Notas sobre la lógica difusa y las decisiones educativas

(ampliación del texto NOTAS INCOMPLETAS PARA EL DEBATE SOBRE LA VERDAD Y LAS VERDADES)

Francesc J. Hernàndez (Universitat de València)

> Pues bien han de ser de muy muchas cosas investigadores los hombres aspirantes a sabiduría.
>
> (HERÁCLITO DE ÉFESO, frag. 35, Diels-Kranz, trad. Agustín García Calvo)

La lógica difusa, borrosa o heurística (también llamada lógica "*fuzzy*") se puede considerar como una extensión de las lógicas polivalentes desarrolladas a partir de Lukasiewicz (Garrido 1994: 111 y ss.), que resulta provechosa para entender las decisiones educativas, esto es, los elementos nodales de las trayectorias formativas de los sujetos. Desarrollaremos esta tesis detalladamente.

En la lógica clásica, se aceptaban dos valores de verdad ("verdadero" y "falso", abreviado: V y F). Las lógicas bivalentes fueron formalizadas desde la antigüedad clásica. Cabe destacar, a modo de ejemplo, las aportaciones de Aristóteles, Ramon Llull, cuyo "Ars" ya introduce el principio de conmutación (a*b = b*a) y, ya en la modernidad, Leibniz, que extiendió el uso del "Ars" luliano al cálculo. Más recientemente, la lógica como fundamento de la matemática, fue formalizada como cálculo en los textos de Frege o Russell y Whitehead, y se desarrolló su aplicación a la lenguaje natural, por ejemplo por parte de Gentzen, que será la versión que emplearemos aquí más adelante.

En 1920, Lukasiewicz propuso un tercer valor de verdad referido a las proposiciones contingentes de futuro, como, por ejemplo, "mañana habrá una batalla naval" (que llamaremos valor "intermedio", a mitad de camino entre V y F). A partir de la lógica trivalente de Lukasiewicz se desarrollaron lógicas polivalentes, con tres o más valores de verdad. No se debe confundir la lógica trivalente con el hecho de que con tres juntors (conjunción, disyunción y negación, que podemos representar respectivamente como: $\wedge$, $\vee$, $\neg$) se pueden deducir todos los principios de la lógica formalizada clásica, es lo que se llama también lógica trivalente, pero más bien debería denominarse lógica ternaria [por ejemplo, la implicación entre dos proposiciones, $p \rightarrow q$, produce la misma tabla de verdad que, por ejemplo, $\neg(\neg p \wedge q)$]. Las lógicas polivalentes han sido formalizadas por autores como Kleene o Martin.

Al hilo de estas lógicas polivalentes, se formuló la llamada lógica "*fuzzy*". La lógica clásica tiene carácter descriptivo porque formaliza el lenguaje predicativo. Así, tiene como unidad básica la proposición “*S* es *P*”, que, en el caso de Aristóteles, recibía el nombre de premisa de un silogismo, entendido este como la forma mínima de una argumentación que era capaz de trasladar la verdad de las premisas a la conclusión. Cuando las premisas no son descriptivas (incluyen la partícula “es”), sino prescriptivas, hablamos de lógicas modales, es decir, aquellas que formalizan argumentos con operadores modales (tales como: “es necesario que”, “es posible que”, etc.: “es necesario que *S* sea *P*”, etc.). Las lógicas modales fueron desarrolladas por Kripke y otros. Las lógicas modales incluyen las lógicas deónticas, cuyos operadores modales se refieren a acciones humanas (tales como: “está permitido que”, “está prohibido que”) y permiten un cierto cálculo (por ejemplo: “está permitido que *p*” implica “no «está prohibido que *p*»”). En definitiva, el lenguaje del derecho o el de los códigos deónticos se podría formalizar y sería un caso de las lógicas deónticas. Aunque la formulación de la lógica difusa no está determinada por las llamadas lógicas modales, hacemos mención de ellas también porque estamos tratando, en definitiva, con decisiones educativas que muchas veces incorporan operadores modales. Centrémonos ya en la lógica difusa.

L. A Zadeh, el padre de la lógica difusa, la define como “un sistema preciso de razonamiento, deducción y computación en el que los objetos del discurso o los sometidos a análisis se encuentran vinculados con información que es o aceptamos que sea imprecisa, incierta, incompleta, poco fiable, parcialmente verdadera o parcialmente posible”. **Es decir, lo que propone Zadeh es tomar el valor de verdad intermedio de Lukasiewicz no como indeterminado o sin sentido, sino como una verdad a medias**.

Alejandro Sobrino (2012) propone como ejemplo “Obama es joven”. Esta es una proposición parcialmente verdadera: verdadera en algún contexto (por ejemplo, los veteranos de Vietnam), pero tal vez falsa en otro (por ejemplo, el de los adolescentes estadounidenses). También cita el caso de la información sobre la decisión de una central nuclear, cuyo grado de fiabilidad es variable. Garrido (1994: 133) propone como ejemplo de proposición “pocos jugadores de baloncesto son muy bajos”, que, en lógica difusa, tendría un valor de verdad parcialmente verdadero. También, como ejemplo de razonamiento difuso, podríamos aducir, según él, proposiciones compuestas del tipo: “«pocos jugadores de baloncesto son muy bajos» es bastante verdadero”. Este último ejemplo nos permite plantear la relación entre la lógica difusa y el razonamiento probabilístico, sobre el que volveremos más adelante.

Volvamos a la lógica clásica. Podemos aceptar la distinción kantiana entre juicios categóricos, hipotéticos y disyuntivos, que para el filósofo de Königsberg originaba la triplicidad ética de imperativos morales diferentes (hipotéticos y disyuntivos, que tenían valor relativo, y categóricos, que eran absolutos), y que se fundamenta, en definitiva, en el hecho de que en los silogismos de la lógica clásica se procedía generalmente a lo que en la lógica formalizada se denominó eliminación de juntores. Explicaremos esto con un poco más de detalle.

Un juicio categórico es un juicio del tipo “*A* es el caso” (o en forma de inferencia: “Si A es el caso, entonces *A*”), lo que no es más que una extensión del principio de identidad

(A=A). En la formulación clásica de Gentzen (con la notación de M. Garrido: Lógica simbólica, Madrid: Tecnos, múltiples ediciones), sería:

$$\frac{A}{A \rightarrow A}$$

Que se debe leer: Si A, entonces A implica A. Y como A es una fórmula (no una proposición, sino cualquier proposición), se deduce fácilmente que:

$$\frac{A \rightarrow A}{A \Leftrightarrow A}$$

(Sí A implica A, entonces A coimplica A). Por lo que:

$$\frac{A}{A \Leftrightarrow A}$$

(Si A, entonces A coimplica A).

Los juicios hipotéticos y disyuntivos se generan más bien a partir de los principios de no contradicción [$\neg$ ($A \wedge \neg A$), es decir, no es cierto que A y no A] o tercio excluso o excluido [$A \vee \neg A$, es decir : es cierto que A o no A], ambos según la lógica bivalente, naturalmente.

Los juicios hipotéticos se relacionan con los razonamientos que clásicamente se denominaban "modus ponens" y "modus tollens" (según afirmen, afirmando, o nieguen negando). El primero presenta la forma:

$$(A \rightarrow B) \wedge A \Longrightarrow B$$

(Que se puede leer: "Si A implica B, es el caso que A, entonces B").

El segundo, el "modus tollens", se basa, como indica su nombre en la negación y no es más que una extensión del modus ponens:

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Longrightarrow \neg A$$

Que se puede leer: "Si A entonces B, es el caso que no B, entonces no A". La deducción desde el principio anterior en el cálculo lógico es relativamente fácil:

1.	$A \rightarrow B$	
2.	$\neg B$	
3.	A	
4.	B	EI (MP) 1,2
5.	$B \wedge \neg B$	IC 2,4
6.	$\neg A$	IN 3-5

(Abreviaturas.- EI: Eliminación de la implicación; MP: Modus ponens; IC: Introducción de la conjunción; IN: Introducción de la negación; la línea vertical significa una suposición)

En cuanto al juicio disyuntivo, presenta la forma clásica:

$$(A \vee B) \wedge \neg A \Longrightarrow B$$

Que debe leerse: "*A* o *B*, y no *A*, entonces *B*". La deducción es:

1.	$A \vee B$	
2.	$\neg A$	
3.	A	
4.	$A \wedge \neg A$	IC 2,3
5.	B	ECQ 4
6.	B	
7.	B	P Id. 6
8.	B	ED 1, 3-5, 6-7

(Abreviaturas.- ECQ: Ex Contradictione Quodlibet [Si $A \wedge \neg A$, entonces *B*; porque: Si $A \wedge \neg A$, entonces suponemos $\neg B$, $A \wedge \neg A$ por P. Id., $\neg\neg B$ por IN y *B* por eliminación de la doble negación]; P. Id .: Principio de identidad; ED: Eliminación de la disyunción –o dilema–)

Lo relevante para el asunto que nos ocupa, a saber la orientación de las decisiones educativas, es que *en la conclusión lógica clásica ya no se presenta ninguno de los elementos de las premisas*. "Si *A* entonces *B*, es el caso que *A*, entonces *B*". En la conclusión (*B*) ha desaparecido el otro elemento presente en la primera premisa (*A*). Del mismo modo, en la inferencia disyuntiva, "*A* o *B*, no *A*, por lo tanto *B*", en la conclusión (*B*) ya no hay alusión al otro elemento (*A*).

La lógica difusa procede de manera diferente. Según los ejemplos anteriores: "Obama es joven" se puede presentar como la conclusión de un argumento disyuntivo donde

“Obama es joven” es *A* y su negación, “No es cierto que Obama es joven” (“Obama no es joven” “Obama es no joven”) es no *A*. Por el principio de tercio excluido: *A* o no *A*; si la conclusión es *A*, resulta que se requiere como segunda premisa que sea el caso que “no es cierto que no *A*”, por lo que “no *A*” desaparece de la conclusión. Ahora bien, para la lógica difusa, la proposición “Obama es joven” es parcialmente verdadera o verdadero en algún contexto y no en otro, de modo que **incluso considerada en el contexto en el que fuera verdadero siempre debería tener en cuenta una cláusula que indicara la excepción de que la proposición no sería verdadera en todo contexto posible**.

Se podría pensar en procedimientos para traducir proposiciones que podríamos considerar verdades “a medias” según la lógica difusa en proposiciones probabilísticas (cf. Garrido 1994). En el caso de “pocos jugadores de baloncesto son muy bajos” se podría establecer un mecánica para cuantificar en términos probabilísticos la proposición. Llegaríamos así a lo Zadeh ha llamado lenguaje de representación “difuso universal relacional probabilístico”. **Ahora bien, esta probabilidad no designaría indeterminación, ni incertidumbre**. No sería probabilidad, por ejemplo, al estilo de la física cuántica, más aún después de la formulación del principio de indeterminación de Heisenberg; ni incertidumbre al modo del cálculo probabilístico de Laplace, que define circularmente la probabilidad (probabilidad es el cociente entre casos efectivos y casos posibles “equiprobables”).

Que esta vaguedad no es un asunto que se pueda resolver perfeccionando la mecánica de cuantificación probabilística se advierte en el hecho de que la estimación va cambiando temporalmente, lo que en el ejemplo de Obama resulta más que trivial. Es decir, no sólo no desaparecen los elementos presentes en las premisas a la conclusión, ya que se pueden mantener con probabilidades bajas, sino que también la cuantificación de estas probabilidades puede ir cambiando a lo largo del tiempo. La investigación lógica más reciente se enfrenta a estos asuntos con instrumentos como algoritmos genéticos (J. A. Echevarría) o retículas lógicas (E. Trillas). Un caso similar es la teoría algorítmica de la información desarrollada por Chaitin y Solomonoff, que está relacionada con la axiomática probabilística desarrollada por Komogórov. La explicación de todo esto excede del marco de este texto

Para **volver al hilo de las decisiones educativas**, consideraremos la semejanza entre los ejemplos citados, “Obama es joven” o “Pocos jugadores de baloncesto son muy bajos”, y estas otras proposiciones que podemos encontrar en el entorno educativo, como por ejemplo: “Estudiar derecho es difícil” o “Pocos graduados en sociología tienen buenos salarios”, que es el tipo de juicios que el estudiante puede recibir como orientación no intencional del profesorado o de otras instancias extraacadémicas.

También estas proposiciones podrían ser sometidas a un procedimiento que permitiera cuantificar la probabilidad de su valor de verdad, pero, sin necesidad de hacer esto, se enuncian atribuyendo su verosimilitud. Como señala Sobrino (2012: 83, cf. Mosterín & Torretti 2012): “Que la descripción de una situación sea incompleta [i.e. incluya vaguedad] no la convierte necesariamente en inútil. Sobre información incompleta se pueden hacer preguntas que, si se responden, darán conocimiento parcial aunque provechoso y mejor fundado que el de partida.” Para ejemplificar como las decisiones educativas se ubican en este terreno de la lógica difusa, citaré **tres fragmentos** de las entrevistas a estudiantes de segundo de bachillerato de centros públicos, realizadas en una investigación sobre transición entre la secundaria postobligatoria y la universidad, dirigida por la profesora Alícia Villar. Veamos el primer ejemplo, donde se han indicado la pregunta (*P*) y la respuesta del estudiante (*R*):

> *P*: ¿Y en relación a la hora de encontrar trabajo crees que es mejor una cosa [la formación profesional de grado superior] que la otra [la universidad]?
>
> *R*: No sé, depende, porque tengo un amigo que ha hecho un grado medio de empresa o algo de eso, y ahora por ejemplo está trabajando ya en una tienda, hizo las prácticas en El Corte Inglés.

Adviértase que la respuesta incluye hasta tres cláusulas que ponen de manifiesto la vaguedad: “No sé”, “depende” y “algo de eso”, además de la que deriva de la forma de argumentar, que contesta una pregunta general con un caso particular.

En el segundo ejemplo, la vaguedad se extiende al uso de dos términos antitéticos: identidad y diferencia.

> P: O sea, tú ahora crees que estudiarás esto que te gusta [ingeniería biomédica], y te ves trabajando de esto.
>
> R: Sí, o de algo al menos parecido sí, porque luego sí que es verdad que puedes acabar trabajando de otra cosa diferente, pero puede tener relación, lo más seguro, aunque no sea exactamente eso, sí que puede tener relación, y yo veo que algo que pueda tener relación con eso me gusta, o sea que estaría bien.

La respuesta transita de la identidad (“Sí”), a la semejanza (“algo al menos parecido”) a una relación que se define con un paralaje: “cosa diferente... [que] puede tener relación”. En realidad, la respuesta pasa de una afirmación a su opuesta, en una unión de contrarios que tiene su precedente en la **“sinalaxis”** de la filosofía de Heráclito (véanse, por ejemplo, los fragmentos 52, 57, 67 y 83 de Diels-Kranz). Entre la identidad y la diferencia hay una gradación en el que se resuelve la decisión de la persona. Es este espacio de vaguedad lo que permite que las personas puedan recuperar opciones abandonadas (como comenta la profesora Bettina Dausien).

La vaguedad en cuanto a las trayectorias académicas es grande, pero cuando se trata de las transiciones profesionales resulta aún mayor. Tenga en cuenta de este fragmento:

> P: Vale, ¿y a la hora de encontrar trabajo, crees que es mejor una cosa que la otra? Ya no sólo por hacer prácticas, sino a la hora de conseguir trabajo, que al final...
>
> R: No lo sé.
>
> P: Vale, comentabas que sí que conoces a una persona que es ingeniera y trabaja como ingeniera, ¿no?
>
> R: Sí.

P: Por lo que esta persona te ha ido contando, la relación entre los estudios y encontrar trabajo, ¿parece sencilla? Al tipo de trabajo al que crees que va dirigida, ¿qué imagen tienes de: 'Yo voy a hacer eso, para intentar trabajar...', de qué?

R: No lo sé, a mí me gustaría trabajar investigando, pero en España es muy difícil, entonces por eso me dijo que él está fuera por eso, porque en España...

P: ¿Él está investigando? ¿Está en el ámbito de la investigación?

R: Sí.

P: O sea, está trabajando en un centro de investigación de algún lugar.

R: Eso ya no lo sé, la verdad.

P: Vale, pero trabaja en temas de investigación.

R: Sí, sí, sí.

P: ¿Y a ti te gustaría trabajar en investigación sobre ingeniería o sobre física?

R: Una mezcla de las dos, por eso aún no lo sé, tengo que mirar exactamente, pero a mí sí que me gustaría en un centro de investigación.

P: Bueno, además de eso ¿dónde crees que acaba trabajando la gente que estudia ingeniería o física? Porque en investigación habrá poquita gente trabajando, seguro...

R: En una empresa yo creo, no sé...

P: ¿Y qué imagen tienes de ese trabajo? ¿Te apetece? O sea, ¿te imaginas trabajando en una empresa como ingeniera o como física?

R: A mí en una empresa no me gustaría estar ahí, no sé.

P: O sea, no te ves trabajando en una empresa privada como ingeniera.

R: No.

Una batería de diez preguntas sobre el eventual futuro profesional del estudiante y este responde con seis cláusulas del tipo “no lo sé” y un “no” final que cierra el diálogo sobre expectativas.

Si intentaremos formalizar estos razonamientos, no podríamos emplear la forma monocausal, del tipo:

[1] $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, etc.

ni la de un árbol de decisiones, del tipo:

[2] $A \vee B, \neg A, \Longrightarrow B; B \rightarrow C \vee D, \neg C, \Longrightarrow D, D \rightarrow E \vee F$, etc.

sino más bien **una forma como esta**:

[3] $A \vee B, \neg A, \Longrightarrow B; B \rightarrow C \vee D$, pero si $P \Longrightarrow A$, y $A \rightarrow E \vee F$, etc.

Donde P debe entenderse no sólo como un evento, sino también como una representación –endògena o exògena al entorno educativo–.

Este entramado lógico [3] es el que nos permite alejarnos tanto de la teoría de la reproducción, que en sus versiones más radicales operaría de acuerdo con la fórmula [1], ni de la teoría de la elección racional, que propondría un modelo según [2].

En síntesis, hemos comentado los procesos educativos desde la perspectiva biográfica y hemos intentado fundamentar un marco teórico para enfrentarnos a las decisiones educativas, apelando a la lógica difusa y explicando las diferencias con los planteamientos habituales que, como hemos comprobado por los ejemplos, no resultan adecuados.

Bibliografía

Garrido, Joaquín (1994): *Lógica y lingüística*. Madrid: Síntesis [1ª 1988].

Mosterín, J. & Torretti, R. (2012): *Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia*. Madrid: Alianza.

Sobrino, Alejandro (2012): "Lógica borrosa", en Vega, L. & Olmos, P.: *Compendio de lógica, argumentación y retórica*. Madrid: Trotta.