VNIVERSITAT DE VALÈNCIA
Facultat d' Economia
Departamento de Economía Aplicada

CURSO 2009-2010

ESTADÍSTICA CÓDIGO 12280

DIPLOMATURA EN CIENCIAS EMPRESARIALES

BLOQUE B: CUESTIONES Y PROBLEMAS DE PROBABILIDAD: TEMAS 8 Y 9

GRUPOS "TIC/GCID"

PROGRAMA D'INCORPORACIÓ I POTENCIACIÓ DE LES TIC APLICADES A LA DOCÈNCIA

GRUPO V

PROFESORGRUPO V: ROSARIO MARTINEZ VERDÚ

TEMA 8: Probabilidad

8.1 El coste de los carburantes depende, entre otros factores, del precio del petróleo y del tipo de cambio del dólar. Los expertos opinan que para los próximos 15 días hay una probabilidad de 0'6 de que las gasolinas incrementen su precio como consecuencia del cambio del dólar y de un 0'5 por el precio del petróleo. Con esta información, razonar si ambos sucesos son o no disjuntos. **(2º parcial 2001)**

8.2 Durante el periodo de dos meses de convivencia del euro y de la peseta, el Ministerio de Economía preveía que la probabilidad de que un individuo seleccionado al azar realizase la mayoría de sus pagos en efectivo en euros era del 70%, la probabilidad de que lo hiciese en efectivo en pesetas era del 18%, mientras que la probabilidad de que lo hiciese en efectivo en alguna de estas dos monedas era del 88%. Indicar razonadamente para los dos sucesos para los que se proporcionan las probabilidades del 70% y del 18%:

a) si pueden ser o no disjuntos o incompatibles;

b) si pueden ser o no independientes;

c) si pueden ser o no contrarios o complementarios. **(2º parcial 2002)**

8.3 Sean A y B dos sucesos aleatorios, supóngase que P(A)=0’4, P(AUB)=0’7 y P(B)=p.

a) ¿Para qué valor de p son A y B incompatibles o disjuntos?
b) ¿Para qué valor de p son A y B independientes? **(2º parcial 2004)**

8.4 Dos amigos pensionistas tienen asignado un mismo centro de salud. El año pasado cada uno de ellos acudió el 10% de los días en que el centro de salud permaneció abierto. Sabiendo, además, que el 14% de los días acudió al menos uno de los dos pensionistas, ¿en qué proporción de días coincidieron los dos amigos en el centro de salud?

8.5 Se sabe por experiencia que el 50% de las veces, las negociaciones entre un sindicato y la gerencia llevan a un acuerdo dentro de un período de 2 semanas, el 60% de las veces el fondo para huelgas del sindicato ha sido adecuado para financiar una huelga, y el 30% de las veces se han satisfecho ambas condiciones.

a)¿Cuál es la probabilidad de llegar a un acuerdo en un período de dos semanas dado que se sabe que el fondo para huelgas del sindicato es adecuado para financiar la huelga?
b)¿Es el suceso de llegar a un acuerdo dentro del período de 2 semanas dependiente de si el fondo es adecuado para subvencionar una huelga?

8.6.- De un estudio realizado a las familias de una determinada zona, para analizar su nivel de renta, se obtienen entre otros, los siguientes datos: el 90% de las familias de esa zona tienen coche. El 25% tienen además de su vivienda habitual una segunda vivienda para las vacaciones y el 95% de los que tienen estas dos viviendas tiene coche. ¿Cuál será la probabilidad de que seleccionada una familia al azar que tenga coche, no tenga la segunda vivienda para vacaciones?

Sol: 0,7361

8.7 Una empresa de alimentación clasifica sus facturas en dos tipos. En dicha empresa son tres los empleados que se dedican a facturar, de forma que el empleado A se encarga del 20% de la facturación, el empleado B del 40% y el C del resto. A partir de un control realizado por la empresa para analizar la organización del trabajo se obtuvo la siguiente información: de la facturación que realiza el empleado A el 80% corresponde al tipo I. El 50% de la facturación realizada por el empleado B corresponde al tipo II. Y por último, el 30% de la facturación del empleado C es del tipo I.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la factura la haya realizado el empleado C y sea de tipo I?
b) Si se selecciona una factura al azar, ¿ cuál es la probabilidad de que sea del tipo I?
c) Se recibe de un cliente una queja por un error encontrado en una factura de tipo I, ¿cuál es la probabilidad de que esta factura no la realizara el empleado C?

8.8 A las primeras elecciones a Rector por sufragio universal ponderado en la Universitat de València se presentaron dos candidatos. El 28% de los votos eran del Personal Docente e Investigador (PDI), el 60% de los Estudiantes (E) y el resto del Personal de Administración y Servicios (PAS). De los votos del PDI, el 62% fueron para el candidato F. Tomás, mientras que el 58% de los votos de los Estudiantes y el 57% de los votos del PAS fueron para el candidato J.L. Barona. Si se selecciona un voto al azar que ha resultado ser para el candidato F. Tomás, calcular la probabilidad de que sea de un estudiante. **(2º parcial 2002)**

8.9 Se ha observado que en las encuestas en donde se formulan preguntas con temática delicada (con respuesta sí o no), los encuestados suelen dar respuestas falsas. Sin embargo, si se garantiza alguna forma de anonimato, los entrevistados tienden a dar respuestas más sinceras a este tipo de preguntas. Con este objetivo, se ha ideado un procedimiento aleatorio mediante el cual, el 60% de los entrevistados responderán (sí o no) según su opinión a la pregunta delicada y el resto no responderán según su opinión a dicha pregunta. De estos últimos, que no responden según su opinión a la pregunta, al 50% se les imputará una respuesta afirmativa y al otro 50% una respuesta negativa.
Se ha aplicado este mecanismo a un grupo de encuestados, obteniéndose un 35% de respuestas afirmativas.

Si uno de estos encuestados ha respondido según su opinión a la pregunta delicada planteada, ¿cuál es la probabilidad de que haya respondido afirmativamente? **(2º parcial 2003)**

8.10 Del total de jóvenes valencianos, el 6% utiliza Internet como fuente principal de información. Sin embargo, entre los jóvenes universitarios este porcentaje aumenta al 18%. Se sabe que del total de jóvenes el 25% son estudiantes universitarios. Si se selecciona un joven al azar y resulta que utiliza internet como fuente principal de información ¿cuál será la probabilidad de que no sea estudiante universitario? **(2º parcial 2005)**

8.11 El precio del seguro obligatorio del automóvil depende, entre otros factores, de la edad y el sexo del conductor habitual. Una compañía divide a sus asegurados en dos tramos de edad: menores de 29 años y mayores de 29 años. El 52% de los accidentados son menores de 29 años y el resto tienen más de 29 años. De la experiencia de siniestralidad durante los últimos años se conoce que el 40% de los accidentes fueron cometidos por individuos que son varones y tienen menos de 29 años. Si el responsable de un accidente es un menor de 29 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer? **(final septiembre 2005)**

8.12 En la planta de neumología de un hospital de Valencia ingresan un 50% de enfermos de bronquitis, un 30% de neumonía y un 20% con gripe. La probabilidad de curación completa de cada una de esas enfermedades es, respectivamente, 0´7, 0´8 y 0´9.
a) Calcular la probabilidad de que un enfermo que entra en dicha planta le den el alta completamente curado.
b) Un enfermo internado en dicho hospital ha sido dado de alta completamente curado. ¿Cuál es la probabilidad de que haya ingresado con bronquitis? **(2º parcial 2006)**

8.13 El 45% de los clientes de la cadena de supermercados Mercamola paga sus compras con la tarjeta del supermercado, el 35% con otras tarjetas de crédito y el resto paga al contado. De los clientes que pagan con la tarjeta del supermercado, el 70% compran a menudo productos

de la marca blanca de Mercamola, este porcentaje es del 50% para los clientes que pagan con otras tarjetas de crédito y del 61,25% para los que pagan al contado.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, seleccionado al azar, compre a menudo productos de la marca blanca de Mercamola?
b) ¿Son los sucesos "compra a menudo productos de la marca blanca de Mercamola" y "paga al contado" independientes? ¿Por qué?
c) Si se selecciona al azar un cliente que compra a menudo productos de la marca blanca de Mercamola, ¿cuál es la probabilidad de que no pague con la tarjeta del supermercado? **(junio 2009)**

8.14 Los cocodrilos son menos agresivos de lo que la fama dice de ellos. Así, sólo el 5% de ellos disfrutan hincándole el diente al ser humano que se les cruce por delante. Existen tres razas de cocodrilos . Los Afables, que forman el 30% del total de cocodrilos , son los menos agresivos con los humanos , de hecho sólo el 1% de ellos disfrutan mordiéndoles Otra raza es la de los Bondadosos, suponen el 40% de los "coco", pese a su nombre son bastante intransigentes con los humanos y el 3% de ellos se pirran por una buena pierna humana que morder. El resto de cocodrilos forman la raza " Criminal" que pese a su nombre no lo son tanto , tanto. Si un amigo nuestro paseando tranquilamente ve con horror como unas grandes mandíbulas cocodrilianas se agarran a su querida pierna. Calcular la probabilidad de que el cocodrilo agresor sea de la raza Criminal. **(septiembre 2009)**

8.15 De las siguientes afirmaciones que se llevan a cabo en los siguientes apartados, establecer cuales son necesariamente ciertas (tautológicas) , cuales necesariamente falsas (contradictorias) o cuales son simplemente posibles (contingentes). Justificando la respuesta.
a) si P(A) =0,5 y B está incluido en A entonces necesariamente P(A/B) = 1
b) Si P(a) = 0,3 y P(b)=0,5 ; entonces necesariamente P(a/b)=0,3
c) Si A y B son independientes ; entonces B está incluído en A

TEMA 9: Modelos de Probabilidad Univariantes

9.1 Dada la siguiente función:

$$P(x)=\begin{cases} 1/4 & x=1,\ x=2 \\ k & x=3 \\ 3k & x=5 \\ 0 & \text{demás casos} \end{cases}$$

Se pide:
a) El valor de k para que P(x) sea una función de cuantía
b) La función de distribución F(x)

9.2 Sea la siguiente función asociada a una variable aleatoria X:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ 1/3 & 0\le x<1 \\ 3/4 & 1\le x<3 \\ k & x\ge 3 \end{cases}$$

Calcular el valor de k para que sea una función de distribución, y calcular su función de probabilidad.

9.3 Completar la siguiente distribución de probabilidad de una variable aleatoria X. Especificar de qué tipo de variable aleatoria se trata, calcular su función de distribución, calcular $P(X \le 2{,}5)$, su valor esperado y su varianza.

X	0	1	2	3
P(x)	0,1	0,3	?	0,4

9.4.- Sea X una variable aleatoria con la siguiente función de densidad de probabilidad.:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & \text{para} \quad 0 \langle x \langle 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Se pide:

a) Determinar la función de distribución F(x).
b) Calcular $P(X \leq 2)$.
c) Calcular $P(X \geq 2)$.

9.5 Sea F(x) la función de distribución de una variable aleatoria. ¿Son posibles las siguientes relaciones?.

a) F(3) > F(4)
b) F(1) = F(5)

Razona la respuesta. **(septiembre 2001)**

9.6 En una empresa tres técnicos han proporcionado información sobre la evolución de sus beneficios. El primer técnico ha obtenido la función de densidad de la variable aleatoria que recoge los beneficios de la empresa, el segundo dispone de la media y la varianza de dicha variable y el tercero de la función de distribución. ¿La información de los tres técnicos es equivalente o por el contrario hay algún técnico que proporciona mayor información? Justificar la respuesta.

9.7 Si se desconoce la distribución de probabilidad de una variable aleatoria, ¿qué se necesitaría para poder obtener una cota de probabilidad?

9.8.-Proporcionar un intervalo en el que la variable aleatoria X tome valores con al menos una probabilidad del 60%, si se sabe que esta variable es tipificada y su distribución de probabilidad es desconocida

9.9.- De una variable aleatoria X se conoce que su valor medio es 10 y que la probabilidad de que dicha variable se encuentre en el intervalo $[6, 14]$ es al menos del 0,75. Además se dispone de información sobre otra variable, Y, de la que se conoce que su media es 15 y su desviación típica es 3. ¿Cuál de las dos variables presenta una mayor dispersión relativa? Justificar la respuesta.

9.10 Un bingo incluye entre sus servicios un parking. El parking cobra una tarifa de 2,5 € la hora o fracción de hora. El parking está en funcionamiento desde las 22.00 horas hasta las 3.00 horas. Se ha observado que, por regla general, el número de vehículos estacionados 2 horas es el triple de los estacionados sólo 1 hora; los que están 3 horas es el cuádruple, mientras que, tanto los que están 4 horas como los que están 5 horas son el mismo número que los que están 1 hora.

Se pide:

a) La función de probabilidad y la función de distribución de la variable aleatoria que expresa el número de horas que un cliente tiene su coche en el parking.
b) La probabilidad de que un cliente mantenga su coche en el parking al menos 2 horas.
c) ¿Cuántas horas se espera que un cliente tenga su coche en el parking? Obtener una medida de su variabilidad.
d) Calcular el ingreso que espera obtener el bingo por cada coche que utiliza el servicio de parking. Obtener también la variabilidad.

9.11 El tiempo, en horas, que tarda un autobús urbano en completar su recorrido se puede representar mediante una variable aleatoria X con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k\,x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

a) Obtener el valor de k para que f(x) sea una función de densidad.
b) Obtener la función de distribución.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el autobús efectúe su recorrido como mucho en 3/4 de hora? ¿Y la probabilidad de que tarde más de 3/4 de hora?
d) Calcular la probabilidad de que el autobús tarde entre 20 minutos (1/3 de hora) y 1 hora en completar su recorrido.
e) Calcular el tiempo que, por término medio, se espera que tarde el autobús en realizar su trayecto. Obtener también su variabilidad.

9.12 En un pequeño comercio de barrio entran al día una media de 20 clientes con una desviación típica de 2.

a) Obtenga la proporción mínima de días en que el número de clientes que acuden al establecimiento supere los 12 pero sea inferior a 28.

b) Determine una cantidad para que, como mínimo, el 75% de los días, el número de clientes que acude al establecimiento se desvíe de la media en a lo sumo dicha cantidad. **(2º parcial 2003)**

9.13 El precio del m^2 de una vivienda varía según su localización y se puede representar mediante una variable aleatoria con media 1095 € y desviación típica 360 €. Si se desea comprar una vivienda de 90 m^2, determinar una cota inferior de la probabilidad de que su coste no se desvíe en más de 81000 € de su media. **(septiembre 2002)**

9.14 Dos alumnos desean calcular la probabilidad de que el precio de la cena de fin de curso no difiera de su media en más de 4 € . Para ello, el primer alumno sabe que la media de la variable aleatoria X = precio de la cena es μ = 20 € , y su desviación típica es σ = 2'5 € . Con estos datos:

a) ¿Qué podría hacer el primer alumno?
b) El segundo alumno dispone de otra información. Concretamente, que la distribución de probabilidad sobre la variable X viene dada por la siguiente función de densidad:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{8'66} & x \in [15'67\ ,\ 24'33] \\ 0 & resto \end{cases}$$

¿Cómo calcularía la probabilidad anterior el segundo alumno?
c) Compara las ventajas e inconvenientes de los dos procedimientos anteriores.
(2º parcial 2004)

9.15 La duración, en horas, de un partido de tenis de Rafa Nadal en un torneo de la ATP es una variable aleatoria X que se asume comprendida entre una y tres horas. Sea F(x) la siguiente función asociada a dicha variable:

$$F(x) = \begin{cases} k_1 & x < 1 \\ \dfrac{x-1}{2} & 1 \le x < 3 \\ k_2 & x \ge 3 \end{cases}$$

a) Halla los valores de k_1 y de k_2 para que F(x) sea **la función de distribución** de X e indica razonadamente qué tipo de variable aleatoria es X.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un partido de Rafa Nadal, exceda de las dos horas y media?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un partido de Rafa Nadal dure entre una hora y media y dos horas y media?

9.16 Sea X la variable aleatoria que representa el resultado de una visita a un cliente de un agente comercial de una empresa de seguros, que toma el valor 1 si el cliente suscribe un seguro y el valor 0 en caso de que no lo suscriba. La probabilidad de que un cliente no suscriba un seguro es del 70%.
a) Calcula el valor esperado o medio de la variable anterior y su varianza.
b) El agente comercial ingresa una cantidad fija de 20 euros por visitar a un cliente más 150 euros si consigue que el cliente suscriba un seguro. Calcula el ingreso medio y la varianza del resultado de la visita a un cliente por parte del agente comercial.

9.17 Si la media de vida útil que nos garantiza el fabricante de nuestro ordenador es de 4 años con varianza 1 año al cuadrado . Calcular una probabilidad mínima con la que nuestro ordenador durará entre 2 y 6 años. **(septiembre 2009)**

9.18 El tiempo que espera una persona en una estación de metro en un día laborable se representa por una variable aleatoria X con **distribución desconocida**, de media 10 minutos y desviación típica 5 minutos. Establece un intervalo para el tiempo de espera dentro del cual se encontrarán al menos el 75% de los usuarios de metro. **(junio 2009)**

9.19 De las siguientes afirmaciones que se llevan a cabo en los siguientes apartados, establecer cuales son necesariamente ciertas (tautológicas), cuales necesariamente falsas (contradictorias) o cuales son simplemente posibles (contingentes). Justificando la respuesta.
a) Si $f(x)=2x$ para $x\in[0,1]$ entonces $P[x=0,2]= 0,4$
b) Si se nos dice que $x\in[0,1]$ y tiene de función de distribución $F(x) = x^2 - 0,1$, entonces necesariamente se nos está mintiendo.
c) Si $F(x)=x^2$ para $x\in[0,1]$;entonces $P(x <0,3)=0,09$