se nota en ambas estimaciones. Si bien las estimaciones bajo momentos incondicionales presentan una evolución casi lineal, la que se obtiene con los momentos condicionales confirman la poca fluctuación que presentan las relaciones lineales entre los tipos de cambio analizados. En general encontramos que todas las correlaciones son positivas para la mayor parte del período de simulación, con excepción de la

relación entre la libra y el euro frente el peso mexicano, correlaciones que se mantienen negativas en buena parte de la muestra.

Las correlaciones no muestran relaciones muy fuertes entre las divisas. Sólo la relación entre el euro y la libra esterlina reflejan de forma sistemática un coeficiente de correlación superior a 0,5, las demás correlaciones (en valor absoluto) se estiman entre el 0 y 0,5. Resaltan por ejemplo la estimación incondicional de las correlaciones entre el JPY y la canasta de divisas emergentes que es prácticamente nula para el período de simulación, y bajo los momentos condicionales se nota la pérdida de la relación existente al principio del período, que ya es poca, durante el correr del tiempo.

### 5.1.2. Portafolio Divisas Desarrolladas

Las ponderaciones presentan mucha desigualdad entre los dos métodos de estimación de las volatilidades de las divisas. En ambas estimaciones es necesario asumir posiciones superiores al 100% en el Euro y en la Libra. La fluctuación de las ponderaciones que resultan del portafolio con momentos condicionales es mucho mayor a la que resulta de los momentos incondicionales. En la Tabla 5.1 se resumen los estadísticos descriptivos de las ponderaciones de los portafolios MV resultantes con las divisas de países desarrollados para los tres años de simulación.

Tabla 5.1: Ponderaciones (%) portafolio Divisas Desarrolladas

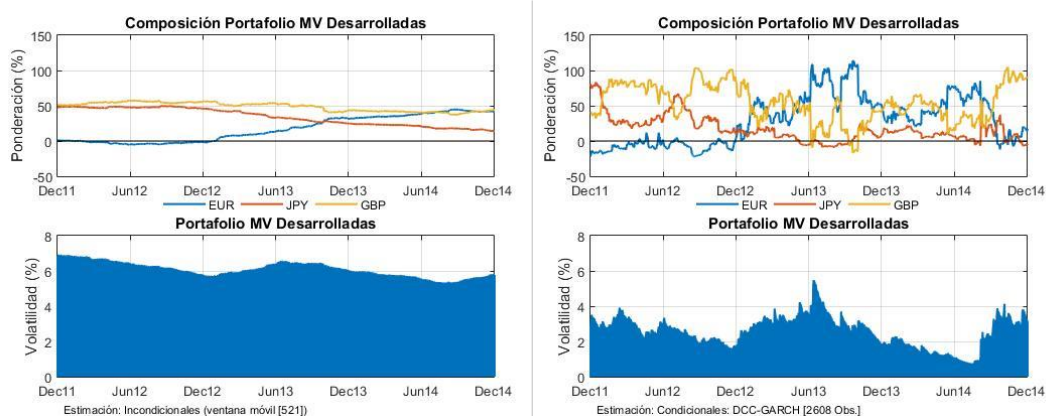
Divisa	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
<b>Momentos Incondicionales</b>						
EUR	44,8	17,2	-5,3	17,9	0,2	-1,6
JPY	50,0	34,2	14,2	12,1	-0,1	-1,6
GBP	57,6	48,6	37,3	6,1	-0,2	-1,5
<b>Momentos Condicionales</b>						
EUR	114,0	29,3	-22,1	34,6	0,4	-0,9
JPY	83,6	16,6	-8,8	17,8	1,4	2,3
GBP	104,7	54,1	-16,7	26,4	-0,2	-0,6

Llama la atención la amplitud que toman los valores bajo el método de momentos condicionales, la cual aborda un rango mayor al que se obtiene bajo el otro método, y las mayores desviaciones típicas de las ponderaciones bajo los momentos condicionales. Si se analiza la distribución de frecuencia de los vectores de ponderación resultantes se evidencia la poca similitud que presentan los resultados obtenidos desde las dos formas de abordar la estimación de los momentos estadísticos y se percibe un comportamiento más dinámico en las ponderaciones resultantes de los momentos condicionales. En los anexos se presentan los histogramas de frecuencia que ilustran la poca dispersión en que resultan las ponderaciones obtenidas desde los momentos incondicionales frente al comportamiento en la distribución de los pesos de inversión que resultan de los momentos condicionales.

La Ilustración 5.3 hace explícita la diferencia en los resultados que se obtienen bajo los dos enfoques de estimación de los momentos. Los gráficos de la izquierda ilustran los resultados del portafolio MV obtenidos bajo la perspectiva de momentos incondicionales y los de la derecha bajo los condicionales. Al comparar la evolución de las ponderaciones se nota la rápida reacción que exige el portafolio MV en el que se utilizan estimaciones en un entorno condicional, sugiriendo un mejor ajuste a los cambios del mercado, mientras que el portafolio MV en entorno incondicional muestra unas variaciones más suaves y parsimoniosas. Los gráficos inferiores de la ilustración muestran la evolución de la volatilidad del portafolio de mínima varianza que se

obtiene como la raíz cuadrada de  $\sigma_{MV,t}^2$  (como es obtenida en Eq. 3.2.6) multiplicada por el factor de anualización.

Ilustración 5.3: Evolución portafolio MV Desarrolladas



El comportamiento que se observa sugiere que las ponderaciones obtenidas con momentos incondicionales, si bien son más estables, pueden estar subestimando coyunturas de mercado que merecen atención en el corto plazo, además que resultan en valores de volatilidad para el portafolio más altos. Aparte de responder con menos velocidad a los saltos que presenta el mercado, sus efectos son más duraderos.

Además de evidenciar las diferencias en el comportamiento de las ponderaciones y la volatilidad de los portafolios resultantes, se comparan los resultados financieros entre las dos perspectivas de estimación de los momentos así como con los portafolios de referencia definidos en la sección 4.2. Se busca obtener una visión sobre cuál de los dos métodos de estimación recoge mejor la información disponible en el mercado para minimizar la variabilidad en la exposición al riesgo del portafolio, riesgo medido a través de las varianzas y covarianzas de los tipos de cambio, lo que debería redundar en una menor fluctuación de los resultados del portafolio MV. A su vez, se comparan estos resultados con los que se obtendrían en inversiones triviales en cada una de las divisas y en carteras equiponderadas para tener una perspectiva del comportamiento que tuvo el mercado durante el período de simulación.

Tabla 5.2: Rendimiento (%) diario portafolio divisas Desarrolladas

Portafolio	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
MV (INC)	1,56	-0,02	-1,33	0,37	0,03	1,63
MV (CND)	1,58	-0,02	-1,49	0,35	-0,06	1,70
EQ	1,52	-0,02	-1,46	0,36	0,10	1,61
EUR	1,78	0,00	-1,58	0,45	0,13	0,96
JPY	2,79	-0,06	-3,48	0,59	-0,28	3,20
GBP	1,51	0,00	-1,39	0,40	-0,02	0,85

En la Tabla 5.2 se resumen los estadísticos descriptivos del rendimiento diario en cada uno de los portafolios de divisas para los tres años de simulación. En esta primera aproximación, no se perciben diferencias importantes en los estadísticos de los resultados de los dos portafolios MV. Se observa una mayor curtosis en los rendimientos del portafolio MV de momentos condicionales y una mayor amplitud del rango del rendimiento en este portafolio, aunque con una desviación típica inferior a la del portafolio MV de momentos incondicionales.

Las estadísticas del rendimiento de los portafolios de referencia revelan la complejidad del mercado de tipos de cambio, pues muestran las amplias diferencias en los resultados que se obtendrían en inversiones individuales. Ambas estimaciones del portafolio MV logran disminuir la volatilidad de los rendimientos que se obtienen frente a las simulaciones de inversiones individuales sobre cada divisa, sin embargo llama la atención que el portafolio MV que se obtiene en el contexto de incondicionales no logra una disminución de la volatilidad en el rendimiento frente al portafolio equiponderado.

Tabla 5.3: Volatilidad (%) diaria portafolio divisas Desarrolladas

Portafolio	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
<b>Momentos Incondicionales</b>						
MV (INC)	6,90	6,05	5,28	0,42	0,09	-0,87
EQ	7,59	6,43	5,51	0,59	0,40	-0,89
EUR	12,01	9,21	6,40	1,85	-0,05	-1,42
JPY	10,37	9,40	8,03	0,72	-0,56	-1,14
GBP	9,33	7,47	6,28	0,82	0,64	-0,45
<b>Momentos Condicionales</b>						
MV (CND)	5,47	2,52	0,70	0,86	-0,01	0,02
EQ	7,88	3,17	0,89	1,29	0,51	0,08
EUR	11,34	7,54	3,52	1,72	-0,37	-0,30
JPY	17,55	9,43	5,33	2,43	0,76	0,26
GBP	10,55	6,93	4,02	1,26	-0,23	-0,25

Como se nota en la Ilustración 5.3 y en la Tabla 5.3, durante todo el periodo de simulación la estimación de la volatilidad del portafolio MV es superior, aunque mucho más estable, en el escenario de momentos incondicionales frente al segundo escenario. Ahora, la variabilidad que aparece en la volatilidad del portafolio MV en el marco de momentos condicionales no sorprende pues es una variación típica en la inversión en instrumentos financieros de riesgo, aunque esta variabilidad (medida por la desviación estándar), dobla a la que tiene el portafolio MV de momentos incondicionales.

La Ilustración 5.4 presenta la evolución de cada portafolio de referencia, la de los portafolios MV, partiendo de una inversión inicial de USD 100, y los resultados económicos de estos últimos: a la izquierda el que se obtiene en el contexto de momentos incondicionales y a la derecha el obtenido en el de condicionales.

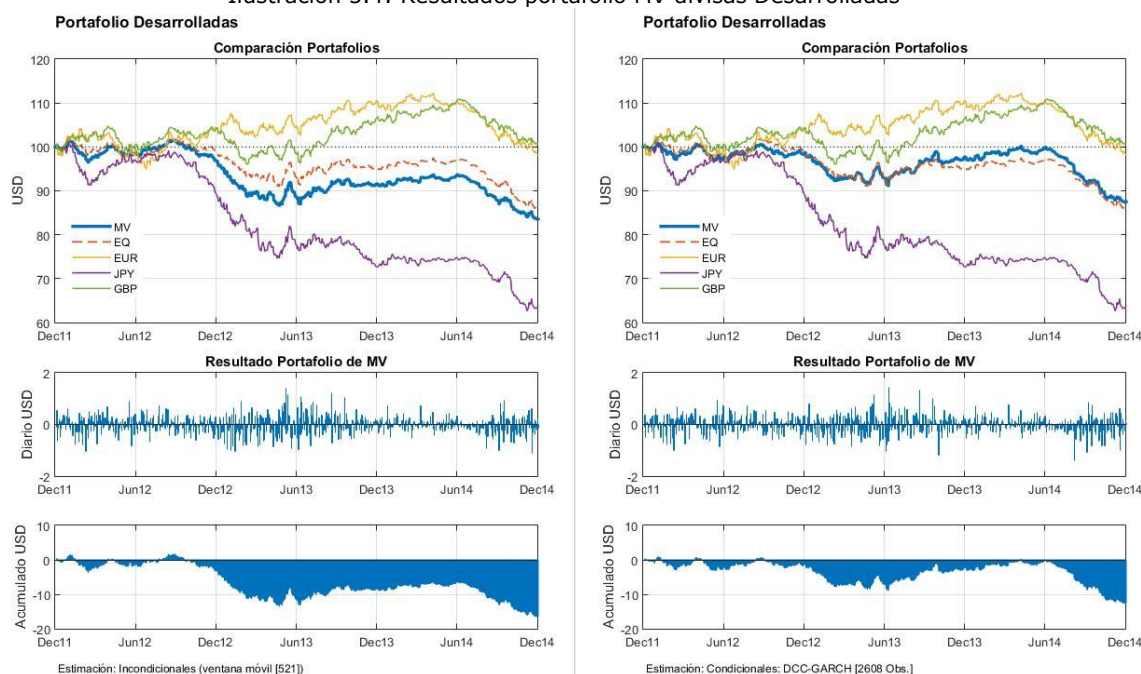
Si se detalla más adelante en la Ilustración 5.4, se puede notar que el desempeño del portafolio equiponderado es muy similar al del portafolio MV en el contexto de condicionales y se entiende por qué la volatilidad de los rendimientos del portafolio de divisas obtenido con los momentos incondicionales no logra mejorar la que se obtiene del portafolio de referencia equiponderado. Esto obedece a la ejecución real que se presentó en los mercados de divisas durante el período de simulación utilizado que resulta en que la gestión pasiva del portafolio, y sólo por una coincidencia en el estudio, genera retornos muy similares a la gestión activa bajo el enfoque de mínima varianza. Como se verá con las demás carteras en el estudio, esta coincidencia no es generalizada ni en los mercados de divisas ni en esta investigación.

Evaluando el desempeño año a año, se nota que todos los portafolios presentan un comportamiento mixto durante los primeros dos años de simulación y para la vigencia 2014 todos presentan un retorno negativo. El período total de simulación no regresa un resultado favorable para los portafolios MV ni para ninguno de los portafolios simulados, con excepción de la inversión en libra esterlina aunque el retorno que se obtendría bajo los supuestos empleados



sería tan solo de 0,3% anual. Las rentabilidades de los portafolios individuales, que son efecto de una gestión pasiva, muestran el comportamiento del mercado para cada divisa y como se ve en la Tabla 5.2, y como es de esperarse, presentan una variabilidad superior a la de los portafolios MV.

Ilustración 5.4: Resultados portafolio MV divisas Desarrolladas



En la Tabla 5.4 se resumen los resultados anuales y totales de los portafolios de tipo de cambio simulados: se presenta el porcentaje de días del año que se obtuvo un beneficio positivo en la inversión, el rendimiento porcentual anual, la volatilidad estimada anual del portafolio y la volatilidad anual de los rendimientos. En la última columna se encuentra el valor final de la inversión. En general los portafolios muestran la misma proporción de días que generan un resultado positivo lo cual obedece sobre todo a la ejecución diaria de las operaciones en el mercado, pero no se nota una diferencia clara en el comportamiento de los portafolios MV estimados bajo los dos diferentes escenarios de estimación: en 2012 y 2013 el retorno del portafolio MV en el escenario condicional es mejor (con menor pérdida) que el portafolio MV del escenario incondicional, en 2014 sucede lo opuesto, mientras que el resultado total favorece la simulación del portafolio MV del entorno condicional.

Tabla 5.4: Resumen resultados portafolio divisas Desarrolladas

Portafolio	2012				2013				2014				Total				
	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	Vlr Final
<b>Momentos Incondicionales</b>																	
MV (INC)	49%	-3,2	6,4	4,8	48%	-5,6	6,2	7,5	46%	-9,2	5,6	4,9	48%	-6,0	6,1	5,9	\$83,55
EQ	49%	-1,0	7,1	5,1	49%	-3,9	6,4	6,9	46%	-10,1	5,8	5,1	48%	-5,0	6,5	5,8	\$86,08
EUR	48%	4,0	11,3	8,3	55%	5,7	9,3	7,3	46%	-11,8	7,0	6,2	50%	-0,7	9,4	7,3	\$97,93
JPY	49%	-11,7	8,8	7,4	47%	-20,2	9,4	12,5	42%	-13,1	10,0	7,9	46%	-15,0	9,4	9,5	\$63,68
GBP	51%	4,3	8,5	6,3	53%	2,4	7,4	7,5	48%	-5,7	6,6	5,5	51%	0,3	7,5	6,5	\$100,94
<b>Momentos Condicionales</b>																	
MV (CND)	51%	-1,3	2,6	5,0	48%	-1,1	3,2	6,6	47%	-11,0	2,1	5,1	49%	-4,5	2,7	5,6	\$87,50
EQ	49%	-1,0	3,2	5,1	49%	-3,9	4,2	6,9	46%	-10,1	2,6	5,1	48%	-5,0	3,4	5,8	\$86,08
EUR	48%	4,0	9,0	8,3	55%	5,7	7,7	7,3	46%	-11,8	6,3	6,2	50%	-0,7	7,7	7,3	\$97,93
JPY	49%	-11,7	8,4	7,4	47%	-20,2	11,9	12,5	42%	-13,1	8,5	7,9	46%	-15,0	9,7	9,5	\$63,68
GBP	51%	4,3	7,2	6,3	53%	2,4	7,8	7,5	48%	-5,7	6,0	5,5	51%	0,3	7,0	6,5	\$100,94



Es generalizado que la volatilidad media año a año de todos los portafolios estimada bajo el escenario de momentos condicionales sea inferior a la obtenida en el entorno de incondicionales, con excepción del JYP. Esto sugiere que la estimación de los momentos condicionales refleja mejor la información que va apareciendo en el mercado tanto en momentos de tranquilidad como de nerviosismo de mercado, lo que también puede verse al comparar las volatilidades estimadas de cada tipo de cambio (en los anexos se encuentran las gráficas).

Es de notar que la volatilidad del rendimiento del portafolio de mínima varianza obtenido con momentos condicionales no siempre logra ser menor a la del portafolio que se obtiene de los momentos incondicionales. Sin embargo, en el largo plazo, se mantiene una menor variación de los rendimientos bajo el contexto de momentos condicionales.

### 5.1.3. Portafolio divisas Emergentes

En este portafolio también las ponderaciones son muy diferentes entre los dos métodos de estimación de las volatilidades en las divisas. El portafolio que resulta de las estimaciones en entorno incondicional no contempla posiciones superiores al 100% en ninguno de los tipos de cambio y tampoco requiere asumir posiciones en corto, y bajo ambos escenarios es el peso colombiano aquel que mayor presencia tiene en los portafolios MV.

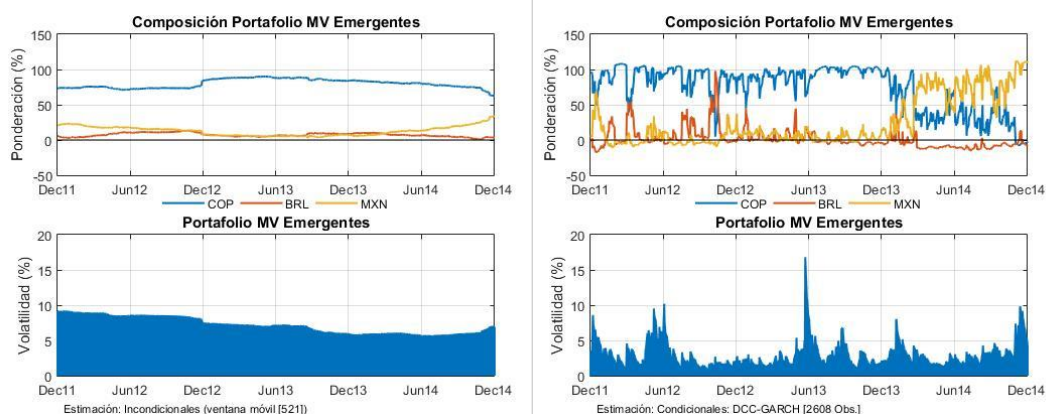
Tabla 5.5: Ponderaciones (%) portafolio divisas Emergentes

Divisa	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
<b>Momentos Incondicionales</b>						
COP	90,2	79,9	63,0	6,3	0,0	-1,0
BRL	13,2	7,3	0,9	2,7	0,1	-0,9
MXN	33,8	12,8	3,1	6,6	0,6	-0,3
<b>Momentos Condicionales</b>						
COP	108,1	74,0	-8,3	30,8	-1,0	-0,3
BRL	97,8	1,4	-17,5	14,6	2,6	9,5
MXN	112,3	24,6	-11,6	34,7	1,1	-0,3

En la Tabla 5.5 se resumen los estadísticos descriptivos de la composición los portafolios MV resultantes con las divisas de países emergentes, de nuevo se nota que la fluctuación de las ponderaciones que resultan del portafolio con momentos condicionales es más amplia a la que se observa en el portafolio de los momentos incondicionales. También se observan mayores desviaciones típicas de las ponderaciones bajo los momentos condicionales. En este caso además, las ponderaciones del portafolio del escenario incondicional son por completo estables y las del escenario condicional presentan unos rangos de fluctuación bastante definidos como se observa en la Ilustración 5.5 (los gráficos de la izquierda ilustran los resultados del portafolio MV bajo perspectiva de incondicional y los de la derecha bajo la condicional).

Al comparar la evolución de las ponderaciones, bajo los dos esquemas de estimación de las volatilidades, de nuevo sugiere que las obtenidas con momentos incondicionales pueden subestimar circunstancias de mercado que implican un cambio en la composición de la cartera de inversión. Se nota por ejemplo que durante los primeros meses de 2014, el portafolio MV de momentos condicionales evoluciona hacia una composición casi contraria a la que mantenía los años anteriores: sustituyendo el peso colombiano como la mayor inversión por el peso mexicano; mientras que una disminución notable en el portafolio MV de incondicionales sólo ocurre hasta el final del 2014, sin que se consolide un cambio estructural del portafolio.

Ilustración 5.5: Evolución portafolio MV divisas Emergentes



En la Tabla 5.6 se resumen los estadísticos descriptivos del rendimiento diario en cada uno de los portafolios MV y los portafolios de comparación. Al igual que en la cartera de Desarrolladas no se perciben diferencias que resalten entre los estadísticos de los resultados de los dos portafolios MV, sin embargo de nuevo se observa que la desviación de los rendimientos en el portafolio MV, observando todo el período de simulación, es menor cuando se estima la cartera en el ambiente de momentos condicionales, pero como se ve más adelante en la Tabla 5.8, no es un comportamiento que se mantenga cuando se observa año a año.

Tabla 5.6: Rendimiento (%) diario portafolio divisas Emergentes

Portafolio	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcKurtosis
MV (INC)	2,05	-0,03	-2,13	0,39	-0,39	3,21
MV (CND)	1,41	-0,02	-2,21	0,37	-0,49	2,69
EQ	1,89	-0,03	-1,59	0,46	0,05	1,50
COP	3,09	-0,03	-2,25	0,43	-0,24	6,05
BRL	3,61	-0,05	-2,68	0,75	0,36	2,31
MXN	2,33	0,00	-2,71	0,61	-0,04	1,15

Igual que en la cartera de Desarrolladas, la cartera MV de Emergentes estimada en el ambiente incondicional mantiene una volatilidad para el portafolio más alta, solo con la excepción del mes de junio de 2013 en la que las tres divisas experimentan un pico de volatilidad lo que se refleja en la exposición que asume el portafolio MV estimado. Dicho pico en la volatilidad, sobre todo en el COP y el MXN, obedece a los primeros anuncios de la Reserva Federal frente al cambio en su política monetaria expansiva, la cual venía siendo bastante amplia en los años posteriores a la crisis y empezaba a notarse su agotamiento. Dado que estas dos economías son altamente influenciadas por la economía estadounidense, se presentó una fuerte apreciación del dólar perjudicando las cotizaciones de las divisas latinoamericanas y produciendo un fuerte *shock* en el mercado.

En la Ilustración 5.5 se puede ver que el portafolio MV basado en momentos condicionales reacciona ante este período de alta variación y disminuye de forma sistemática la participación en el COP haciéndola fluctuar durante la primera parte de 2013, mientras que el portafolio MV de incondicionales no refleja esta situación ni en las ponderaciones ni en su exposición al riesgo, aunque sí presenta un salto negativo importante en los rendimientos para el mes de junio de 2013, como se nota más adelante en la Ilustración 5.6.

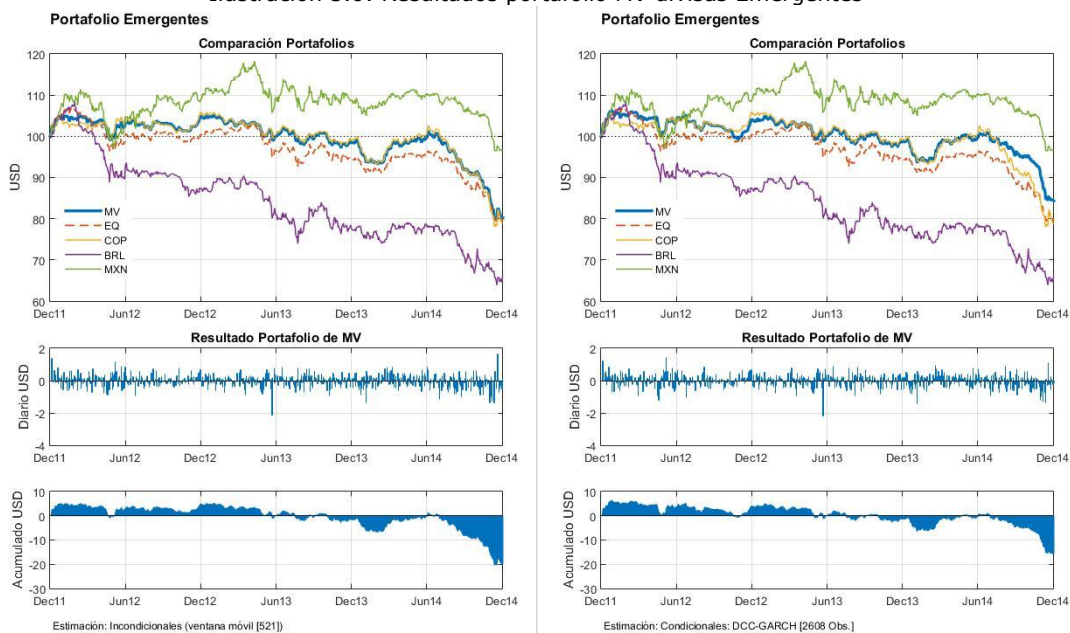
La Tabla 5.7 permite un análisis de este comportamiento y se nota como, en media, la volatilidad del portafolio que resulta de la estimación condicional es menor a la del incondicional, con una diferencia en su variabilidad de apenas 58 puntos básicos. Exceptuando esas semanas de alta volatilidad de junio de 2013, la volatilidad del portafolio MV del entorno de condicionales llega a valores de 10% como valores pico en el resto de tiempo de simulación.

**Tabla 5.7: Volatilidad (%) diaria portafolio divisas Emergentes**

Portafolio	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcKurtosis
<b>Momentos Incondicionales</b>						
MV (INC)	9,12	7,10	5,58	1,16	0,27	-1,42
EQ	10,55	8,71	6,90	1,15	-0,19	-1,48
EUR	9,70	7,44	5,87	1,29	0,40	-1,40
JPY	14,83	12,98	11,12	1,02	-0,21	-1,03
GBP	13,48	11,88	9,14	1,54	-0,64	-1,24
<b>Momentos Condicionales</b>						
MV (CND)	16,82	2,90	0,89	1,74	2,35	8,87
EQ	21,78	5,63	1,69	3,40	1,58	2,69
EUR	25,05	7,31	3,80	2,84	2,85	11,22
JPY	29,16	12,22	5,20	4,22	0,96	0,82
GBP	19,31	9,70	4,92	2,66	0,58	-0,07

Ambas estimaciones del portafolio MV logran disminuir la volatilidad de los rendimientos que se obtienen frente a las simulaciones de inversiones individuales sobre cada divisa y sobre el portafolio equiponderado, lo que se espera para una gestión activa cuyo objetivo sea precisamente la disminución de la exposición al riesgo (para el caso: medido por la volatilidad).

Ilustración 5.6: Resultados portafolio MV divisas Emergentes



La Ilustración 5.6 presenta la evolución de cada portafolio de referencia, la de los portafolios MV y los resultados económicos de estos últimos: a la izquierda el que se obtiene en el contexto de momentos incondicionales y a la derecha el obtenido en el de condicionales.

El resultado de los tres años es también negativo para los portafolios MV de Emergentes y sus portafolios *benchmark*. Al revisar el rendimiento total del período, es el portafolio MV de momentos condicionales el que recoge menos pérdidas de los portafolios de gestión activa.

Tabla 5.8: Resumen resultados portafolio divisas Emergentes

Portafolio	2012				2013				2014				Total				
	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	Vlr Final
<b>Momentos Incondicionales</b>																	
MV (INC)	50%	4,6	8,6	5,5	53%	-6,1	6,9	5,5	44%	-20,6	5,9	7,6	49%	-7,4	7,2	6,3	\$80,19
EQ	51%	0,5	9,9	6,8	50%	-6,1	8,9	7,8	46%	-16,7	7,3	7,7	49%	-7,4	8,8	7,5	\$80,08
COP	48%	5,4	9,1	5,8	49%	-6,2	7,0	5,6	41%	-23,0	6,2	8,9	46%	-7,9	7,6	7,0	\$78,86
BRL	43%	-13,6	14,0	10,6	42%	-12,1	13,1	12,9	46%	-15,5	11,8	12,8	43%	-13,7	13,0	12,1	\$66,20
MXN	49%	9,1	13,1	10,8	50%	-0,6	12,6	10,9	48%	-12,0	9,9	7,3	49%	-1,2	12,0	9,8	\$96,53
<b>Momentos Condicionales</b>																	
MV (CND)	48%	3,9	3,4	5,7	52%	-5,0	3,3	5,6	48%	-15,9	3,4	6,6	49%	-5,7	3,4	6,0	\$84,34
EQ	51%	0,5	6,1	6,8	50%	-6,1	7,0	7,8	46%	-16,7	6,6	7,7	49%	-7,4	6,6	7,5	\$80,08
COP	48%	5,4	7,0	5,8	49%	-6,2	6,7	5,6	41%	-23,0	9,5	8,9	46%	-7,9	7,8	7,0	\$78,86
BRL	43%	-13,6	12,0	10,6	42%	-12,1	13,5	12,9	46%	-15,5	13,3	12,8	43%	-13,7	12,9	12,1	\$66,20
MXN	49%	9,1	11,0	10,8	50%	-0,6	11,0	10,9	48%	-12,0	7,8	7,3	49%	-1,2	10,1	9,8	\$96,53

En la Tabla 5.8 se resumen los resultados anuales y totales de los portafolios. No se encuentra una diferencia clara en el comportamiento de los portafolios MV estimados bajo los dos diferentes escenarios de estimación pues de nuevo encontramos períodos en los que cada uno logra mejores (o menos peores) resultados que el otro.

#### 5.1.4. Portafolio Total

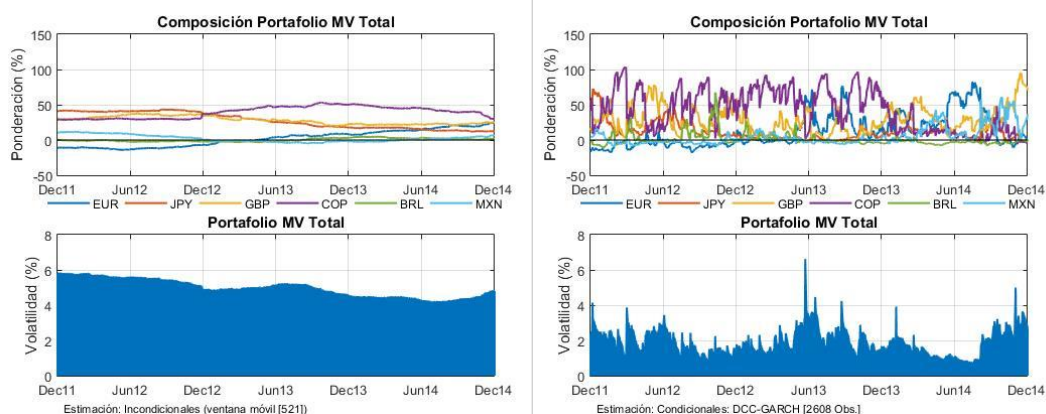
Al constituir una cartera que incorpore los seis tipos de cambio, que reflejan economías y niveles de liquidez distintos, el análisis comparativo entre resultados de momentos condicionales e incondicionales presenta unas diferencias aún mayores al revisar las matrices de ponderaciones que resultan en las carteras de mínima varianza. En la Tabla 5.9 se resumen los estadísticos básicos de la evolución de las ponderaciones del portafolio MV.

Tabla 5.9: Ponderaciones (%) portafolio Total

Divisa	Estadísticos descriptivos					
	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
<b>Momentos Incondicionales</b>						
EUR	24,4	2,4	-14,2	11,5	0,1	-1,3
JPY	43,6	27,7	11,7	11,3	0,1	-1,7
GBP	37,4	28,0	19,8	5,5	0,2	-1,4
COP	53,2	39,7	28,7	8,1	-0,1	-1,5
BRL	4,7	0,2	-3,1	2,3	0,3	-1,3
MXN	11,7	2,1	-5,5	4,7	0,5	-0,9
<b>Momentos Condicionales</b>						
EUR	82,4	12,1	-18,3	23,1	1,1	0,3
JPY	72,7	11,8	-3,4	12,3	2,2	6,2
GBP	94,9	28,7	-2,8	18,6	0,8	0,5
COP	103,5	41,8	-5,9	29,4	0,1	-1,2
BRL	67,4	0,5	-11,3	8,8	3,5	16,4
MXN	61,1	5,1	-9,5	13,1	2,0	3,7

Se mantiene la estabilidad y poca reacción que presentan las ponderaciones que se obtienen del escenario incondicional y la mayor variación en el tiempo que tienen las participaciones bajo el esquema condicional. En ambos escenarios el peso mexicano y el real brasilero no toman protagonismo dentro de las carteras MV. En la cartera de momentos condicionales, el MXN no cobra mayor relevancia durante los dos primeros años y el JPY y el BRL sólo la tienen durante el año inicial de simulación de los portafolios de divisas.

Ilustración 5.7: Evolución portafolio MV Total



En la Ilustración 5.7 se ve cómo, en la primera mitad del año 2013, el portafolio MV del escenario condicional se compone prácticamente de una divisa emergente, que es el peso colombiano, y sólo dos divisas desarrolladas, que son el euro y la libra esterlina. Inclusive existen intervalos (entre febrero y agosto de 2013) donde sólo se emplea una de estas dos divisas desarrolladas para complementar el COP y las demás toman valores de ponderación muy próximos al cero.

Tabla 5.10: Rendimiento (%) diario portafolio Total\*

Estadísticos descriptivos						
Portafolio	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
MV (INC)	1,06	-0,03	-1,18	0,30	-0,27	1,22
MV (CND)	1,01	-0,03	-1,32	0,28	-0,37	1,75
EQ	1,60	-0,02	-1,22	0,32	0,07	1,89

La Tabla 5.10 muestra que ambas estimaciones del portafolio MV presentan menor volatilidad en sus rendimientos frente a las inversiones comparativas y en este caso también es menor la volatilidad de los rendimientos del portafolio MV que se estima en el ámbito de momentos condicionales. Sin embargo, más allá de eso no se pueden distinguir hasta ahora diferencias entre los dos escenarios de estimación del portafolio MV.

Tabla 5.11: Volatilidad (%) diaria portafolio Total\*\*

Estadísticos descriptivos						
Portafolio	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
<b>Momentos Incondicionales</b>						
MV (INC)	5,82	4,95	4,16	0,50	0,11	-1,24
EQ	7,79	6,38	4,82	0,99	-0,24	-1,50
<b>Momentos Condicionales</b>						
MV (CND)	6,62	1,88	0,72	0,72	0,95	2,31
EQ	11,40	3,61	1,27	1,78	1,31	1,66

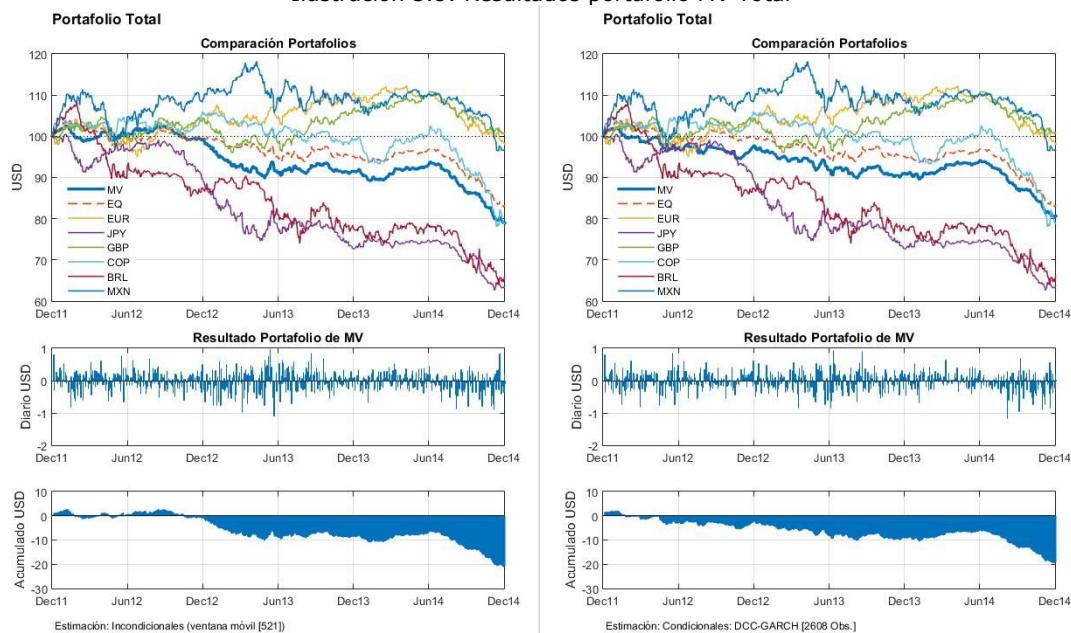
En general el portafolio MV que proviene de momentos condicionales mantiene una exposición de riesgo, medida por la volatilidad, sistemáticamente menor a la que se obtiene en la estimación del portafolio MV de momentos incondicionales, aunque en la volatilidad estimada por momentos condicionales tiene una mayor variabilidad que la que tiene la estimada por momentos incondicionales. Dado que esta cartera tiene exposición al mercado de monedas emergentes, también se ve afectado a causa de la situación de nerviosismo que se vio en junio de 2013 y por eso el pico de volatilidad que se observa en la Ilustración 5.7 (gráfica derecha) al

\* Los datos de las carteras de referencia individual son los mismos que se exponen en la Tabla 5.2 y en la Tabla 5.6.

\*\* Los datos de las carteras de referencia individual son los mismos que se exponen en la Tabla 5.3 y en la Tabla 5.7.

hacer la estimación de la volatilidad de la cartera de divisas bajo momentos condicionales, lo cual imprime una mayor desviación típica en la volatilidad estimada.

Ilustración 5.8: Resultados portafolio MV Total



El resultado total es negativo para ambas estimaciones del portafolio MV pero es el portafolio del escenario condicional el que de nuevo nos entrega un mejor resultado total. Los resultados año a año no aportan información relevante frente a la diferenciación entre preferir una estimación de las volatilidades frente a la otra.

Tabla 5.12: Resumen resultados portafolio Total\*

Portafolio	2012				2013				2014				Total				
	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	P/G +	Rdto	$\sigma_p$	$\sigma_r$	Vlr Final
<b>Momentos Incondicionales</b>																	
MV (INC)	51%	-0,9	5,5	4,1	47%	-7,9	4,9	5,5	43%	-14,8	4,4	4,7	47%	-7,9	5,0	4,8	\$78,97
EQ	48%	-0,2	7,4	5,1	46%	-4,9	6,6	5,7	44%	-13,3	5,2	4,8	46%	-6,1	6,5	5,2	\$83,24
<b>Momentos Condicionales</b>																	
MV (CND)	49%	-2,3	2,0	4,2	47%	-7,0	2,2	4,8	45%	-12,1	1,9	4,7	47%	-7,2	2,0	4,6	\$80,68
EQ	48%	-0,2	4,0	5,1	46%	-4,9	4,3	5,7	44%	-13,3	3,7	4,8	46%	-6,1	4,0	5,2	\$83,24

## 5.2. ESTIMACIÓN EN EL CAMBIO DE LA COMPOSICIÓN DEL PORTAFOLIO MV

Dado que, como se pone de manifiesto en la sección 6.1, se prefiere la utilización de momentos condicionales para lograr mejores resultados en la gestión de carteras de riesgo, la caracterización de la evolución del portafolio de mínima varianza se aplica sobre el resultado que se obtuvo bajo este escenario. Como se expone, las ponderaciones del portafolio MV de momentos incondicionales no presentan variaciones importantes, mientras que las que se obtienen en el ámbito de los momentos condicionales presentan mucha fluctuación por lo que resulta interesante explorar si se puede anticipar, mediante una estimación aceptable, el cambio futuro de los pesos de una cartera de mínima varianza sin llegar a hacer estimaciones sobre la totalidad de la matriz de varianzas y covarianzas.

\* Los datos de las carteras de referencia individual son los mismos que se exponen en la Tabla 5.4 y en la Tabla 5.8.

Como primera medida se revisan los estadísticos descriptivos del cambio en las ponderaciones diarias de cada divisa en los tres portafolios (según Eq. 3.4.1). El portafolio de tipos de cambio de países emergentes es el que más variación presenta en los cambios de su composición diaria, mientras que el portafolio de divisas de economías desarrolladas presenta, en comparación, una variación menor, como se nota en el resumen que se muestra en la Tabla 5.13. Es un comportamiento que resulta un tanto intuitivo por el diferente nivel de liquidez que presentan los grupos de tipos de cambio entre sí. Junto con las asimetrías entre las economías que cada divisa representa, hace que los mercados de divisas emergentes en general presenten fluctuaciones más bruscas en comparación con los mercados de divisas desarrolladas. Esta es la principal razón por la cual una cartera que busca minimizar la exposición a este tipo de fluctuaciones sufrirá cambios más frecuentes si se expone sólo al mercado de tipos de cambio de economías emergentes que si está expuesto a tipos de cambios de economías más estables.

Tabla 5.13: Cambio en las ponderaciones diarias\*

Estadísticos descriptivos						
Divisa	Máximo	Media	Mínimo	DesvEst	Asimetría	ExcCurtosis
<b>DES (Pond)</b>	-	-	-	<b>3,3%</b>	-	-
EUR	36,7%	0,05%	-53,6%	5,6%	-0,3	22,3
JPY	28,2%	-0,11%	-25,1%	2,9%	-0,3	22,1
GBP	32,5%	0,06%	-35,6%	5,7%	-1,1	9,4
<b>EME (Pond)</b>	-	-	-	<b>5,5%</b>	-	-
COP	32,3%	-0,13%	-58,7%	9,4%	-1,9	8,4
BRL	51,3%	-0,01%	-41,2%	6,0%	1,1	18,6
MXN	47,9%	0,13%	-47,5%	7,6%	1,4	9,3
<b>TOT (Pond)</b>	-	-	-	<b>3,5%</b>	-	-
EUR	39,4%	0,02%	-51,1%	5,2%	0,2	23,5
JPY	23,8%	-0,07%	-15,5%	2,8%	1,2	15,4
GBP	35,2%	0,07%	-32,4%	6,2%	0,9	6,4
COP	20,0%	-0,06%	-57,9%	9,1%	-2,2	6,9
BRL	28,9%	0,00%	-22,3%	3,2%	-0,2	23,8
MXN	25,7%	0,04%	-40,9%	3,7%	-2,2	32,2

Llaman la atención los valores extremos con los que cambian las ponderaciones de todos los tipos de cambio y da una idea de la dificultad que conlleva el explicar los ajustes a la cartera MV. Se notan variaciones que superan los 5.000pbs de una jornada a otra y los excesos de curtosis dan muestra del complejo comportamiento que siguen. Contrastan estos valores extremos con los valores medios de las variaciones en divisas, como el real brasilero en el portafolio de Emergentes, que resultan en un máximo de 13pbs de cambio diario para las seis divisas en las tres carteras MV simuladas. En los anexos pueden verse los histogramas que resultan de las variaciones diarias en las ponderaciones de cada activo simulado en inversión.

Analizando cada una de las estructuras de análisis propuestas en la sección 3.4 se encuentran los siguientes datos. Las tablas que se presentan son un resumen de los resultados de las 782 regresiones para cada tipo de estructura: se presenta el porcentaje de regresiones, dentro de las 782, que logra un nivel de significancia aceptable medido con un nivel de confianza de 0,01 para cada uno de los parámetros; el dato máximo y promedio de la desviación típica del error resultante en las 782 regresiones; y los mismos estadísticos se presentan para el coeficiente  $r^2$  y el  $r^2$  ajustado para los modelos con más de un factor.

\* Se estima la desviación típica del agregado del portafolio como la desviación de las variaciones ponderadas:  
 $DesvEst_{Portafolio} = dt(\sum_i \Delta\omega_{i,t} \cdot \omega_t)$ .



### 5.2.1. Autorregresiva

El proceso no retorna coeficientes con un nivel de significancia estadístico en la mayor parte de las estimaciones. Es más, el portafolio de desarrolladas no ofrece una sola estimación para ninguno de sus vectores de ponderación con un coeficiente diferente de cero. Como se resume en la tabla siguiente, no se encuentra evidencia alguna en cuanto a que el cambio en los vectores de ponderación tenga autocorrelación a un período.

Tabla 5.14: Resumen estimaciones procesos autorregresivos

		Estadísticas de las regresiones											
		Desarrolladas			Emergentes			Total					
		EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN	EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN
<b>Autorregresivo: 1 retardo</b>													
Significancia en las regresiones	1% $\alpha_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	$\alpha_1$	0%	0%	0%	5%	30%	42%	0%	0%	6%	8%	36%	41%
DT u	Máx	6,6%	5,0%	6,4%	11,4%	7,3%	11,6%	6,2%	5,3%	7,4%	10,6%	4,3%	6,1%
	Media	4,1%	3,7%	5,9%	9,5%	6,5%	8,0%	3,5%	3,9%	6,5%	9,9%	3,6%	3,5%
$r^2$	Máx	1,2%	0,7%	0,4%	1,6%	4,6%	6,4%	0,9%	1,5%	1,6%	2,1%	6,4%	4,3%
	Media	0,3%	0,2%	0,1%	0,7%	1,0%	1,5%	0,2%	0,1%	0,2%	0,3%	1,7%	1,1%

### 5.2.2. Unifactoriales

El primer acercamiento se realiza con los cambios en el rendimiento de cada activo (Uni1). En este caso sucede lo mismo que con la estructura anterior y no se halla ninguna evidencia en cuanto a que los cambios en el rendimiento de un día para otro ayuden a explicar un cambio importante en la ponderación de ese activo dentro de la cartera MV.

Tabla 5.15: Resumen estimaciones procesos unifactoriales

		Estadísticas de las regresiones											
		Desarrolladas			Emergentes			Total					
		EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN	EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN
<b>Uni1 - Factor: cambio en el rendimiento del activo</b>													
Significancia en las regresiones	1% $\alpha_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	$\alpha_1$	0%	55%	0%	15%	0%	0%	0%	22%	0%	36%	0%	11%
DT u	Máx	6,6%	5,0%	6,4%	11,4%	7,4%	11,6%	6,2%	5,3%	7,4%	10,6%	4,3%	6,0%
	Media	4,1%	3,7%	5,9%	9,5%	6,5%	8,1%	3,5%	3,9%	6,5%	9,8%	3,7%	3,5%
$r^2$	Máx	0,3%	2,8%	0,9%	2,8%	0,3%	0,6%	0,9%	3,1%	0,3%	3,7%	0,4%	1,7%
	Media	0,03%	1,3%	0,2%	0,5%	0,1%	0,2%	0,2%	0,9%	0,1%	1,3%	0,1%	0,6%
<b>Uni2 - Factor: cambio en la volatilidad del activo</b>													
Significancia en las regresiones	1% $\beta_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	$\beta_1$	100%	100%	100%	100%	100%	100%	96%	100%	100%	100%	100%	100%
DT u	Máx	5,9%	3,2%	5,5%	9,1%	7,1%	11,2%	5,6%	4,6%	7,1%	7,5%	4,2%	5,7%
	Media	3,7%	2,6%	4,9%	7,2%	6,2%	7,7%	3,3%	3,4%	6,1%	6,1%	3,6%	3,3%
$r^2$	Máx	28,7%	59,9%	47,6%	58,3%	11,9%	15,7%	19,1%	31,5%	25,2%	72,3%	9,0%	20,6%
	Media	18,2%	46,2%	29,9%	43,5%	8,9%	8,1%	6,5%	20,2%	11,4%	60,9%	5,9%	12,8%
<b>Uni3 - Factor: cambio en la volatilidad del portafolio MV</b>													
Significancia en las regresiones	1% $\gamma_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	$\gamma_1$	35%	62%	89%	100%	41%	100%	90%	100%	100%	100%	28%	64%
DT u	Máx	6,6%	4,5%	6,4%	10,5%	7,3%	10,9%	5,8%	5,2%	6,0%	8,7%	4,3%	6,0%
	Media	4,0%	3,4%	5,7%	8,7%	6,4%	7,4%	3,2%	3,7%	5,4%	7,9%	3,6%	3,5%
$r^2$	Máx	5,9%	22,1%	15,7%	26,8%	7,6%	31,9%	23,0%	21,0%	42,0%	46,5%	2,7%	5,2%
	Media	1,1%	10,1%	7,2%	16,7%	2,1%	16,7%	11,5%	8,0%	29,8%	35,5%	1,0%	2,0%

En la siguiente aproximación se indaga por la información que puede proveer el cambio de la desviación típica diaria de un activo para explicar el cambio diario de su posición en el portafolio MV (Uni2). Todas las estimaciones retornaron coeficientes  $\beta_1$  significativos resultando en todos los casos en modelos lineales sin constante. El análisis a partir de los coeficientes  $r^2$  resulta ambiguo para cada portafolio pues muestra para algunas divisas valores muy bajos y otros muy altos dentro de la misma cartera. Los valores medios del coeficiente  $r^2$  fluctúan entre el 6% y el 61%.



La tercera aproximación utilizando un factor (Uni3), que se aborda en torno a la información que provee el portafolio de MV a través de su desviación típica, arroja unos resultados en términos generales aceptables en cuanto al porcentaje de regresiones que estiman coeficientes con un nivel de significancia aceptable, sin embargo presenta unas excepciones como la del Real brasilero en el portafolio Total que logra un  $r^2$  máximo de apenas 2,7% y apenas una significancia de  $\gamma_1$  en el 28% de las regresiones. Las bondades de las regresiones sin duda son inferiores al evento de aproximación Uni2, sin embargo se analiza su impacto al combinar la desviación del portafolio MV con otro factor.

### 5.2.3. Bifactoriales

Dado que el proceso Uni1, que busca información a partir del cambio en el rendimiento, no resultó efectivo en su capacidad explicativa, los eventos Bif1 y Bif2 se rechazan, pues se comprueba en la Tabla 5.16 que los  $r^2$  ajustados proveen de forma comparativa la misma información frente a los procesos Uni2 y Uni3. Si bien el proceso Uni2 resultó aceptable en su capacidad explicativa y un poco menos el proceso Uni3, se analiza el proceso bifactorial que los combina.

Tabla 5.16: Resumen estimaciones procesos bifactoriales

		Estadísticas de las regresiones											
		Desarrolladas			Emergentes			Total					
		EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN	EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN
<b>Bif1 - Factores: cambio en el rendimiento y la volatilidad del activo</b>													
Significancia	1% $\alpha_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
en las	$\alpha_1$	0%	8%	1%	9%	0%	0%	0%	10%	0%	0%	0%	0%
regresiones	$\alpha_2$	100%	100%	100%	100%	100%	100%	95%	100%	100%	100%	100%	100%
DT u	Máx	5,9%	3,2%	5,5%	9,1%	7,1%	11,2%	5,6%	4,6%	7,1%	7,5%	4,2%	5,7%
	Media	3,7%	2,6%	4,9%	7,2%	6,2%	7,7%	3,3%	3,4%	6,1%	6,1%	3,6%	3,3%
$r^2$ Ajustado	Máx	28,5%	59,9%	47,9%	58,5%	11,7%	15,7%	19,1%	31,5%	24,6%	72,1%	8,8%	20,3%
	Media	18,1%	46,1%	29,8%	43,6%	8,7%	8,0%	6,2%	20,3%	11,2%	60,8%	5,6%	12,7%
<b>Bif2 - Factores: cambio en el rendimiento del activo y la volatilidad del portafolio MV</b>													
Significancia	1% $\beta_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
en las	$\beta_1$	0%	5%	0%	0%	0%	6%	0%	40%	0%	0%	0%	38%
regresiones	$\beta_2$	35%	62%	89%	100%	41%	100%	90%	100%	100%	100%	29%	69%
DT u	Máx	6,6%	4,4%	6,4%	10,5%	7,3%	10,8%	5,8%	5,2%	6,0%	8,7%	4,3%	6,0%
	Media	4,0%	3,4%	5,7%	8,7%	6,4%	7,4%	3,2%	3,7%	5,4%	7,9%	3,6%	3,5%
$r^2$ Ajustado	Máx	5,6%	23,1%	15,6%	26,6%	7,2%	31,6%	22,7%	20,8%	41,8%	46,3%	2,3%	4,9%
	Media	0,7%	10,4%	7,1%	16,4%	1,8%	16,8%	11,3%	8,5%	29,7%	35,5%	0,7%	2,4%
<b>Bif3 - Factores: cambio en la volatilidad del activo y del portafolio MV</b>													
Significancia	1% $\gamma_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
en las	$\gamma_1$	100%	100%	100%	100%	100%	100%	82%	100%	100%	100%	100%	100%
regresiones	$\gamma_2$	60%	82%	100%	66%	100%	100%	92%	100%	100%	52%	91%	97%
DT u	Máx	4,8%	3,1%	4,4%	9,1%	6,9%	9,5%	4,8%	3,7%	5,3%	7,0%	4,2%	5,5%
	Media	3,4%	2,5%	3,8%	6,6%	6,0%	6,7%	3,0%	2,9%	4,6%	6,0%	3,5%	3,2%
$r^2$ Ajustado	Máx	49,6%	66,7%	73,5%	71,6%	20,0%	46,5%	43,9%	58,8%	61,2%	72,2%	11,1%	24,5%
	Media	27,0%	51,8%	58,5%	52,4%	14,5%	32,2%	19,0%	40,4%	49,8%	63,2%	8,0%	16,9%

El proceso Bif3 presenta una relevancia generalizada en el coeficiente de sensibilidad para los cambios en la volatilidad del activo ( $\gamma_1$ ) y un poco menos frecuente para los cambios en la desviación típica del portafolio MV ( $\gamma_2$ ). Ninguna de las constantes estimadas ( $\gamma_0$ ) presentan nivel de significancia. El  $r^2$  ajustado de las regresiones refleja que la combinación de estos dos factores mejora la capacidad explicativa de ambas fuentes analizadas por separado, sin embargo dicha capacidad no es homogénea en todas las divisas que componen cada portafolio, de nuevo se observan resultados distintos dependiendo del tipo de cambio que se estudie y la cartera en la que se hace.

Por otro lado, si bien este resultado es, hasta ahora, el que más favorabilidad presenta, exige la estimación de la desviación típica del portafolio, lo que de nuevo implica la estimación de todas las varianzas y covarianzas con lo que la aproximación bajo el este esquema resulta poco eficiente frente a obtener directamente el portafolio de mínima varianza, pues, a priori, no supone en sí un ahorro de ningún tipo.

Por esto último, y aunado a la capacidad explicativa que mostró el proceso unifactorial en función de la desviación típica de cada activo, se prosigue con el análisis de un modelo lineal que contemple las desviaciones típicas de todos los activos que componen cada cartera.

#### 5.2.4. Multifactorial

Las aproximaciones mediante el modelo factorial muestran mejoría frente a los eventos anteriores analizados. De igual forma resultan modelos sin constantes y para los portafolios de divisas Desarrolladas y de divisas Emergentes la significancia de los demás coeficientes es en general buena, con excepción del EUR en el portafolio Desarrolladas que solo en un tercio de las regresiones toma información de parte de la desviación típica del JPY.

Tabla 5.17: Resumen estimaciones procesos multifactoriales

		Estadísticas de las regresiones											
		Desarrolladas			Emergentes			Total					
		EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN	EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN
<b>Mul1 - Factores: cambio en la volatilidad de los activos</b>													
Significancia	1% $\alpha_0$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
en las	$\alpha_1$	100%	68%	100%	100%	89%	100%	100%	26%	100%	0%	10%	41%
regresiones	$\alpha_2$	33%	100%	100%	65%	100%	100%	19%	100%	86%	31%	0%	0%
	$\alpha_3$	100%	100%	100%	100%	98%	100%	100%	90%	100%	67%	5%	43%
	$\alpha_4$	-	-	-	-	-	-	92%	100%	100%	100%	72%	100%
	$\alpha_5$	-	-	-	-	-	-	16%	0%	15%	60%	100%	100%
	$\alpha_6$	-	-	-	-	-	-	57%	0%	73%	0%	62%	100%
DT u	Máx	3,0%	2,2%	3,2%	8,2%	6,7%	8,1%	4,2%	3,5%	4,9%	7,4%	4,1%	4,9%
	Media	2,3%	1,8%	2,5%	6,5%	5,6%	5,6%	2,7%	2,6%	4,1%	5,9%	3,4%	3,0%
$r^2$ Ajustado	Máx	87,1%	70,6%	90,2%	65,8%	24,7%	59,6%	65,8%	71,1%	69,2%	75,6%	19,8%	36,4%
	Media	58,7%	70,6%	82,3%	53,8%	24,7%	52,8%	32,0%	49,6%	60,4%	63,3%	14,1%	30,0%

La Tabla 5.17 muestra el resumen de las estimaciones y sus principales indicadores. El portafolio Total no presenta el mismo comportamiento que las carteras Desarrolladas y Emergentes, pues algunas de las monedas no brindan información a las otras inclusive en ninguna de las regresiones. Por ello, se acude a un contraste de significancia estadística y se obtiene, para todas las regresiones, el rechazo de la hipótesis nula de que todos los coeficientes en conjunto son iguales a cero:  $\alpha_1 = \alpha_i = \alpha_n = 0 (\forall i)$ . Frente al nivel de información recogido, desde el  $r^2$  ajustado, aparece el análisis multifactorial como la mejor alternativa dentro de los eventos analizados, sin embargo no se identifican unos altos niveles contenido explicativo para todas las divisas: los niveles más altos, en media, los retornan las divisas del portafolio de Desarrolladas y las siguen los tipos de cambio del portafolio de Emergentes. Las divisas del portafolio Total no muestra valores del todo representativos y de nuevo aparece ambigüedad con valores muy bajos en contraste de otros con más significancia.

#### 5.2.5. Comparación

Una vez evaluado cada evento de aproximación de manera individual, se comparan los resultados y su capacidad explicativa utilizando la función objetivo que se define en el numeral 4.3. Dicha función permite poner en perspectiva la capacidad explicativa obtenida de cada tipo de estimación para que sean comparables entre sí.

La Ilustración 5.9 recoge la evolución de la función objetivo agregada por evento para cada uno de los modelos. Como se nota en las tablas anteriores la combinación de factores no generó en todos casos una mejora en la capacidad explicativa de los modelos utilizados. En el gráfico se solapan la función objetivo del proceso Uni2 (factor:  $\sigma_i$ ) con la función del proceso Bif1 (factores:  $r_i$  y  $\sigma_i$ ). Igual sucede con la función objetivo de los eventos Uni3 (factor:  $\sigma_{MV}$ ) con la función del proceso Bif2 (factores:  $r_i$  y  $\sigma_{MV}$ ).



En definitiva es el proceso Multifactorial el que logra recoger mejor la información de cambio en la composición del portafolio MV y las variables explicativas son (el cambio en) las desviaciones típicas de cada activo. En los anexos se pueden observar los gráficos comparativos donde se muestra la capacidad explicativa de cada evento evaluado, medida a través de la función objetivo, y se puede comprobar que para las tres carteras de análisis (Ilustración 8.18 - anexos) el evento Mult1 otorga de manera comparativa una mejor información sobre el cambio en la composición del portafolio MV.

### 5.2.6. Capacidad predictiva

Con los acercamientos logrados se verifica que existe cierta información sobre el cambio en la composición de los portafolios MV a través de los procesos factoriales que recogen el cambio diario en las desviaciones típicas de los activos que componen cada cartera (Mult1). Los análisis sin embargo no evidencian indicadores altos de contenido informativo con lo que las predicciones que puedan efectuarse utilizando los resultados no parecen tener el nivel de asertividad requerido.

Utilizando los indicadores definidos se valida la capacidad de predicción lograda en cada una de las regresiones. El resumen de los resultados se presenta en la Tabla 5.18 en donde se muestran los valores máximos y los valores medios obtenidos de las 782 regresiones para cada uno de los indicadores definidos en la expresión Eq. 4.3.3. Se nota la poca efectividad que se logra en la predicción de los cambios en la composición de la cartera de mínima varianza desde las aproximaciones abordadas.

Tabla 5.18: Resumen indicadores de predicción

		Desarrolladas			Emergentes			Total					
		EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN	EUR	JPY	GBP	COP	BRL	MXN
MMRE	Máx	5,6	16,9	1,9	122,4	13,3	8,1	57,6	8,4	7,4	4,4	9,3	24,6
	Media	3,6	8,6	1,7	57,4	7,7	5,5	17,0	4,7	2,1	2,1	6,5	9,7
PRED (0.25)	Máx	0,37	0,41	0,36	0,23	0,12	0,22	0,16	0,22	0,24	0,31	0,11	0,14
	Media	0,19	0,26	0,29	0,15	0,09	0,16	0,11	0,17	0,17	0,19	0,08	0,09

Se observa que los indicadores PRED(0,25) no alcanzan ni siquiera una proporción del 50% en ninguna de las regresiones evidenciando la poca asertividad que se lograría al utilizar el modelo multifactorial propuesto, además de los altos valores que retorna el MMRE, señalando la alta desviación que presentarían las estimaciones bajo el modelo multifactorial propuesto.

### 5.3. ANÁLISIS DE DIVERSIFICACIÓN

Hasta ahora se ha analizado el impacto sobre las estimaciones de las volatilidades de los tipos de cambio sobre cada portafolio de inversión y se hace notorio que cuando la estimación de las volatilidades se aborda a través de momentos condicionales se obtiene un mejor estado del mercado con lo que la gestión sobre los activos es más eficiente, razón por la cual el análisis de diversificación se aborda desde esa perspectiva.

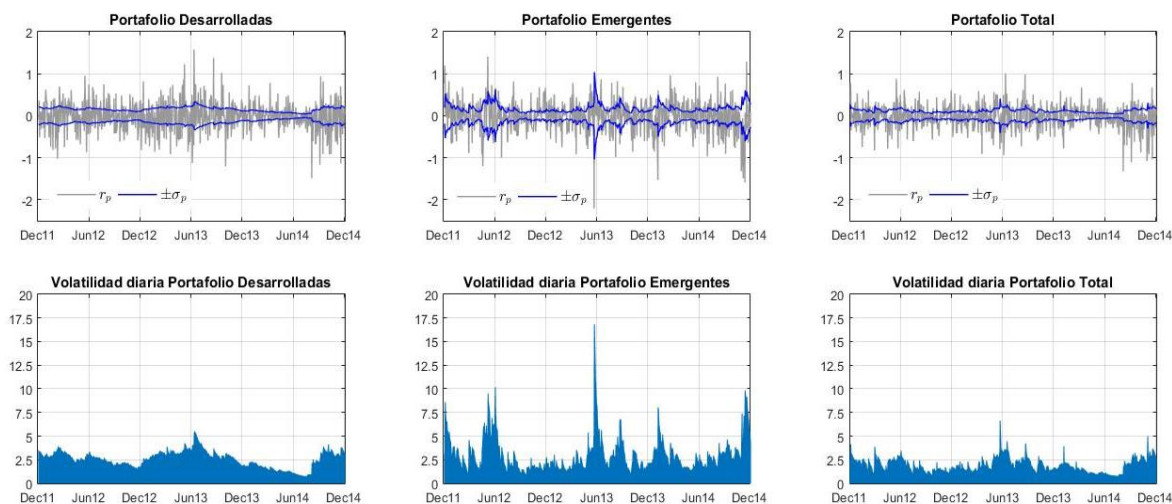
Una vez se ha inferido la información de cada tipo de portafolio por separado, se realiza un análisis comparativo de las tres carteras simuladas sabiendo que proceden, dos de ellas, de la composición de activos con diferente nivel de liquidez y asimetrías en las economías que representan, y la tercera resulta de combinar esas diferencias. En general se ha observado que las divisas que provienen de economías desarrolladas presentan una menor fluctuación de la volatilidad en sus rendimientos en comparación a las divisas de economías emergentes, por lo que la gestión de una cartera de mínima varianza debe justamente reflejar esa menor exposición al riesgo cuando la inversión se hace en tipos de cambio como el EUR, el GBP y el JPY. Sin embargo, para un gestor es interesante explorar alternativas en las que pueda mantener un nivel de riesgo adecuado, según su perfil, y aumentar el retorno esperado.

La inversión de las tres carteras retorna en pérdidas, pues la simulación está condicionada a un período de fuerte apreciación del dólar americano, la divisa numeraria, como resultado de una política de contracción de liquidez del FED, y la única estrategia simulada es aquella que minimiza la variabilidad de los retornos, sin imponer restricciones de toma de utilidades ni de restricciones en pérdidas. Sin embargo, los datos simulados entregan información interesante sobre el resultado comparativo de las tres carteras. La Ilustración 5.10 expone un resumen gráfico del comportamiento de los rendimientos diarios de cada portafolio y la desviación típica estimada para cada día en los portafolios, obtenida como la raíz cuadrada de  $\hat{\sigma}_{p,t}^2$  obtenida de la expresión en Eq. 3.2.3, utilizando la matriz de varianzas y covarianzas estimada día a día bajo el ambiente de momentos condicionales. Los gráficos inferiores son esta misma desviación anualizada y se muestra en una escala comparativa para las tres carteras. Este análisis gráfico sugiere la menor exposición que presenta el portafolio total frente a las dos carteras vistas por aparte.

Como se expone en las tablas de los descriptivos del rendimiento diario de cada portafolio en la sección 5.1, la variación del rendimiento de la cartera de divisas Desarrolladas simulada es inferior a la que presentan los rendimientos del portafolio de divisas Emergentes (desviaciones

típicas de 0,35% y 0,37%), lo que está en línea con lo señalado frente a la menor volatilidad que se observa en los retornos de las divisas de países desarrollados, pero es interesante ver que la cartera Total presenta una desviación típica de sus rendimientos significativamente menor a la de esas dos carteras (desviación de 0,28%) y la cartera Total también disminuye el rango de rendimientos obtenidos, presentando máximos y mínimos de rendimientos más estrechos que los que presentan las carteras por separado.

Ilustración 5.10: Comparación rendimientos y volatilidad de las carteras



La cartera Total no presenta un aumento importante en el exceso de curtosis frente al portafolio de desarrollados, pero sí mucho más bajo que el portafolio de Emergentes (exceso de curtosis de los rendimientos: DES: 1,70, EME: 2,69 y TOT: 1,75).

Si bien el resultado monetario de los tres portafolios es negativo, los índices de desempeño definidos para el análisis permiten apreciar si la relación rentabilidad/riesgo se ve beneficiada al combinar los tipos de cambio con diferente naturaleza en su liquidez y estabilidad en sus fundamentales económicos. La Tabla 5.19 expone los resultados de los indicadores de desempeño para las tres carteras de divisas y para los portafolios individuales de referencia.

Tabla 5.19: Indicadores de desempeño

Portafolio	2012						2013						2014						Total									
	+/-	S	RSG	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	+/-	S	RSG	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	+/-	S	RSG	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>	+/-	S	RSG	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>
DES	- 0,27	0,27	0,04	0,40	0,82	0,31		- 0,19	0,19	0,03	0,28	0,59	0,21		- 2,18	2,22	0,31	3,06	5,62	2,32		- 0,86	0,86	0,12	1,26	2,47	0,96	
EME	+ 0,66	0,66	0,12	1,20	2,33	0,91		- 0,92	0,93	0,14	1,28	2,15	0,97		- 2,42	2,45	0,33	3,45	6,74	2,62		- 1,00	1,01	0,15	1,43	2,60	1,08	
TOT	- 0,59	0,59	0,09	0,91	1,79	0,69		- 1,49	1,49	0,21	2,30	4,87	1,75		- 2,62	2,69	0,37	3,51	6,43	2,66		- 1,65	1,66	0,23	2,35	4,50	1,78	
EUR	+ 0,47	0,47	0,08	0,87	1,86	0,66		+ 0,75	0,75	0,13	1,33	2,83	1,01		- 1,91	1,91	0,27	2,86	5,52	2,17		- 0,14	0,14	0,02	0,16	0,33	0,12	
JPY	- 1,61	1,61	0,23	2,44	5,16	1,85		- 1,64	1,64	0,24	2,52	4,98	1,91		- 1,67	1,69	0,26	2,43	4,09	1,84		- 1,61	1,62	0,24	2,38	4,37	1,80	
GBP	+ 0,66	0,66	0,12	1,16	2,40	0,88		+ 0,29	0,29	0,05	0,53	1,11	0,41		- 1,05	1,06	0,16	1,57	3,06	1,19		- 0,01	0,01	0,01	0,08	0,16	0,06	
COP	+ 0,92	0,92	0,18	1,69	3,27	1,28		- 1,13	1,15	0,17	1,57	2,61	1,19		- 2,59	2,58	0,37	3,79	7,27	2,87		- 1,19	1,19	0,18	1,70	3,00	1,29	
BRL	- 1,30	1,29	0,21	2,17	4,22	1,65		- 0,95	0,94	0,15	1,59	3,19	1,21		- 1,22	1,22	0,18	1,96	4,09	1,49		- 1,16	1,16	0,18	1,88	3,77	1,42	
MXN	+ 0,83	0,83	0,14	1,47	2,96	1,11		- 0,07	0,07	0,01	0,09	0,17	0,07		- 1,66	1,66	0,23	2,55	5,34	1,94		- 0,16	0,16	0,02	0,20	0,39	0,15	

En principio los tres portafolios de estudio presentan un rendimiento negativo en los tres años de simulación, con excepción del portafolio Emergentes el cual en 2012 logra un beneficio positivo. Esto hace que el exceso de rendimientos, tanto con la tasa libre de riesgo como frente al umbral definido, retorne unos índices de Sharpe y de Kappa con signo negativo. Los portafolios de referencia presentan todos un retorno negativo para el total del período de simulación, y en las ventanas anuales se tienen algunos tipos de cambio que arrojan retornos positivos en 2012 y 2013, y son divisas procedentes de las dos tipologías definidas.

Con excepción de 2012, los índices de Sharpe y Sharpe Generalizado muestran que el portafolio Total cuenta con una mejor relación retorno-riesgo frente a la inversión en cada una de las carteras de divisas por separado. Es más, frente a los portafolios de referencia muestra en general una mayor eficiencia con apenas unas contadas excepciones. Al comparar el índice Sharpe, en valor absoluto, con su versión generalizada, se ve una mejoría en todos los casos, lo que sugiere la ganancia en eficiencia que reporta la diversificación de un portafolio de tipos de cambio incluyendo riesgo emergente. Las mejoras se reflejan en lo que refiere a diferencias en la simetría de los rendimientos pero sobre todo a la absorción de valores extremos en el portafolio.

Es claro que esa mejor relación retorno-exposición de riesgo también conlleva mayores pérdidas cuando el comportamiento del mercado es contrario a la estrategia, caso que resulta del período de simulación, sin embargo es preciso abstraerse del signo para realizar un análisis global e inferir esa mejora o desmejora en eficiencia que puede obtenerse por diversificación. Luego, en un contexto ampliado al de mínima varianza, como un portafolio con una estrategia de *stop loss* u otro tipo de estrategia que implique acciones frente al retorno esperado y no sólo con respecto a la variabilidad de este, extrapolar esta eficiencia obtenida para construir estrategias que impliquen o no la diversificación en monedas de origen emergente.

Utilizando los índices Kappa, que recogen la eficiencia del retorno positivo frente a los momentos inferiores, se encuentran resultados que favorecen la diversificación. El signo indica que en la mayoría de los casos los retornos son negativos. Ahora, en valor absoluto, el índice  $K_1$  muestra la mejor relación entre el retorno frente a la proporción de retornos negativos para 2013 y 2014 y para el total del período. El índice  $K_2$  muestra que la eficiencia también es lograda cuando se tiene en cuenta la variabilidad que presentan los retornos negativos, y los  $K_3$  y  $K_4$  indican que el portafolio que se construye con la combinación de tipos de cambio resulta mejor preparado para eventos de mayor asimetría y de pérdidas más extremas. Sin embargo el 2012 es una excepción para estos resultados, durante esta vigencia el portafolio de divisas Emergentes tienen una alta exposición al COP, período en el cual presenta una relativa estabilidad que se recoge en la cartera MV, y unos retornos positivos destacados en los tres tipos de cambio, devolviendo una mayor eficiencia que el portafolio Total.

A pesar de ello, al validar todo el período de análisis, la cartera Total es la que presenta la los mayores índices de eficiencia en su relación riesgo-beneficio, inclusive superando también a los portafolios individuales de referencia, por supuesto esto analizando el valor absoluto de los índices.

## 6. CONCLUSIONES

---

Una vez descritos los procedimientos y los resultados logrados, se cierran las cuestiones propuestas según la evidencia presentada.

### 6.1. MOMENTOS CONDICIONALES FRENTE A MOMENTOS INCONDICIONALES

---

Si bien el uso de momentos condicionales es de amplio uso por su simplicidad, la evidencia recogida indica que para las divisas seleccionadas y el período de análisis se mejora el

seguimiento del mercado a través de las medidas de volatilidad y correlación entre tipos de cambio cuando se utilizan aproximaciones de tipo condicional. Sin embargo, abundan también los trabajos donde no se encuentran diferencias apreciables que favorezcan la utilización de una metodología frente a la otra, con lo que la evidencia sobre la menor volatilidad en el largo plazo de los resultados de las carteras simuladas hace que se prefiera la metodología de volatilidades condicionales frente a los momentos incondicionales para los análisis que se realizan en esta investigación.

Si bien es posible que se busque recoger una mayor sensibilidad ante el mercado, utilizando una ventana de tiempo más pequeña en la estimación de los momentos incondicionales, esto no garantizaría una mejor información para la conformación del portafolio MV. Por el contrario, a medida que la ventana se hace más pequeña las series de varianzas y covarianzas obtenidas van adquiriendo mayor variabilidad lo cual se trasladaría a la estimación del portafolio MV haciendo cada vez más volátil la evolución de su composición.

Ahora bien, en el presente trabajo sólo se aborda una única metodología de estimación para los momentos condicionales sin un grado de sofisticación muy alto y se notan las evidencias en la estabilidad de los rendimientos en el largo plazo. Puede ser interesante abordar la misma cuestión abogando a otro tipo de supuestos y estructuras condicionales para indagar si para diferentes clases de activos, o para diferentes niveles de liquidez, se pueden obtener mejoras significativas en la disminución de la varianza de los rendimientos de una cartera de riesgo a partir de la utilización de esas estructuras. Sin embargo, esto dependerá de la naturaleza de cada activo, los supuestos sobre el comportamiento del rendimiento y la liquidez de cada instrumento, factores que juegan un papel fundamental en la estimación y es complicado lograr beneficios que superen los costos de realizar estimaciones más complejas y dispendiosas.

Es de aclarar que las únicas diferencias que se evidencian son las que hacen referencia al riesgo de la cartera medido por su volatilidad, pues en materia de rendimiento no hay evidencia clara que incline la balanza hacia uno u otro método de estimación. De todas formas, la inversión en un entorno de mínima varianza tiene un fin único que es, por supuesto, disminuir lo mejor posible las fluctuaciones del rendimiento sabiendo que las inversiones se efectúan en activos riesgosos por naturaleza.

## 6.2. ESTRUCTURAS DEL PORTAFOLIO MV

---

Se propuso investigar una metodología alternativa que permitiera a un gestor de carteras de divisas, en un marco de mínima varianza, evitar la frecuente estimación de la matriz de varianzas y covarianzas, de todos los tipos de cambio con exposición en su portafolio, sin dejar de lado la gestión activa de su posición en el mercado cambiario.

Siguiendo la misma intuición, se estudiaron las variaciones temporales en la ponderación de cada tipo de cambio. En particular, el interés estaba en analizar si variaciones en el rendimiento y la volatilidad de cada divisa y del portafolio, variables que se consideran de fácil observancia, permitían anticipar el cambio en su ponderación dentro del portafolio MV. En caso de anticipar un cambio importante, entonces sí convendría estimar la totalidad de la matriz de varianzas y



covarianzas y, haciendo uso del problema de optimización, obtener la nueva composición de la cartera MV de divisas.

Sin embargo no se logró acumular suficiente evidencia sobre las posibilidades de lograr una predicción razonable bajo los escenarios propuestos. Es más, como se detalla en la sección de Resultados, en la mayoría de los casos el error de estimación medio de las regresiones es muy próximo a la desviación típica del cambio en las ponderaciones e incluso llega a ser mayor, restando por completo fiabilidad a una anticipación que se pretenda realizar mediante las aproximaciones analizadas.

Por otro lado, tampoco se descarta del todo la capacidad informativa que pueden llegar a tener las variables de volatilidad de las divisas y del portafolio bajo ciertas condiciones, pues como se ha puesto de manifiesto, se hallaron momentos en que las regresiones reflejaron capacidad informativa relevante, lo cual invita a ampliar en este tipo de análisis como alternativa a la resolución del problema de mínima varianza y mantener una gestión activa sobre un portafolio de divisas sin acudir al problema de optimización en todo momento del tiempo.

### 6.3. DIVERSIFICACIÓN UTILIZANDO DIVISAS DE ECONOMÍAS EMERGENTES

La evidencia que se encuentra sobre los beneficios de combinar tipos de cambio de países emergentes con tipos de cambio de países desarrollados es fuerte en función a la eficiencia que puede obtenerse por la menor volatilidad que presentan los retornos en un entorno de mínima varianza. Los indicadores analizados mostraron que el portafolio que combina los tipos de cambio con diferente liquidez y que se asocian a diferentes estructuras fundamentales está mejor preparado para recoger saltos en los rendimientos individuales y la diversificación otorga un beneficio real en disminución de volatilidad, tanto en la exposición de la cartera como en los rendimientos resultantes.

Sin embargo, se notan excepciones según el comportamiento de mercado, lo que lleva a concluir que es una estrategia que se comporta mejor en el largo plazo, donde puede recoger diferentes situaciones de mercado y responder con mayor estabilidad. En un entorno de mínima varianza es concluyente la disminución de la exposición de riesgo de las posiciones cuanto más diversidad de tipos de cambio se tienen, y no tanto en términos del número de divisas, sino de una diferente naturaleza del riesgo implícita en ellos.

### 6.4. CUESTIONES SUGERIDAS PARA CONTINUACIÓN Y AMPLIACIÓN

- Puede ser interesante abordar la estimación incondicional de los momentos utilizando un factor de ponderación que dé mayor relevancia, por ejemplo, a las observaciones más recientes y analizar el impacto que esto tiene sobre las estimaciones de las volatilidades y de las relaciones entre los tipos de cambio.
- Frente a la estimación de momentos condicionales, puede ser interesante indagar si la utilización de otros métodos de estimación de los momentos bajo este contexto mejoran la inferencia que puede realizarse en los análisis que en torno a la gestión de cartera de divisas, y si esa mejora es cuantificable para determinar la relación costo-beneficio de incluir un mayor nivel de sofisticación para obtener mejoras en la información que pueda obtenerse.



- La caracterización del cambio en los portafolios de mínima varianza arrojó que el uso del cambio en la volatilidad del portafolio puede aportar alguna información sobre la evolución del portafolio MV. Por esto, puede ser interesante abordar el análisis incluyendo la estimación del portafolio MV sin utilizar el problema de optimización, por ejemplo a través de la metodología propuesta por *Risk Metrics*, para evaluar si el nivel de aportación de información se mantiene, o si es posible una mejora que sugiera una posibilidad de anticipación del cambio en las ponderaciones del portafolio.
- Las bondades en la diversificación de portafolios de divisas encontrada bajo un esquema MV, puede ser abordado a través de otros enfoques de gestión de carteras imponiendo, por ejemplo, restricciones en valor en riesgo, de tal manera que se indague por si el enfoque de la gestión es un determinante de la ganancia en eficiencia lograda por la diversificación en riesgo emergente.
- Sería muy interesante evaluar las posibilidades de cobertura de carteras como las que se simulan en la investigación. Cuestiones en torno a la facilidad que presentan las carteras expuestas al riesgo de países desarrollados frente a las expuestas al riesgo emergente y viceversa, o si la diversificación también aporta alguna diferenciación al momento de realizar las coberturas.

## 7. BIBLIOGRAFÍA Y TRABAJOS CITADOS

---

- Board of Governors of the Federal Reserve System (US). (Junio de 2015). *1-Year Treasury Constant Maturity Rate [DGS1]*. Obtenido de FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://research.stlouisfed.org/fred2/series/DGS1/>
- Bank for International Settlements. (2013). *Triennial Central Bank Survey - Foreign exchange turnover in April 2013: preliminary global results*. Bank for International Settlements, Monetary and Economic Department, Basle.
- Bauwens, L., Ben Omrane, W., & Rengifo, E. (2010). Intradaily dynamic portfolio selection. *Computational Statistics & Data Analysis*, 54(11), 2400-2418.
- Board of Governors of the Federal Reserve System (US). (Junio de 2015). *Effective Federal Funds Rate [DFF]*. Obtenido de FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://research.stlouisfed.org/fred2/series/DFF/>
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2004). *Principios de Inversiones Ed Standard & Poor's*. (P. Lamothe Fernández, M. Monjas Barroso, Edits., & S. Gómez, Trad.) Madrid: McGraw-Hill.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*(31), 307-327.
- Instituto Español de Analistas Financieros. (2001). *Curso de bolsa y mercados financieros*. Barcelona: Ariel .
- Kempf, A., & Memmel, C. (2006). Estimating the global minimum variance portfolio. *Schmalenbach Business Review*, 58, 332-348.
- Meucci, A. (2010). Annualization and general projection of skewness, kurtosis and all summary statistics. *GARP Risk Professional - "The quant classroom"*, 59-63.
- Tse, Y. K., & Tsui, A. K. (2002). A multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity model with time varying correlations. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 351-362.

## 8. ANEXOS

### RENDIMIENTOS Y DESVIACIÓN TÍPICA ESTIMADA

A continuación se presenta la comparación entre las volatilidades estimadas bajo los dos enfoques que se abordan y su ajuste a los rendimientos observados durante el período de simulación para cada divisa. Se grafica la desviación típica diaria como un banda en torno al retorno.

Ilustración 8.1: Momentos incondicionales

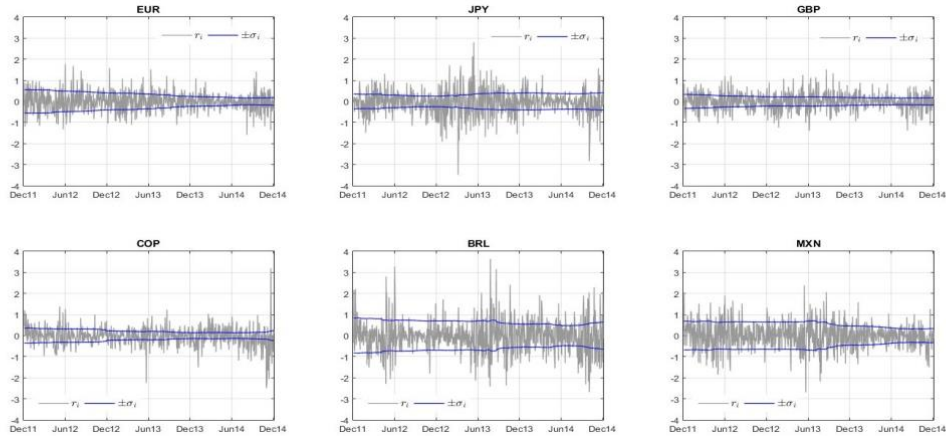
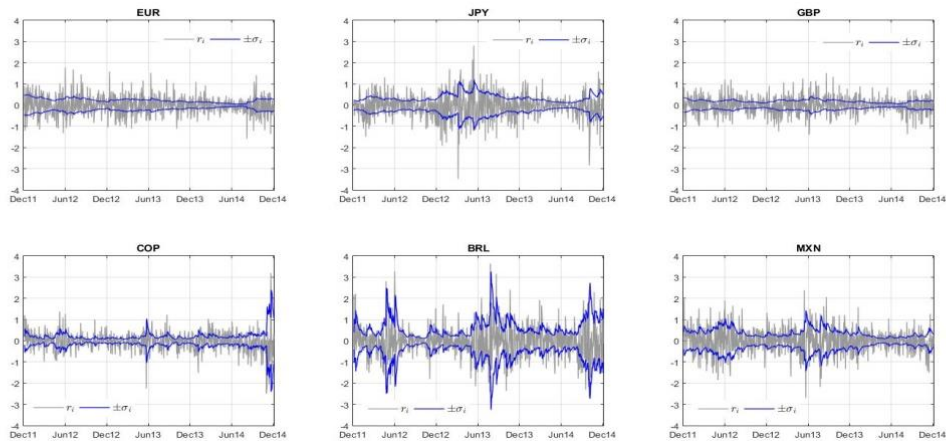


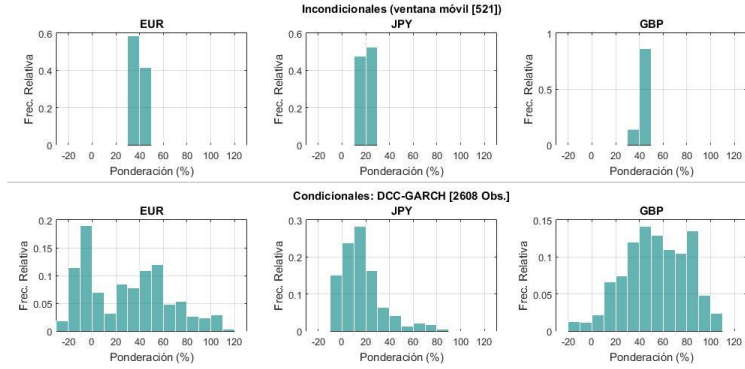
Ilustración 8.2: Momentos condicionales



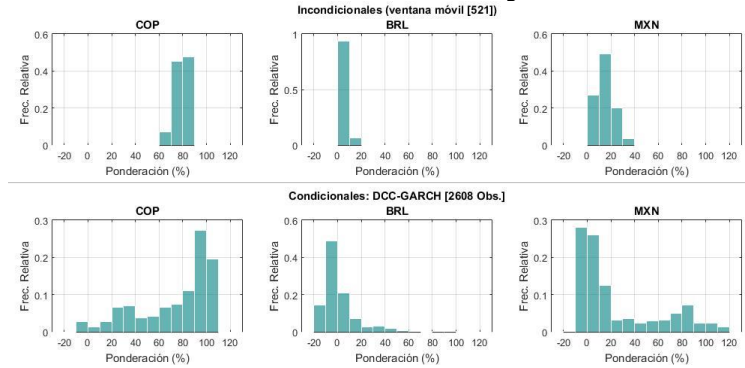
**HISTOGRAMAS VECTORES DE PONDERACIONES PORTAFOLIO MV**

Los histogramas se presentan en términos relativos y permiten observar la distribución de las estimaciones que se obtienen en la composición de los portafolios MV.

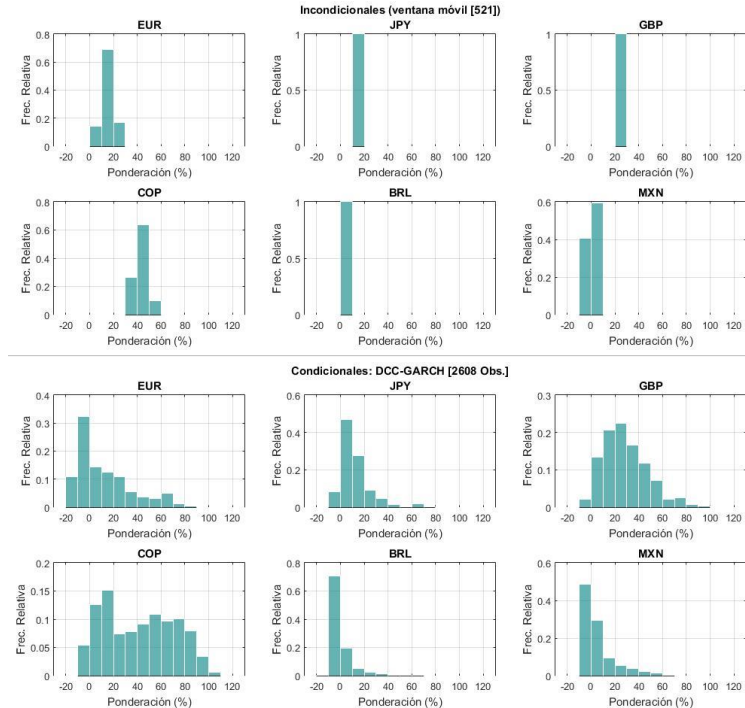
**Ilustración 8.3: Cartera Desarrolladas**



**Ilustración 8.4: Cartera Emergentes**



**Ilustración 8.5: Cartera Total**



**VOLATILIDAD Y CORRELACIONES DE LOS TIPOS DE CAMBIO Y SU PARTICIPACIÓN EN LA CARTERA MV**

Las siguientes ilustraciones permiten una comparación visual entre la evolución de las ponderaciones de cada tipo de cambio en los portafolios, la evolución que presenta la volatilidad del tipo cambio respectivo y la variación de las correlaciones de las divisas del portafolio.

Ilustración 8.6: Cartera Desarrolladas - momentos incondicionales

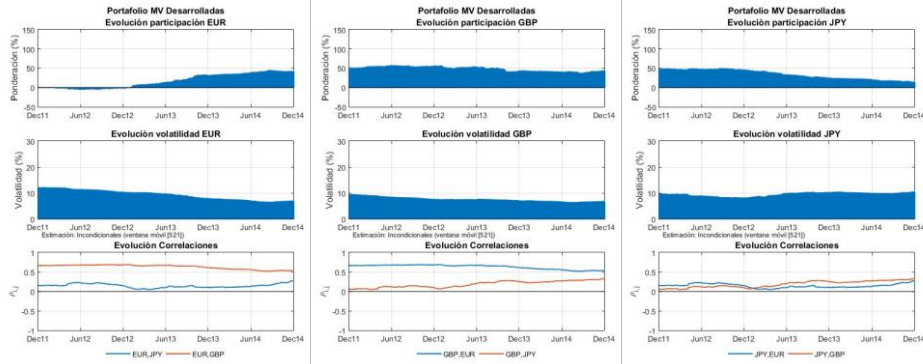


Ilustración 8.7: Cartera Desarrolladas - momentos condicionales

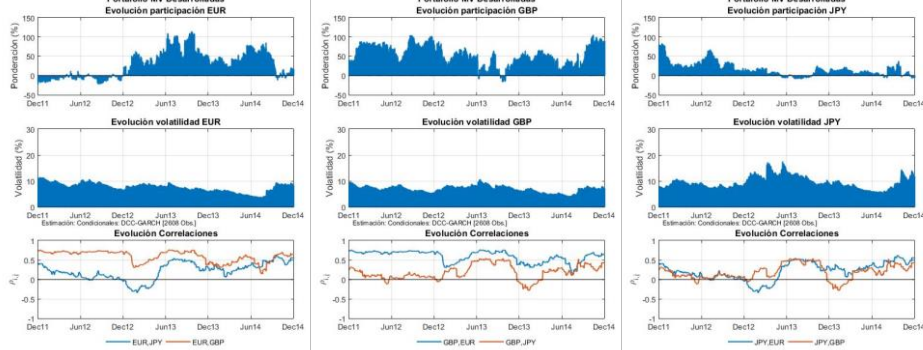


Ilustración 8.8: Cartera Emergentes - momentos incondicionales

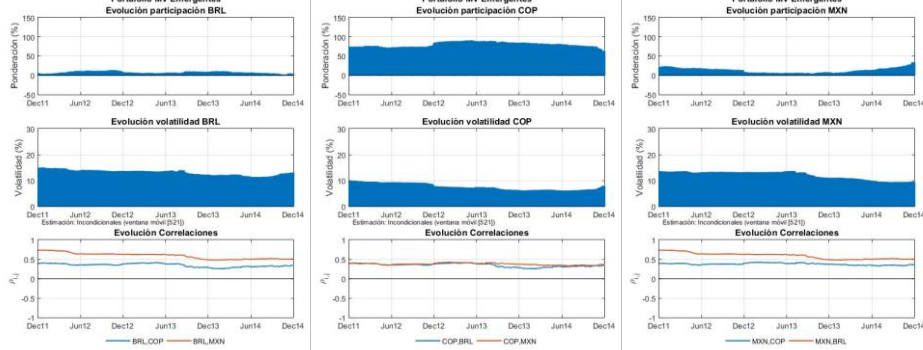


Ilustración 8.9: Cartera Emergentes - momentos condicionales

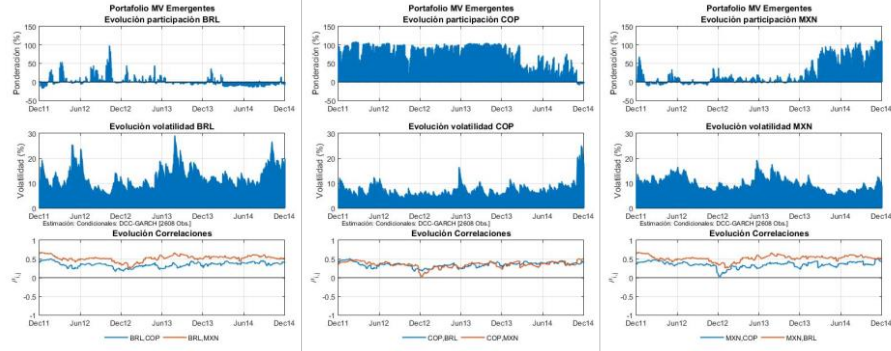


Ilustración 8.10: Cartera Total - momentos incondicionales

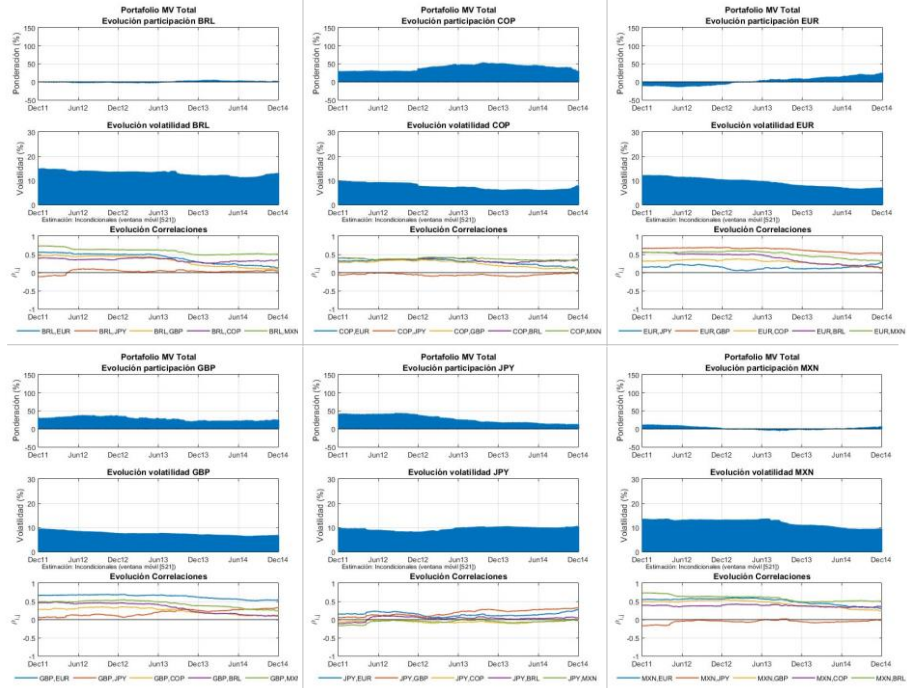
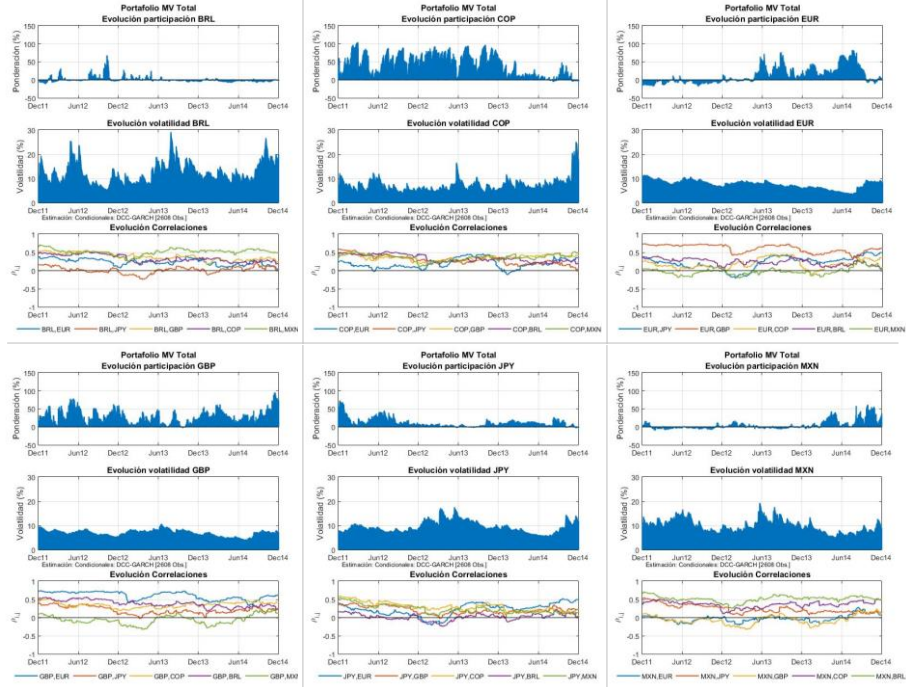


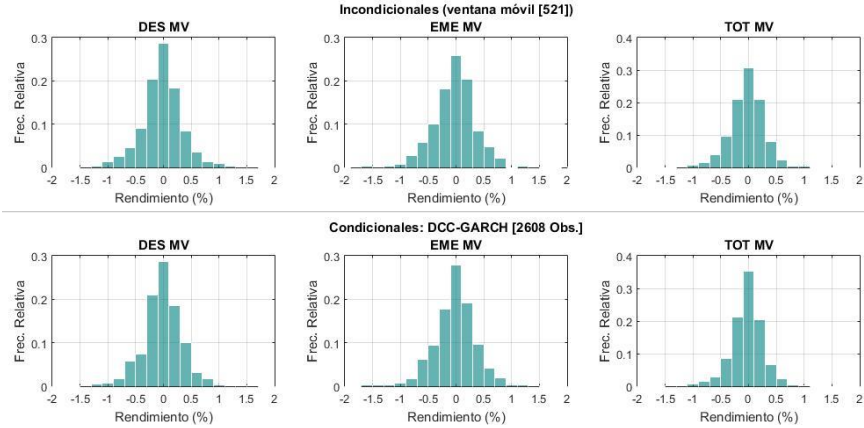
Ilustración 8.11: Cartera Total - momentos condicionales



HISTOGRAMA RENDIMIENTOS CARTERA MV

Los histogramas se presentan en términos relativos y muestran la distribución que presentan los rendimientos de los portafolios simulados, bajo los dos métodos de estimación de los momentos.

Ilustración 8.12: Carteras MV

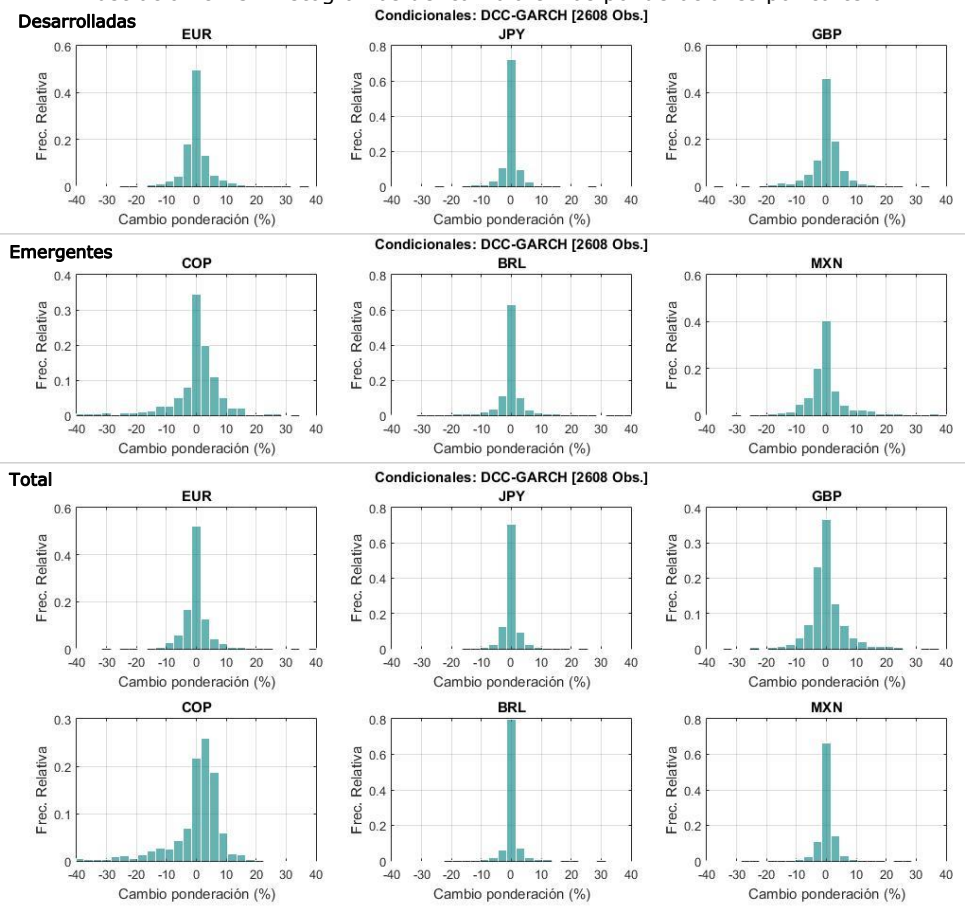




**CARACTERIZACIÓN COMPOSICIÓN PORTAFOLIO MV**

La caracterización de la evolución del portafolio MV se inicia con el análisis del comportamiento del cambio. Los histogramas, presentados en términos relativos, dan muestra de la diferencia que presentan los portafolios obtenidos bajo los dos esquemas en que se abordan los momentos y la compleja distribución que presentan los cambios.

Ilustración 8.13: Histogramas del cambio en las ponderaciones por cartera



A continuación se presentan los resultados que se obtienen de las funciones objetivo definidas en la sección *Análisis de estructuras en la evolución del portafolio MV*.

Ilustración 8.14: Función objetivo individual, proceso autorregresivo

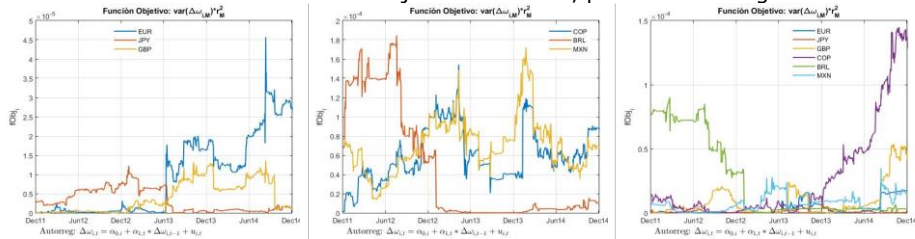


Ilustración 8.15: Función objetivo individual, procesos unifactoriales

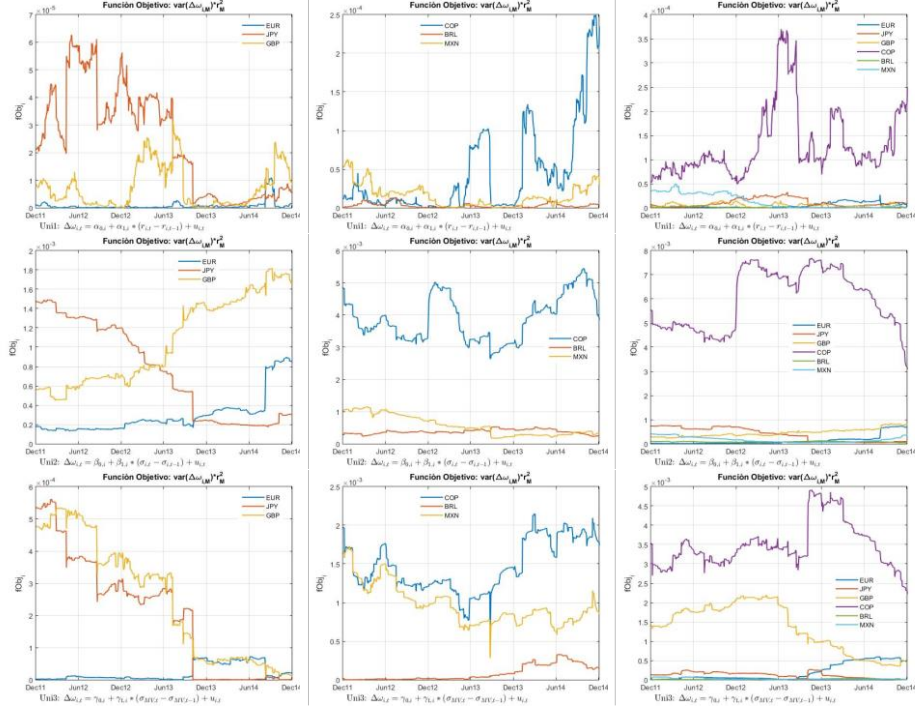


Ilustración 8.16: Función objetivo individual, procesos bifactoriales

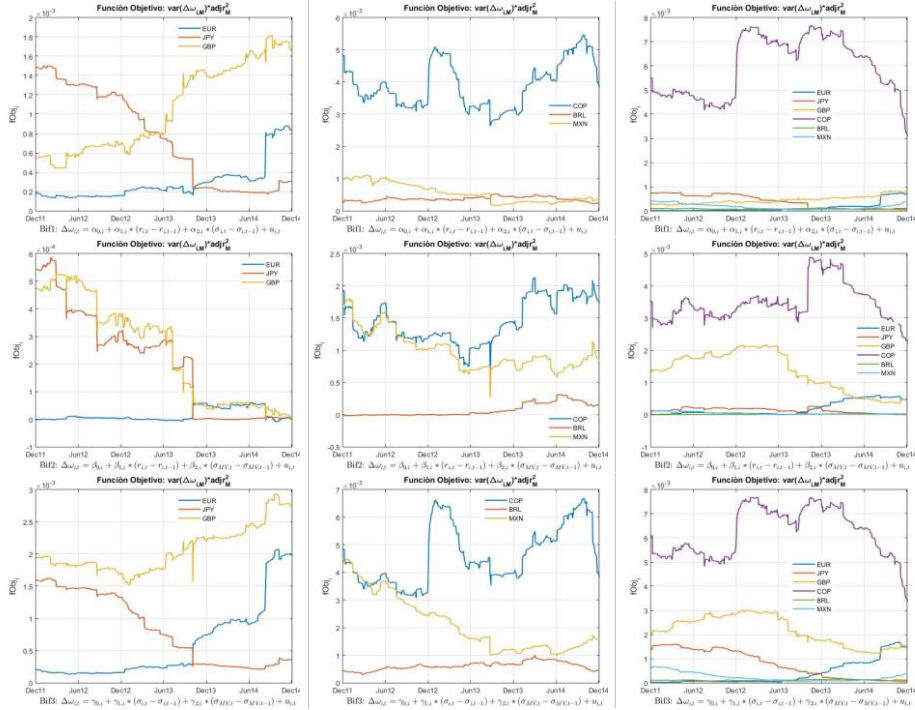




Ilustración 8.17: Función objetivo individual, procesos multifactoriales

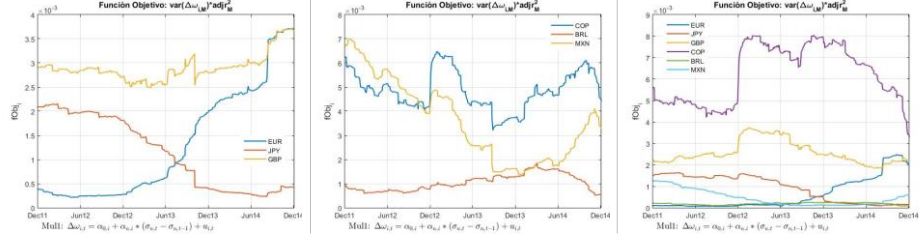


Ilustración 8.18: Comparación función objetivo por cartera en cada evento

