

III EXÁMENES DE ECONOMETRÍA EMPRESARIAL

- 1*** a) Indique razonadamente las hipótesis sobre el término de perturbación en el modelo lineal básico.
- b) Suponiendo las hipótesis básicas del apartado a), ¿los residuos minimocuadráticos serán homoscedásticos y no autocorrelacionados? Razone la respuesta
- c) Deduzca la matriz de varianzas-covarianzas del vector de estimadores MCO $\hat{\beta}$, suponiendo que $E(\mathbf{uu}') = \sigma^2 \mathbf{\Omega}$. Recuerde que $\hat{\beta} = \mathbf{\beta} + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{u}$
- (8-7-2002)

2 Con una muestra de 50 empresas del sector del automóvil se han estimado las siguientes funciones de producción, utilizando como variable endógena el valor añadido bruto de la producción de automóviles (Y_t) y como variables explicativas el factor trabajo (L_t) y el factor capital (K_t). (Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

$$(1) \widehat{\ln Y_t} = 3.87 + 0.80 \ln L_t + 1.24 \ln K_t, R^2 = 0.75, \bar{R}^2 = 0.72, SCR = 254$$

(0.11) (0.24)

$$(2) \widehat{\ln Y_t} = 19.9 + 1.04 \ln K_t, R^2 = 0.84, \bar{R}^2 = 0.81, SCR = 529$$

$$(3) \widehat{\ln Y_t - \ln L_t} = 15.2 + 0.87 (\ln K_t - \ln L_t), SCR = 380$$

- a) Contraste la significatividad conjunta de los dos factores de la función de producción.
- b) Contraste si el factor trabajo tiene una influencia significativamente positiva sobre el valor añadido de la producción de automóviles.
- c) Contraste la hipótesis de rendimientos constantes a escala. Razone las respuestas.

(8-7-2002)

Solución

- a) $F=70,5; F_{2,47}^{0,01} \approx F_{2,40}^{0,01} = 5,18 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05;0,01).
- b) $F=16,92; t=+4,11; t_{47}^{0,01} \approx t_{40}^{0,01} = 2,423 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.
- c) $F=23,31; F_{1,47}^{0,01} \approx F_{1,40}^{0,01} = 7,31 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.

3* Una empresa multinacional especifica la siguiente función de ventas:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 E_t + \beta_4 A_t + \beta_5 J_t + u_t$$

donde Y_t : Ventas, P_t : Precio E_t : variable ficticia que toma el valor 1 si la observación corresponde al primer trimestre y cero en caso contrario, A_t : variable ficticia que toma el valor 1 si la observación corresponde al segundo trimestre y cero en caso contrario, J_t : variable ficticia que toma el valor 1 si la observación corresponde al tercer trimestre y cero en caso contrario.

- a) Explique detalladamente cómo contrastaría la existencia de autocorrelación.
- b) Si se añade una variable ficticia adicional al modelo, que toma el valor 1 si la observación corresponde al cuarto trimestre y cero en caso contrario, ¿se plantearía algún problema en la estimación del modelo? Razone la respuesta.
- c) Si en la regresión del apartado b) se omite el término constante, ¿se plantearía ahora algún problema en la estimación del modelo?. ¿Cuál sería la interpretación de los parámetros del modelo en este caso?.

(8-7-2002)

4* Con datos correspondientes a 50 familias se ha obtenido al siguiente estimación del gasto total del hogar en vestido y calzado:

$$\hat{V}_i = 220 + \underset{(0,14)}{0,31} N_i + \underset{(0,002)}{0,006} R_i \quad R^2 = 0,78 \quad SCR = 201,3$$

donde V_i : gasto total en vestido y calzado, N_i : número de miembros de la familia, R_i : renta disponible. (Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

Una vez ordenadas las observaciones sobre las familias, de menor a mayor según la renta disponible, se estiman dos regresiones con la primeras 20 observaciones y las últimas 22 observaciones, obteniéndose las sumas de cuadrados de residuos de 186,2 y 285,3, respectivamente.

- a) Contraste la existencia de heteroscedasticidad con la información disponible. Especifique la hipótesis nula, la hipótesis alternativa y el estadístico utilizados en el contraste.
- a) ¿Qué limitaciones tiene el procedimiento de contraste aplicado en el apartado? Razone la respuesta.
- b) Proponga un procedimiento de contraste de heteroscedasticidad alternativo, explicando las ventajas en este caso

(8-7-2002)

Solución

- a) $GQ=1,37$; $F_{19,17}^{0,05} \approx F_{20,17}^{0,05} = 3,16 \Rightarrow$ No se rechaza H_0 para $\alpha=0,05$ y para $\alpha=0,01$.

5 Considere el modelo de regresión lineal $y = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$, donde \mathbf{X} es una matriz 50x5.

- a) Indique razonadamente
 - a.1. ¿Qué dimensión tendrán los vectores \mathbf{y} , $\boldsymbol{\beta}$, \mathbf{u} ?
 - a.2. ¿Cuántas ecuaciones hay en el sistema de ecuaciones normales $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$?
 - a.3. ¿Qué condición debe cumplirse para obtener $\hat{\boldsymbol{\beta}}$?
- b) Demuestre que el vector \mathbf{y} y el vector \mathbf{u} tienen la misma matriz de varianzas-covarianzas pero distinto vector de medias. Razone la respuesta

(28-1-2003)

6 Con una muestra de 35 observaciones anuales se han estimado las siguientes funciones de demanda de café, utilizando como variable endógena el gasto en café (Y_t) y como variables explicativas la renta disponible (R_t), el precio del café (PC_t) y el precio del té (PT_t). (Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas)

$$(1) \widehat{\ln Y_t} = 21,32 + \underset{(0,01)}{0,11} \ln R_t - \underset{(0,23)}{1,33} \ln PC_t + \underset{(0,233)}{1,35} \ln PT_t; \quad R^2 = 0,905 \quad SCR = 254$$

$$(2) \widehat{\ln Y_t} = 19,9 + \underset{(0,02)}{0,14} \ln R_t - \underset{(0,21)}{1,42} \ln PC_t \quad SCR = 529$$

- a) Contraste la significatividad conjunta del primer modelo.
- b) Contraste si el precio del té es significativo, utilizando dos estadísticos diferentes. Muestre que ambos procedimientos son equivalentes
- c) ¿Cómo contrastaría la hipótesis de que la elasticidad precio del café es igual pero con signo contrario a la elasticidad precio del té? Detalle el procedimiento.

(28-1-2003)

Solución

a) $F=98,44$; $F_{3,31}^{0,01} \approx F_{3,30}^{0,01} = 4,51 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05;0,01).

b) $F = \frac{(529 - 254)/1}{254/31} = 33,56$; $F_{1,31}^{0,01} \approx F_{1,30}^{0,01} = 7,56 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.

$t = 5,79$; $t_{31}^{0,01/2} = 2,75 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.

7* En el periodo 1950-1980 se ha estimado la siguiente función de consumo

$$\widehat{C}_t = 1,36 + \underset{(0.5)}{0,57} Y_t + \underset{(0.042)}{0,25} Y_{t-1} + \underset{(0.043)}{0,08} C_{t-1} + \underset{(0.001)}{0,13} t; \quad R^2 = 0,74; \quad d = 2,66$$

$$C_{1980} = 1950; \quad Y_{1980} = 2325,5; \quad Y_{1981} = 2833,2$$

Donde C_t : Consumo, Y_t : Renta disponible, t : variable de tendencia que toma los valores 1,2,...31.

(Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

a) Contraste la existencia de autocorrelación.

b) Obtenga el predictor puntual del consumo en 1981. ¿Qué información necesitaría para obtener una predicción por intervalo de probabilidad?

(28-1-2003)

Solución

a) $h = -1,892$; $z^{0,1} = 1,28$; $z^{0,05} = 1,64$; $z^{0,01} = 2,32 \Rightarrow$ AP: se rechaza H_0 ;

AN: se rechaza H_0 para $\alpha=0,1$, pero no para $\alpha=0,01$

b) $\widehat{C}_{32} = 1,36 + 0,57 \times 2833,2 + 0,25 \times 2325,5 + 0,08 \times 1950 + 0,13 \times 32 = 2357,8$

8* Se ha estimado el impacto del PIB en las importaciones de un conjunto de 36 países con un modelo de regresión lineal.

La suma de cuadrados de los residuos de la estimación de la función de importaciones con los 10 países más ricos es de 184828.2. La estimación con los 15 países más pobres proporciona una suma de cuadrados de los residuos de 2292.6. Finalmente, la suma de cuadrados de los residuos correspondiente a la estimación con todo el conjunto de países (ricos, pobres e intermedios) es de 246125.7

a) Explique el problema de la heteroscedasticidad en este contexto.

b) Contraste si existe heteroscedasticidad en este caso, indicando la hipótesis nula, la hipótesis alternativa y el estadístico utilizados en el contraste. ¿Qué limitaciones tiene el procedimiento de contraste aplicado? Razone la respuesta.

c) ¿Qué consecuencias tiene el problema de heteroscedasticidad y qué procedimientos aplicaría para realizar inferencias?

(28-1-2003)

Solución

b) $GQ=131$; $F_{8,13}^{0,01} = 4,00 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05;0,01).

9 Dado el modelo de regresión lineal $y = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$, se ha obtenido $\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$.

a) Defina y compare $\boldsymbol{\beta}$ y $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, explicando brevemente el procedimiento para la obtención de $\hat{\boldsymbol{\beta}}$.

- b) Bajo qué condiciones se puede afirmar que $\hat{\beta}$ es un vector de estimadores lineales, insesgados y óptimos. Justifique la respuesta.
- c) Si se cumple la hipótesis de que las perturbaciones del modelo tienen distribución Normal, exprese gráficamente la distribución de $\hat{\beta}$, comparándola con la de cualquier otro estimador β^* lineal, insesgado, pero no óptimo.

(4-7-2003)

10 Con una muestra de 22 observaciones anuales se han estimado las siguientes funciones de demanda de té de Ceilán, utilizando como variable endógena el gasto en té de Ceilán (Y_t) y como variables explicativas la renta disponible (R_t), el precio del té de Ceilán (PC_t), el precio del té de la India (PI_t) y el precio del café de Brasil (PB_t). (Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln R_t + \beta_2 \ln PC_t + \beta_3 \ln PI_t + \beta_4 PB_t + u_t$$

$$(1) \widehat{\ln Y_t} = 2,83 + 0,25 \ln R_t - 1,48 \ln PC_t + 1,18 \ln PI_t + 0,19 PB_t \quad \hat{u}'\hat{u} = 0,4277$$

(0,17) (0,98) (0,69)

$$(2) \widehat{\ln Y_t + \ln PC_t} = 0,74 + 0,26 \ln R_t + 0,20 \ln PB_t \quad \hat{u}'\hat{u} = 0,6788$$

(0,16) (0,15)

$$(3) \widehat{\ln Y_t - \ln PC_t} = 0,52 + 0,15 \ln R_t + 0,22 \ln PB_t \quad \hat{u}'\hat{u} = 0,8843$$

(0,11) (0,18)

- a) Contraste la significatividad de la renta disponible.
- b) Contraste la hipótesis de que $\beta_2 = -1$ y $\beta_3 = 0$.

(4-7-2003)

Solución

- a) $t_R = 1,47$; $t_{22-5}^{0,10/2} = 1,74 \Rightarrow$ No se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01)
- b) $F = 4,99$; $F_{2,17}^{0,05} = 3,59$; $F_{2,17}^{0,01} = 6,11 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para 0,05, pero no para 0,01

11* En el periodo 1950-1980 se ha estimado la siguiente función de producción

$$\ln O_t = -3,94 + 1,45 \ln L_t + 0,38 \ln K_t \quad R^2 = 0,994 \quad DW = 0,858 \quad \hat{\rho} = 0,559$$

(0,24) (0,083) (0,048)

donde O_t : producción, L_t : trabajo, K_t : capital.

(Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

- a) Contraste detalladamente la existencia de autocorrelación.
- b) Si el modelo tuviera una variable endógena retardada como variable explicativa indique de qué forma contrastaría la autocorrelación.

(4-7-2003)

Solución

- a) $t = 31$; $k' = 2$; $d_L^{0,01} = 1,085$; $d_U^{0,01} = 1,345 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 de autocorrelación positiva para $\alpha = 0,05$ y $\alpha = 0,01$.
- b) h de Durbin.

12* Con una muestra de 20 familias se ha estimado la siguiente función de consumo:

$$\hat{C}_t = 0,847 + 0,899 R_t, \quad \hat{u}'\hat{u} = 31,074$$

(0,025)

Una vez ordenadas las observaciones sobre las familias de acuerdo con su renta de menor a mayor, se han dividido en dos grupos de 10 observaciones cada uno, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\text{Grupo 1: } \hat{C}_t = 1,053 + 0,876 R_t, \quad \hat{\sigma}^2 = 0,457 \\ \text{(0,038)}$$

$$\text{Grupo 2: } \hat{C}_t = 3,279 + 0,835 R_t, \quad \hat{\sigma}^2 = 3,154 \\ \text{(0,096)}$$

- b) Calcule la estimación insesgada de σ^2 en el modelo de consumo con la muestra de 20 familias.
 c) Contraste si existe heteroscedasticidad en este caso, indicando la hipótesis nula, la hipótesis alternativa y el estadístico utilizados en el contraste.

(4-7-2003)

Solución

a) $\hat{\sigma}^2 = 1,73$

b) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_T^2; H_1 : \sigma_i^2 = f_c(R_i)$ Goldfeld y Quandt $GQ=6,9;$

$F_{8,8}^{0,01} = 6,03 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01).

13 Considere el modelo de regresión $y = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$,

donde y y \mathbf{u} son vectores 8×1 , \mathbf{X} es una matriz 8×3 y $\boldsymbol{\beta}$ es un vector 3×1 de parámetros desconocidos. Además se dispone de la siguiente información:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = 22$$

Responda a las siguientes preguntas justificando la respuesta:

- a) Indique el tamaño de la muestra, el número de regresores, el número de parámetros y los grados de libertad de la suma de los cuadrados de los residuos.
 b) Deduzca la matriz de varianzas-covarianzas del vector $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, explicitando las hipótesis básicas utilizadas. Obtenga las estimaciones de las varianzas de los estimadores de los parámetros del modelo.
 c) ¿Contiene el modelo de regresión término constante? ¿Qué implicaciones tiene este resultado para el R^2 ?

(10-2-2004)

Solución

a) $T=8; K=3; g. de l.=5$

b) $\sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \frac{22}{5} \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$

c) No, porque ningún elemento de la diagonal principal es 8. El R^2 no tiene interpretación basada en la descomposición de la varianza.

14 Se han obtenido las siguientes estimaciones de la demanda de viviendas con una muestra de 560 familias (desviaciones típicas de los coeficientes estimados entre paréntesis).

$$\hat{q}_i = 4,17 - 0,247p_i + 0,960y_i \quad R^2 = 0,371$$

(0,11) (0,017) (0,026)

$$\hat{q}_i = 5,27 - 0,221p_i + 0,920y_i + 0,341d_i y_i \quad R^2 = 0,380$$

(0,13) (0,020) (0,031) (0,120)

donde q_i es el logaritmo del gasto en vivienda de la familia i -ésima,
 p_i es el logaritmo del precio de la vivienda,
 y_i es el logaritmo de la renta familiar disponible.
 d_i es una variable ficticia que toma el valor uno si la familia reside en un municipio urbano y cero en uno rural.

- Contraste la hipótesis de que la elasticidad del gasto en vivienda con respecto a la renta en el primer modelo ajustado es la unidad.
- Contraste si la interacción de la variable ficticia con la renta es significativa. ¿Existe una diferencia significativa de la elasticidad del gasto en vivienda con respecto a la renta entre las familias residentes en municipios urbanos y rurales? Justifique la respuesta.

(10-2-2004)

Solución

a) $t = -1,54$; $t_{\infty}^{0,10/2} = 1,645 \Rightarrow$ No se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01)

b) Utilizando R^2 : $F = 8,07$; utilizando estadístico $t = 2,84$; $t = \sqrt{F} = \sqrt{8,07} = 2,84$

$t_{\infty}^{0,01/2} = 2,576 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales: no existe por tanto diferencia significativa.

15 Con una muestra de 17 observaciones correspondientes a las Comunidades Autónomas ordenadas en función del gasto en educación se han obtenido las siguientes estimaciones

$$\hat{Y}_i = -309,8 + 0,76Z_i + 3,05H_i \quad R^2 = 0,989$$

$$\hat{u}_i^2 = -1737,2 - 17,8Z_i + 0,09Z_i^2 + 0,65Z_i H_i + 10,6H_i - 0,31H_i^2 \quad R^2 = 0,705$$

donde Y es el gasto en educación
 Z es PIB de la comunidad autónoma
 H el número de habitantes

- ¿Existe un problema de heteroscedasticidad? Detalle el procedimiento de contraste.
- Suponiendo que se detectara la presencia de heteroscedasticidad en el modelo de regresión, ¿qué solución adoptaría para analizar la significatividad de las variables explicativas del modelo? Razone la respuesta.

(10-2-2004)

Solución

a) $W = T \times R^2 = 11,985$; $\chi_5^{2(0,05)} = 11,07$; $\chi_5^{2(0,01)} = 15,09 \Rightarrow$ Para un nivel del 1% se acepta la hipótesis de homoscedasticidad, pero no para un nivel del 5%.

16* Se han estimado dos modelos alternativos del coste medio de producción anual de automóviles de una determinada marca en el periodo 1980-1999.

$$C_t = \alpha + \beta P_t + u_t \quad R^2 = 0,848; \quad \bar{R}^2 = 0,812; \quad d = DW = 0,51$$

$$C_t = \alpha + \beta P_t + \gamma P_t^2 + u_t \quad R^2 = 0,852; \quad \bar{R}^2 = 0,811; \quad d = DW = 2,11$$

- Explique con detalle el problema detectado al comparar ambas estimaciones y sus posibles causas.

- b) En función de su respuesta al apartado anterior, ¿Cuál de los dos modelos elegiría?

(10-2-2004)

Solución

- a) El \bar{R}^2 es prácticamente igual en las dos estimaciones; sin embargo, en la primera ecuación existe un problema grave de heteroscedasticidad, causado por una mala especificación ya que se ha utilizado una recta en lugar de una parábola de segundo grado
 b) El segundo.

17 En el contexto del modelo de regresión lineal $y = X\beta + u$,

- c) ¿Qué es una variable ficticia?. Ponga un ejemplo de especificación de un modelo econométrico con variables ficticias. Interprete los coeficientes, razonando la respuesta. (0,6)
 d) Explique brevemente en qué consiste el problema de la multicolinealidad. Indique sus consecuencias. (0,7)
 e) ¿Qué relación existe entre el problema de multicolinealidad y las variables ficticias? (0,7)

(5-7-2004)

18 Con una muestra de 64 países se han estimado las siguientes funciones de defunciones de menores de 5 años por 1000 habitantes nacidos vivos (Y_i). Se han utilizado las siguientes variables explicativas: la renta per cápita (R_i), la tasa de analfabetismo de las mujeres (TA_i), la tasa de fecundidad (TF_i). (Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

$$(1) \hat{Y}_i = 263,64 - 0,0056 R_i + 2,23 TA_i ; \quad R^2 = 0,7077$$

(0,0019) (0,21)

$$(2) \hat{Y}_i = 168,31 - 0,0055 R_i + 1,76 TA_i + 12,87 TF_i, \quad R^2 = 0,7474$$

(0,0018) (0,25)

- a) Contraste la significatividad conjunta de la renta, tasa de analfabetismo y tasa de fecundidad. (0,8)
 b) Contraste la significatividad de la tasa de fecundidad. (0,6)
 c) ¿Cuál de los dos modelos elegiría? Razone la respuesta. (0,6)

(5-7-2004)

Solución

- a) $F=59,05$; $F_{3,60}^{0,01} = 4,13 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05;0,01).
 b) $F=16,92$; $t=+4,11$; $t_{47}^{0,01} \approx t_{40}^{0,01} = 2,423 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.
 c) $F=23,31$; $F_{1,47}^{0,01} \approx F_{1,40}^{0,01} = 7,31 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.

19* Con 38 observaciones anuales se ha estimado la siguiente función de demanda de un producto

$$O_t = 2,47 + 0,35 P_t + 0,9 O_{t-1} \quad R^2 = 0,98 \quad DW = 1,82$$

(0,39) (0,06)

donde O_t : cantidad demandada, P_t : precio.

(Entre paréntesis aparecen las desviaciones típicas).

- a) ¿Existe un problema de autocorrelación? Razone la respuesta. (1,25)
 b) Enumere todas las condiciones bajo cuales sería adecuado utilizar el contraste de Durbin Watson. (0,75)

(5-7-2004)

Solución

a) $h = 0,597$; $z^{0,1} = 1,28 \Rightarrow$ AP: No se rechaza H_0 de no autocorrelación positiva para los niveles usuales de significación (0,10; 0,05; 0,01).

20* Con una muestra de 300 empresas del sector servicios se ha estimado la siguiente función de costes:

$$\hat{C}_t = 0,847 + 0,899 X_t \quad \hat{u}'\hat{u} = 31,074$$

(0,025)

donde X_t es la cantidad producida.

Una vez ordenadas las observaciones sobre las empresas de menor a mayor de acuerdo con la cantidad que producen, se han dividido en tres grupos de 100 observaciones cada uno, obteniéndose los siguientes resultados:

Grupo 1: $\hat{C}_t = 1,053 + 0,876 X_t \quad \hat{\sigma}^2 = 0,457$
(0,038)

Grupo 2: $\hat{C}_t = 3,279 + 0,835 X_t \quad \hat{\sigma}^2 = 3,154$
(0,096)

Grupo 3: $\hat{C}_t = 5,279 + 0,984 X_t \quad \hat{\sigma}^2 = 4,255$
(0,10)

- a) Calcule la estimación insesgada de σ^2 en la función de costes con la muestra de 300 empresas. (0,75)
- b) Contraste si existe heteroscedasticidad en este caso, indicando la hipótesis nula, la hipótesis alternativa y el estadístico utilizados en el contraste. (1,25)

(5-7-2004)

Solución

a) $\hat{\sigma}^2 = 0,10$

b) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_T^2$; $H_1 : \sigma_i^2 = f_c(R_i)$ Goldfeld y Quandt $GQ=6,9$;

$F_{98,98}^{0,01} \approx F_{60,60}^{0,01} = 1,84 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01).

21 Utilizando datos correspondientes a la economía americana durante el periodo 1975.1-2000.4 (datos trimestrales) se ha estimado la siguiente función de demanda de rosas:

$$LY_t = \beta_1 + \beta_2 LX_{2t} + \beta_3 LX_{3t} + \beta_4 LX_{4t} + \beta_5 D1 + \beta_6 D2 + \beta_7 D3 + u_t$$

donde Y es la cantidad demandada de rosas (medida en docenas), X_2 es el precio promedio al por mayor de los claveles (en \$/docena), X_3 es el precio promedio al por mayor de las rosas (en \$/docena) y X_4 es el ingreso promedio disponible familiar semanal (en \$). Todas estas variables están expresadas en logaritmos neperianos. La L que precede a estas denominaciones indica que se han tomado logaritmos neperianos. D1, D2 y D3 son variables ficticias definidas de la siguiente forma: D1 toma valor 1 si la observación pertenece al primer trimestre y cero a los restantes, D2 toma valor 1 si la observación pertenece al segundo trimestre y cero a los restantes y D3 toma valor 1 si la observación pertenece al tercer trimestre y cero a los restantes.

Basándose en los resultados proporcionados en los cuadros 1 y 2 responda a las siguientes preguntas:

- Interprete los coeficientes de las variables. ¿En qué trimestre se demandan más rosas?
- Justifique la eliminación de D4 en la especificación del modelo econométrico.
- Analice la bondad de ajuste y contraste la significatividad global del modelo.
- Contraste detalladamente la existencia o no de autocorrelación en las perturbaciones. Realice los supuestos que considere necesarios y explique detalladamente el contraste o contrastes que utiliza.

(31-1-2002)

CUADRO 1

Variable Dep.: LY				
Regresores : 1, LX2, LX3, LX4, D1, D2, D3				
Muestra : 1975.1 - 2000.4 Nº Observaciones : 104				
Regresores	Coficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	5.389710	0.339587	15.87	0.0000
LX2	0.602212	0.026776	22.49	0.0000
LX3	-0.450580	0.037258	-12.09	0.0000
LX4	0.349478	0.033149	10.54	0.0000
D1	1.526778	0.077966	19.58	0.0000
D2	0.732776	0.079113	9.26	0.0000
D3	-1.561168	0.079586	-19.62	0.0000
Media Var. Dependiente:	9.7953	Des. Típ. Var. Depen.:	1.4348	
Error Típico Regresión:	0.2787	Suma Cuadrados Resid.:	7.5336	
R Cuadrado :	0.9645	R Cuadrado Corregido :	0.9623	
Logaritmo de Verosim. :	-11.0685	Criterio AIC :	0.3475	
Estadístico F(6, 97):	438.8403	Prob > F :	0.0000	
Estadís. Durbin-Watson:	1.6549	Est. Autocorrelación :	0.1725	

CUADRO 2

Variable Dep.: LY			
Regresores : 1, LX2, LX3, LX4, D1, D2, D3			
Muestra : 1975.1 - 2000.4 Nº Observaciones : 104			
Wallis :		2.2641	

22 Con una muestra de 100 individuos se han estimado los siguientes dos modelos econométricos del gasto en revistas y periódicos:

$$LREV_t = \beta_1 + \beta_2 LRENTA_t + \beta_3 EDAD_t + \beta_4 SEXO_t + u_t \quad (1)$$

$$LREV_t = \beta_1 + \beta_2 LRENTA_t + \beta_3 EDAD_t + \beta_4 SEXO_t + \beta_5 PRIMA_t + \beta_6 SECUN_t + u_t \quad (2)$$

donde las variables están definidas de la siguiente forma:

REV: gasto anual en revistas y periódicos (miles de pesetas)

RENTA: renta disponible (miles de pesetas)

EDAD: número de años

SEXO: variable ficticia que toma valor 1 si es hombre y 0 si es mujer

PRIMA: variable ficticia que toma valor 1 si, como máximo, ha terminado estudios primarios y 0 en caso contrario

SECUN: variable ficticia que toma valor 1 si, como máximo, ha terminado estudios secundarios y 0 en caso contrario.

La *L* que precede a algunas de estas denominaciones indica que se han tomado logaritmos neperianos.

A la vista de los resultados que se presentan en los cuadros adjuntos

- Elija de entre los dos modelos el que considera más adecuado. Explique los criterios en los que basa su elección.
- Interprete los coeficientes de las variables. ¿Los hombres consumen más revistas y periódicos que las mujeres? Justifique su respuesta.
- Analice la bondad de ajuste del modelo seleccionado y contraste la significatividad conjunta del modelo.
- Contraste si la educación es un factor relevante para explicar el gasto en revistas y periódicos. ¿Cuál es la categoría de referencia?
- Contraste la existencia de heteroscedasticidad en el modelo seleccionado. Especifique el esquema o esquemas de heteroscedasticidad supuestos.

(8-7-2002)

Variable Dep.: LREU				
Regresores : 1, LRENTA, EDAD, SEXO				
Muestra : 1 - 100		Nº Observaciones : 100		
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	1.276633	0.120476	10.60	0.0000
LRENTA	0.755901	0.040306	18.75	0.0000
EDAD	0.031035	0.001024	30.31	0.0000
SEXO	-0.017348	0.022162	-0.78	0.4357
Media Var. Dependiente:	4.4715	Des. Típ. Var. Depen.:	0.4045	
Error Típico Regresión:	0.1098	Suma Cuadrados Resid.:	1.1575	
R Cuadrado :	0.9286	R Cuadrado Corregido :	0.9263	
Logaritmo de Verosim. :	81.0534	Criterio AIC :	-1.5411	
Estadístico F(3, 96):	415.9028	Prob > F :	0.0000	
Estadís. Durbin-Watson:	1.9949	Est. Autocorrelación :	0.0026	

Variable Dep.: LREU				
Regresores : 1,LRENTA,EDAD,SEXO,PRIMA,SECUN				
Muestra : 1 - 100 Nº Observaciones : 100				
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	1.261506	0.019813	63.67	0.0000
LRENTA	0.811392	0.006693	121.22	0.0000
EDAD	0.030132	0.000169	178.25	0.0000
SEXO	0.002516	0.003676	0.68	0.4954
PRIMA	-0.249909	0.004253	-58.76	0.0000
SECUN	-0.108301	0.004654	-23.27	0.0000
Media Var. Dependiente:	4.4715	Des. Típ. Var. Depen.:	0.4045	
Error Típico Regresión:	0.0180	Suma Cuadrados Resid.:	0.0306	
R Cuadrado :	0.9981	R Cuadrado Corregido :	0.9980	
Logaritmo de Verosim. :	262.6750	Criterio AIC :	-5.1335	

Estadístico White

Estadístico Chi-cuadrado (7):	20.518	Prob > Chi-cuadrado :	0.0046
--------------------------------	--------	-----------------------	--------

Estadístico Goldfeld y Quandt

SCR denominador :	0.0068	Número de observaciones:	33
SCR numerador :	0.0144	Número de observaciones:	33
Variable de ordenación : RENTA			
Estadístico F(27, 27):	2.1175	Prob > F	: 0.0281

23 Se ha estimado el siguiente modelo de demanda de gas natural para el periodo 1980.1- 2001.4:

$$GAS_t = \beta_1 + \beta_2 RENTA_t + \beta_3 T1_t + \beta_4 T2_t + \beta_5 T3_t + u_t$$

donde: GAS_t es el consumo de gas natural en el periodo t , $RENTA_t$ es la renta disponible en el periodo t , $T1_t$ variable ficticia que toma valor 1 si la observación pertenece al primer trimestre del año y 0 en caso contrario, $T2_t$ variable ficticia que toma valor 1 si la observación pertenece al segundo trimestre del año y 0 en caso contrario y $T3_t$ variable ficticia que toma valor 1 si la observación pertenece al segundo trimestre del año y 0 en caso contrario.

Basándose en la información proporcionada en los cuadros adjuntos:

- Interprete los coeficientes de las variables. Indique la posible razón por la que no se ha introducido el cuarto trimestre en el modelo.
- Contraste la significatividad individual y conjunta de los parámetros. ¿Cómo contrastaría la ausencia de estacionalidad en el consumo de gas natural?.
- Analice la bondad de ajuste y obtenga el estimador insesgado de la varianza de las perturbaciones.
- Contraste la existencia o no de autocorrelación en las perturbaciones. Realice los supuestos necesarios y explique detalladamente el contraste o contrastes que utiliza.
- Contraste la normalidad de las perturbaciones. ¿Plantea el tamaño muestral algún problema en el contraste? Razone su respuesta.
- Contraste la existencia de heteroscedasticidad en el modelo. Especifique el esquema o esquemas de heteroscedasticidad supuestos. ¿Le parece que los resultados obtenidos son acordes con lo que se esperaría *a priori*?
- Analice la capacidad predictiva del modelo para el periodo 1996.1-2001.4. Si el valor de la renta en el primer trimestre de 1996 fue de 121,57, obtenga el predictor puntual para ese trimestre. ¿Qué le faltaría conocer para obtener la predicción por intervalos?. Justifique su respuesta.
- A partir de 1991.1 se observa algunos cambios en el mercado de la energía, ¿cómo contrastaría la estabilidad estructural de los parámetros del modelo durante el periodo muestral? Razone su respuesta.

(4-7-2003)

Variable Dep.: GAS				
Regresores : 1,RENTA,T1,T2,T3				
Muestra : 1980.1 - 2001.4		Nº Observaciones : 88		
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	44.750513	4.274420	10.47	0.0000
RENTA	0.403442	0.014099	28.62	0.0000
T1	18.161171	3.637905	4.99	0.0000
T2	-8.273615	3.547613	-2.33	0.0221
T3	-27.012102	3.575557	-7.55	0.0000
Media Var. Dependiente:	152.7836	Des. Típ. Var. Depen.:	43.0042	
Error Típico Regresión:	11.7049	Suma Cuadrados Resid.:	11371.332	
R Cuadrado :	0.9293	R Cuadrado Corregido :	0.9259	
Logaritmo de Verosim. :	-338.7732	Criterio AIC :	7.8130	
Estadístico F(4, 83):	272.8445	Prob > F :	0.0000	
Estadís. Durbin-Watson:	2.2085	Est. Autocorrelación :	-0.1042	

Variable Dep.: GAS
 Regresores : 1,RENTA,T1,T2,T3
 Muestra : 1980.1 - 2001.4 Nº Observaciones : 88

Wallis : 1.8912

Muestra: 1980.1 - 2001.4 NºObs.: 88
 Serie.....: GAS
 Coeficiente de asimetría...: 1.1086
 Coeficiente de curtosis....: 1.3009
 Estadístico.....: 28.6104
 Prob > Chi-cuadrado..... : 0.0000

Estadístico Chi-cuadrado (5): 10.937 Prob > Chi-cuadrado : 0.0526

Modelo: Minimos cuadrados
 Variable dependiente: GAS
 Regresores: 1 RENTA T1 T2 T3
 Período inicial pred.: 1996.1 Período final pred.: 2001.4
 Tasas de variación

Error absoluto medio (EAM)...: 0.0724
 Error cuadrático medio (ECM)..: 0.0120
 Corre. valores obs.-pre.(COP): 0.9880

 Ind. desig. de Theil.....: 0.1662
 Componente de sesgo...: 0.0089
 Componente varianza...: 0.1100
 Componente aleatorio...: 0.8811

24 Para estudiar la relación entre la tasa de desempleo y la tasa de empleos vacantes en el Reino Unido, para el periodo 1958.4-1971.2, se propusieron los dos siguientes modelos econométricos:

$$UN_t = \beta_1 + \beta_2 V_t + u_t \quad (1)$$

$$UN_t = \beta_1 + \beta_2 V_t + \beta_3 D_t + \beta_4 (D_t V_t) + u_t \quad (2)$$

donde UN_t es la tasa de desempleo (%), V_t es la tasa de empleos vacantes (%) y D_t es una variable ficticia que toma los siguientes valores:

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{para } t > 1966.4 \\ 0 & \text{para } t \leq 1966.4 \end{cases}$$

De los resultados proporcionados por los Cuadros 1 a 4:

- i) Seleccionar el modelo que considera más adecuado explicando los criterios en los que basa su elección.
- j) Analice la bondad de ajuste del modelo seleccionado y obtenga el estimador insesgado de la varianza de las perturbaciones.
- k) Utilizando la información que se dispone para el periodo 1969.1-1971.2, analice la capacidad predictiva del modelo. Obtenga la predicción puntual y la predicción por intervalos del valor individual para el segundo trimestre del año 1971 si se sabe que $V_{1971.3} = 0,52$ y la desviación típica del error de predicción es igual a 0,18.
- l) Contraste la existencia o no de autocorrelación en las perturbaciones. Realice los supuestos necesarios y explique detalladamente el contraste o contrastes que utiliza.
- m) Contraste la estabilidad estructural de los parámetros del modelo durante el periodo muestral.

(10-2-2004)

CUADRO 1

Variable Dep.: UN				
Regresores : 1,U				
Muestra : 1958.4 - 1971.2				
			Nº Observaciones	: 51
Regresores	Coficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	3.295991	0.192086	17.16	0.0000
U	-1.976801	0.240361	-8.22	0.0000
Media Var. Dependiente:	1.7514	Des. Típ. Var. Depen.:	0.4398	
Error Típico Regresión:	0.2879	Suma Cuadrados Resid.:	4.0623	
R Cuadrado	: 0.5799	R Cuadrado Corregido	: 0.5713	
Logaritmo de Verosim. :	-7.8491	Criterio AIC	: 0.3862	
Estadístico F(1, 49):	67.6392	Prob > F	: 0.0000	
Estadís. Durbin-Watson:	0.0881	Est. Autocorrelación	: 0.9560	

CUADRO 2

Variable Dep.: UN				
Regresores : 1,U,D,DU				
Muestra : 1958.4 - 1971.2 Nº Observaciones : 51				
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	2.733071	0.101417	26.95	0.0000
U	-1.512592	0.121013	-12.50	0.0000
D	1.166748	0.317818	3.67	0.0006
DU	-0.867940	0.430565	-2.02	0.0496
Media Var. Dependiente: 1.7514 Des. Típ. Var. Depen.: 0.4398				
Error Típico Regresión: 0.1344 Suma Cuadrados Resid.: 0.8489				
R Cuadrado : 0.9122 R Cuadrado Corregido : 0.9066				
Logaritmo de Verosim. : 32.0724 Criterio AIC : -1.1009				
Estadístico F(3, 47): 162.7902 Prob > F : 0.0000				
Estadís. Durbin-Watson: 0.5013 Est. Autocorrelación : 0.7494				

CUADRO 3

Contraste de Wallis

Variable Dep.: UN			
Regresores : 1,U,D,DU			
Muestra : 1958.4 - 1971.2 Nº Observaciones : 51			
Wallis : 1.6144			

CUADRO 4

Evaluación de la capacidad predictiva

Modelo: Mínimos cuadrados	
Variable dependiente: UN	
Regresores: 1 U D DU	
Período inicial pred.: 1969.1 Período final pred.: 1971.2	
Tasas de variación	
Error absoluto medio (EAM)...	0.1205
Error cuadrático medio (ECM)..	0.0162
Corre. valores obs.-pre.(COP):	0.6438
Ind. desig. de Theil.....	2.0322
Componente de sesgo...	0.8974
Componente varianza...	0.0398
Componente aleatorio...	0.0627

25 Con una muestra de 75 familias se ha estimado la siguiente función de consumo:

$$CONSUMO_i = \beta_1 + \beta_2 RENTA_i + \beta_3 RIQUEZA_i + u_i$$

donde CONSUMO es el consumo familiar anual, RENTA es la renta disponible y RIQUEZA es un indicador de la riqueza de las familias.

Con la información proporcionada por los Cuadros 1 a 4 conteste:

- f) Interprete los coeficientes estimados. ¿Son los signos de los coeficientes estimados acordes con la teoría económica?. Razone su respuesta.
- g) Contraste la significatividad individual de cada parámetro y la significatividad conjunta del modelo. Especifique en ambos casos la hipótesis nula y alternativa así como el estadístico utilizado.
- h) ¿Cuál cree que es la causa por la que la riqueza tiene signo negativo y no es significativa individualmente?. Indique cómo podría solucionar el problema que se detecta en la regresión.
- i) Contraste la normalidad de las perturbaciones del modelo. Indique qué implicaciones tiene su respuesta sobre las propiedades de los estimadores por MCO.
- j) Indique si existe heteroscedasticidad explicando detalladamente el contraste o contrastes que ha realizado.

(10-2-2004)

CUADRO 1

Variable Dep.: CONSUMO				
Regresores : 1, RENTA, RIQUEZA				
Muestra : 1 - 75 Nº Observaciones : 75				
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	30.269879	3.351163	9.03	0.0000
RENTA	0.973825	0.292540	3.33	0.0014
RIQUEZA	-0.003204	0.029662	-0.11	0.9143
Media Var. Dependiente: 243.4540 Des. Típ. Var. Depen.: 26.6015				
Error Típico Regresión: 3.5249 Suma Cuadrados Resid.: 894.5845				
R Cuadrado : 0.9829 R Cuadrado Corregido : 0.9824				
Logaritmo de Verosim. : -199.3781 Criterio AIC : 5.3967				
Estadístico F(2, 72): 2071.2863 Prob > F : 0.0000				
Estadís. Durbin-Watson: 1.8649 Est. Autocorrelación : 0.0676				

CUADRO 2

Contraste de normalidad

Muestra:	1 - 75	NºObs.:	75
Serie.....	_RES		
Coefficiente de asimetría....	-0.0673		
Coefficiente de curtosis....	1.8450		
Estadístico.....	4.2255		
Prob > Chi-cuadrado.....	0.1209		

CUADRO 3**Contraste de Goldfeld y Quandt**

SCR denominador : 298.0091	Número de observaciones: 30
SCR numerador : 301.8560	Número de observaciones: 30
Variable de ordenación : RENTA	
Estadístico F(27, 27): 1.0129	Prob > F : 0.4868

CUADRO 4**Contraste de White**

Estadístico Chi-cuadrado (5): 4.4502	Prob > Chi-cuadrado : 0.4866
---------------------------------------	------------------------------

26 Se han estimado los siguientes modelos de inversión para la economía de un determinado país durante el periodo 1971- 1994:

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 INTERES_t + u_t \quad (1)$$

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 INTERES_t + \beta_3 RENTA_t + u_t \quad (2)$$

donde: I_t es la inversión real en el periodo t , $INTERES_t$ es el tipo de interés real en el periodo t y $RENTA_t$ es el PNB real en el periodo t . Las variables están expresadas en miles de unidades monetarias excepto el tipo de interés que está expresado en tanto por ciento.

Basándose en la información proporcionada en los cuadro adjuntos

- Seleccione el modelo que considere más adecuado. Razone su respuesta.
- Interprete los coeficientes de las variables del modelo seleccionado. Analice la bondad de ajuste del modelo seleccionado.
- Contraste la significatividad individual y conjunta de los parámetros.
- Contraste la existencia o no de autocorrelación en las perturbaciones. Realice los supuestos necesarios y explique detalladamente el contraste o contrastes que utiliza
- Contraste la normalidad de las perturbaciones. ¿Genera el tamaño muestral algún problema en el contraste? Razone su respuesta.
- Contraste la existencia de heteroscedasticidad en el modelo. Especifique el esquema o esquemas de heteroscedasticidad supuestos. ¿Le parece que los resultados obtenidos son acordes con lo que se esperaría a priori?
- Analice la capacidad predictiva del modelo para el periodo 1995-2000. Obtenga el predictor puntual y la predicción por intervalos para el año 1995 si se sabe que $INTERES_{95}=3,5$, $RENTA_{95}=1.435$ y el valor de la desviación típica del error de predicción para ese año es 0,25.
- ¿Cómo contrastaría la estabilidad estructural de los parámetros del modelo si sospecha que se ha podido producir un cambio estructural en el año 1986? Razone su respuesta.

Cada pregunta vale 0,5 puntos.

(5-7-2004)

Variable Dep.: I				
Regresores : 1, INTERES				
Muestra : 1971 - 1994				
			Nº Observaciones	: 24
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t
1	21.253151	2.615323	8.13	0.0000
INTERES	-0.417966	0.121099	-3.45	0.0023
Media Var. Dependiente:	12.6859	Des. Típ. Var. Depen.:	4.8998	
Error Típico Regresión:	4.0352	Suma Cuadrados Resid.:	358.2206	
R Cuadrado	: 0.3513	R Cuadrado Corregido	: 0.3218	
Logaritmo de Verosim. :	-66.4917	Criterio AIC	: 5.7076	
Estadístico F(1, 22):	11.9124	Prob > F	: 0.0023	
Estadís. Durbin-Watson:	2.6052	Est. Autocorrelación	: -0.3026	

Variable Dep.: I			
Regresores	: 1,INTERES	Nº Observaciones	: 24
Muestra	: 1971 - 1994		
Wallis		:	2.6708

Variable Dep.: I					
Regresores		: 1,INTERES,RENDA		Nº Observaciones	: 24
Muestra		: 1971 - 1994			
Regresores	Coefficiente	Desv. Típica	Estadís. t	Prob> t	
1	5.750928	0.644284	8.93	0.0000	
INTERES	-0.771141	0.021717	-35.51	0.0000	
RENDA	0.437974	0.014335	30.55	0.0000	
Media Var. Dependiente:	12.6859	Des. Típ. Var. Depen.:	4.8998		
Error Típico Regresión:	0.6126	Suma Cuadrados Resid.:	7.8815		
R Cuadrado	: 0.9857	R Cuadrado Corregido	: 0.9844		
Logaritmo de Verosim.:	-20.6920	Criterio AIC	: 1.9743		
Estadístico F(2, 21):	725.1455	Prob > F	: 0.0000		
Estadís. Durbin-Watson:	2.0584	Est. Autocorrelación	: -0.0292		

Variable Dep.: I			
Regresores	: 1,INTERES,RENDA	Nº Observaciones	: 24
Muestra	: 1971 - 1994		
Wallis		:	2.2714

Muestra: 1971 - 1994	Nºobs.: 24
Serie.....	_RES
Coefficiente de asimetría....	-0.0268
Coefficiente de curtosis....	2.2938
Estadístico.....	0.5016
Prob > Chi-cuadrado.....	0.7782

Modelo: Mínimos cuadrados	
Variable dependiente:	I
Regresores:	1 INTERES RENDA
Período inicial pred.:	1995
Período final pred.:	2000
Tasas de variación	
Error absoluto medio (EAM)....	0.1925
Error cuadrático medio (ECM)..	0.1184
Corre. valores obs.-pre.(COP):	0.9807
Ind. desig. de Theil.....	0.2637
Componente de sesgo....	0.0541
Componente varianza....	0.3709
Componente aleatorio...	0.5750