VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

DEPARTAMENT D'ESTADÍSTICA I
INVESTIGACIÓ OPERATIVA

Fórmulas, Resultados y Tablas

A. Distribuciones de variables aleatorias.

1. Descripción de una distribución univariante.

1.1. Función de distribución:
$F(x) = P(X \leq x), \ \forall x \in \mathbb{R}$.
Cumple: Es no decreciente, continua por la derecha, $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$ y $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$.

1.2. Caso discreto: Función de probabilidad.
$p(x) = P(X = x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
Debe cumplir: $p(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$, y $\sum_i p(x_i) = 1$.

1.3. Caso absolutamente continuo: Función de densidad.
$f(x)$ tal que $P(X \in A) = \int_A f(x)dx$ para todo A subconjunto de Borel de $\mathbb{R}$.
Debe cumplir: $f(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$, y $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

2. Descripción de distribuciones bivariantes.

2.1. Función de distribución conjunta.
$F(x,y) = P(X \leq x, Y \leq y) \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$.
- Marginales: $F_X(x) = \lim_{y \to \infty} F(x,y)$, y $F_Y(y) = \lim_{x \to \infty} F(x,y)$.
- Independencia: X e Y son independientes si y sólo si $F(x,y) = F_X(x)F_Y(y) \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

2.2. Caso discreto: Función de probabilidad conjunta.
$p(x,y) = P(X = x, Y = y)$.
Debe cumplir: $p(x,y) \geq 0 \ \forall \ (x,y) \in \mathbb{R}^2$, y $\sum_{i,j} p(x_i, y_j) = 1$.
- Marginales: $p_X(x) = \sum_j p(x, y_j)$, y $p_Y(y) = \sum_i p(x_i, y)$.
- Condicionales:

  Para cada y tal que $p_Y(y) > 0$, se puede definir $P_{X|Y=y}(x) = \frac{p(x,y)}{p_Y(y)} \ \forall x \in \mathbb{R}$.

  Para cada x tal que $p_X(x) > 0$, se puede definir $P_{Y|X=x}(y) = \frac{p(y,x)}{p_X(x)} \ \forall y \in \mathbb{R}$.
- Independencia: X e Y son independientes si y sólo si $p(x,y) = p_X(x)p_Y(y) \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

2.3. Caso absolutamente continuo: Función de densidad conjunta.
$f(x,y)$ tal que $P((X,Y) \in A) = \int_A f(x,y)dxdy$.
Debe cumplir: $f(x,y) \geq 0 \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$, y $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy = 1$.
- Marginales: $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$, y $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx$.
- Condicionales:

  Para cada y tal que $f_Y(y) > 0$, se puede definir $f_{X|Y=y}(x) = \frac{f(x,y)}{f_Y(y)} \ \forall x \in \mathbb{R}$.

  Para cada x tal que $f_X(x) > 0$, se puede definir $f_{Y|X=x}(y) = \frac{f(y,x)}{f_X(x)} \ \forall y \in \mathbb{R}$.
- Independencia: X e Y son independientes si y sólo si $f(x,y) = f_X(x)f_Y(y) \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$.

3. Distribución de una función de variables aleatorias.

3.1. Caso univariante:

Sea X v.a. absolutamente continua con función de densidad $f_X(\cdot)$, y sea S su soporte; esto es, $P(X \in S) = 1$. Sea $Y = r(X)$ y sea $T = r(S) = \{y \in \mathbb{R} \ : \ \exists x \in S \text{ con } y = r(x)\}$, siendo r una función de S en T biyectiva. Sea $x = s(y)$ la función inversa de $r(\cdot)$. Entonces:

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(s(y)) \left| \frac{d}{dy} s(y) \right| & \text{si } y \in T \\ \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

3.2. Caso multivariante:

Sea $\mathbf{X} = (\mathbf{X_1}, \ldots, \mathbf{X_n})'$ un vector aleatorio cuya distribución es absolutamente continua y sea $f_{\mathbf{X}}(\cdot)$ su función de densidad de probabilidad. Sea S el soporte de $f_{\mathbf{X}}(\cdot)$; esto es, $P(\mathbf{X} \in \mathbf{S}) = \mathbf{1}$. Sea $\mathbf{Y} = \mathbf{r}(\mathbf{X})$ una función biyectiva, con $Y_i = r_i(\mathbf{X})$, y sea $T = r(S)$. Si $\mathbf{x} = \mathbf{s}(\mathbf{y})$ representa la función inversa de $r(\cdot)$, entonces la función de densidad de probabilidad del vector aleatorio $\mathbf{Y}$ viene dada por:

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = \begin{cases} |J| f_{\mathbf{X}}(s(\mathbf{y})) & \text{si } \mathbf{y} \in \mathbf{T} \\ \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Donde $|J|$ es el valor absoluto del jacobiano de la transformación. Esto es, J es el determinante de la matriz cuyo elemento (i,j) es $\frac{\partial s_i}{\partial y_j}$.

B. Esperanzas y Momentos.

4. Esperanzas.

4.1. Caso discreto:

Si $\sum_x |x| \, p(x) < +\infty$, entonces $E(X) = \sum_x x \ p(x)$.

Si $\sum_x |g(x)| \, p(x) < +\infty$, entonces $E(g(X)) = \sum_x g(x) p(x)$.

4.2. Caso continuo:

Si $\int_{-\infty}^{+\infty} |x| \ f(x) dx < +\infty$, entonces $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \ f(x) dx$.

Si $\int_{-\infty}^{+\infty} |g(x)| \ f(x) dx < +\infty$, entonces $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx$.

4.3. Linealidad: $E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$.

4.4. Si X e Y son independientes, $E(XY) = E(X)E(Y)$.

4.5. Si $P(a \leq X \leq b) = 1 \ \Rightarrow \ a \leq E(X) \leq b$.

4.6. Si $P(X \geq a) = 1$ y $E(X) = a \ \Rightarrow \ P(X = a) = 1$.

4.7. Si $X \leq Y \ \Rightarrow \ E(X) \leq E(Y)$.

4.8. Desigualdad de Jensen: Si $g(x)$ es convexa (por ejemplo $g(x) = x^2$) $\Rightarrow$ $E(g(X)) \geq g(E(X))$.

5. Momentos.

5.1. Momento de orden k : $E(X^k)$, si existe esa esperanza.

5.2. Momento de orden k respecto a la media: $E((X - E(X))^k)$, si existe esa esperanza.

5.3. Si existe $E(X^k) \ \Rightarrow$ existen $E(X^j)$ y $E((X - E(X))^j) \ \forall j = 0, 1, \ldots k$.

5.4. Función generatriz de momentos: $\Psi(t) = E(\exp\{tX\})$, si existe $\forall t$ en un intervalo abierto de $\mathbb{R}$ que contenga el punto $t = 0$.

Si la función generatriz de momentos existe, entonces:

- $E(X^k) = \frac{d^k}{dt^k}\Psi(t)$, calculada en $t = 0$.
- Si $Y = aX + b$ con $a \neq 0 \Rightarrow \Psi_Y(t) = \exp\{bt\}\Psi_X(at)$.
- Si $Z = X + Y$ con X, Y independientes $\Rightarrow \Psi_Z(t) = \Psi_X(t)\Psi_Y(t)$.
- Sean $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, y sea $\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ su media muestral, entonces $\Psi_{\overline{X}_n}(t) = \left[\Psi_X(\frac{t}{n})\right]^n$.

5.5. Función característica: $\Phi(t) = E(\exp\{itX\})$, que siempre existe.

- $\Phi(0) = 0$, $|\Phi(t)| \leq 1$, y $\Phi(t)$ es uniformemente continua.
- Si existe $E(X^k)$, entonces $\frac{d^k}{dt^k}\Phi(0) = i^k E(X^k)$.
- Si $Y = aX + b \Rightarrow \Phi_Y(t) = \exp\{ibt\}\Phi_X(at)$.
- Si $Z = X + Y$ con X, Y independientes $\Rightarrow \Phi_Z(t) = \Phi_X(t)\Phi_Y(t)$.
- Si $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ son variables aleatorias i.i.d. $\Rightarrow \Phi_{\overline{X}_n}(t) = \left[\Phi_X(\frac{t}{n})\right]^n$.

6. Varianzas, Covarianzas y Correlaciones.

Si las esperanzas involucradas en las siguientes expresiones existen, entonces:

6.1. Varianza: $V(X) = E((X - E(X))^2) = E(X^2) - E^2(X)$.

6.2. Covarianza: $Cov(X, Y) = E((X - E(X))(Y - E(Y))) = E(XY) - E(X)E(Y)$.

6.3. $V(aX + b) = a^2 V(X)$.

6.4. $V\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n V(X_i) + 2\sum_{i<j} Cov(X_i, X_j)$.

6.5. X, Y indep. $\Rightarrow Cov(X, Y) = 0 \Rightarrow V(X + Y) = V(X) + V(Y)$.

6.6. Desigualdad de Cauchy-Schwarz: $[E(XY)]^2 \leq E(X^2)E(Y^2)$.

6.7. Coeficiente de correlación lineal de Pearson: $\rho(X, Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$.

6.8. $|\rho(X, Y)| \leq 1$ con igualdad si y sólo si $Y = aX + b$.

7. Esperanza y Varianza Condicional.

La esperanza y varianza condicionales, $E(Y|X)$ y $V(Y|X)$, son funciones de la variable aleatoria X definidas, para cada valor x, como la esperanza y varianza de la distribución de la variable aleatoria Y condicionada a $X = x$. Cumplen las siguientes propiedades:

7.1. $E(Y) = E[E(Y|X)]$.

7.2. $V(Y) = E[V(Y|X)] + V[E(Y|X)]$.

8. Desigualdad de Chebyschev y Teorema Central del Límite.

8.1. Desigualdad de Markov: $P(X \geq 0) = 1 \Rightarrow P(X \geq t) \leq \frac{E(X)}{t} \quad \forall t > 0$.

8.2. Desigualdad de Chebyschev: $V(X) < +\infty \Rightarrow P(|X - E(X)| \geq t) \leq \frac{V(X)}{t^2} \quad \forall t > 0$.

8.3. Ley débil de los Grandes Números: Sean $X_1, X_2, \ldots$ variables aleatorias i.i.d. cuya esperanza existe, $E(X_i) = \mu$, y sea $\overline{X}_n$ la media muestral de las n primeras variables aleatorias. Entonces, la sucesión $\overline{X}_1, \ldots, \overline{X}_n, \ldots$ converge en probabilidad a μ, esto es:

$$\forall \varepsilon > 0, \ \lim_{n\to\infty} P(|\overline{X}_n - \mu| < \varepsilon) = 1.$$

8.4. Teorema central del límite de Lindeberg-Levy: Si $X_1, X_2, \ldots$ son variables aleatorias i.i.d. con $E(X_i) = \mu$ y $Var(X_i) = \sigma^2$, entonces $\frac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mu)}{\sigma}$ converge en distribución a una variable aleatoria Normal típica. Esto es:

$$\lim_{n\to\infty} P\left[\frac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mu)}{\sigma} \leq x\right] = \int_{-\infty}^{x} N(t|0,1)dt.$$

En consecuencia, si n es suficientemente grande, la distribución de $\overline{X}_n$ puede aproximarse mediante una distribución Normal de media μ y varianza $\frac{\sigma^2}{n}$.

C. Algunas distribuciones discretas:

9. Bernoulli $Br(p)$.

9.1. Función de probabilidad: $f(x|p) = p^x(1-p)^{1-x}$ si $x = 0, 1$.

9.2. Rango del parámetro: $0 \leq p \leq 1$.

9.3. Media y Varianza: $E(X) = p; \quad Var(X) = p(1-p)$.

10. Binomial $Bi(n, p)$.

10.1. Es la distribución del número de éxitos en n pruebas Bernoulli independientes e idénticamente distribuidas.

10.2. Función de probabilidad: $f(x|n,p) = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x}$ si $x = 0, 1, \ldots, n$.

10.3. Rango de los parámetros: $0 \leq p \leq 1$ y $n = 1, 2, \ldots$.

10.4. Media y Varianza: $E(X) = np; \quad Var(X) = np(1-p)$.

10.5. Función generatriz de momentos: $\Psi(t) = (pe^t + 1 - p)^n$.

10.6. Función característica: $\Phi(t) = (pe^{it} + 1 - p)^n$.

10.7. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes con $X_i \sim Bi(n_i, p)$, entonces:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim Bi\left(\sum_{i=1}^{n} n_i, p\right).$$

10.8. Distribución Bernoulli: $X \sim Br(p)$ si y sólo si $X \sim Bi(1, p)$.

11. Hipergeométrica $Hg(A, B, n)$.

11.1. Función de probabilidad: $f(x|A,B,n) = \dfrac{\binom{A}{x}\binom{B}{n-x}}{\binom{A+B}{n}}$ si $x = 0, \ldots, n$.

11.2. Rango de los parámetros: A, B y n deben ser enteros mayores que 0.

11.3. Media y Varianza: $E(X) = \frac{nA}{A+B}; \quad Var(X) = \frac{nAB(A+B-n)}{(A+B)^2(A+B-1)}$.

11.4. Si X_i, X_j son variables aleatorias Bernoulli representando las extracciones i, j $(i \neq j)$ de una prueba hipergeométrica, entonces:

$$Cov(X_i, X_j) = -\frac{AB}{(A+B)^2(A+B-1)}.$$

11.5. Si X_1, X_2 son dos variables aleatorias independientes con $X_i \sim Bi(n_i, p)$, entonces:

$$X_1|(X_1 + X_2 = k) \sim Hg(n_1, n_2, k).$$

11.6. Si $A + B$ es grande en comparación con n, entonces $Hg(x|A, B, n) \approx Bi\left(x \,\middle|\, n, \frac{A}{A+B}\right)$.

12. Geométrica $Ge(p)$.

12.1. Es la distribución del número de fracasos antes del primer éxito en una sucesión de pruebas Bernoulli independientes e idénticamente distribuidas.

12.2. Función de probabilidad: $f(x|p) = p(1-p)^x$ si $x = 0, 1, 2, \ldots$

12.3. Rango del parámetro: $0 \leq p \leq 1$.

12.4. Media y Varianza: $E(X) = \frac{1-p}{p}; \quad Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$.

13. Binomial Negativa $Bn(r, p)$.

13.1. Es la distribución del número de fracasos antes del éxito r en una sucesión de pruebas Bernoulli independientes e idénticamente distribuidas.

13.2. Función de probabilidad: $f(x|r,p) = \binom{r+x-1}{x} p^r (1-p)^x$ si $x = 0, 1, 2, \ldots$

13.3. Rango de los parámetros: $0 \leq p \leq 1$ y $r = 1, 2, \ldots$.

13.4. Media y Varianza: $E(X) = \frac{r(1-p)}{p}$; $\quad Var(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$.

13.5. Función generatriz de momentos: $\Psi(t) = \left[\frac{p}{1-(1-p)e^t}\right]^r$ para $t < \log\left(\frac{1}{1-p}\right)$.

13.6. Función característica: $\Phi(t) = \left[\frac{p}{1-(1-p)e^{it}}\right]^r$.

13.7. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ v.a. independientes, $X_i \sim Bn(r_i, p)$ $i = 1, 2, \ldots, n$, entonces:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim Bn\left(\sum_{i=1}^{n} r_i, p\right).$$

13.8. Distribución Geométrica: $X \sim Ge(p)$ si y sólo si $X \sim Bn(1, p)$.

14. Poisson $Po(\lambda)$.

14.1. Función de probabilidad: $f(x|\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$ si $x = 0, 1, \ldots$

14.2. Rango del parámetro: $\lambda > 0$.

14.3. Media y Varianza: $E(X) = Var(X) = \lambda$.

14.4. Función generatriz de momentos: $\Psi(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}$.

14.5. Función característica: $\Phi(t) = e^{\lambda(e^{it} - 1)}$.

14.6. Si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ son variables aleatorias independientes, $X_i \sim Po(\lambda_i)$, entonces:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim Po\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right).$$

14.7. Si X_1, X_2 son variables aleatorias independientes con $X_i \sim Po(\lambda_i)$ $i = 1, 2$, entonces:

$$X_1|(X_1 + X_2 = k) \sim Bi\left(k, \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}\right).$$

14.8. Si n tiende a infinito y p tiende a cero, permaneciendo $np = \lambda$ constante, entonces:

$$Bi(x|n,p) \text{ converge a } Po(x|\lambda).$$

14.9. Si n tiende a infinito y $(1-p)$ tiende a cero, permaneciendo $n(1-p) = \lambda$ constante, entonces la función de probabilidad $Bn(x|r,p)$ converge a la función de probabilidad $Po(x|\lambda)$.

D. Algunas distribuciones absolutamente continuas:

15. Uniforme $Un(\alpha, \beta)$.

15.1. Función de densidad: $f(x|\alpha,\beta) = \frac{1}{\beta-\alpha}$ si $\alpha < x < \beta$.

15.2. Rango de los parámetros: $-\infty < \alpha < \beta < +\infty$.

15.3. Media y Varianza: $E(X) = \frac{\alpha+\beta}{2}$; $\quad Var(X) = \frac{(\beta-\alpha)^2}{12}$.

15.4. Si X se distribuye $Un(\alpha,\beta)$, entonces $Y = \frac{X-\alpha}{\beta-\alpha}$ se distribuye $Un(0,1)$.

16. Normal $N(\mu, \sigma^2)$.

16.1. Función de densidad: $f(x|\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}$ $\forall x \in \mathbb{R}$.

16.2. Rango de los parámetros: $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma^2 > 0$.

16.3. Media y Varianza: $E(X) = \mu$; $\quad Var(X) = \sigma^2$.

16.4. Función generatriz de momentos: $\Psi(t) = \exp\{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\}$.

16.5. Función característica: $\Phi(t) = \exp\{i\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\}$.

16.6. Si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ son variables aleatorias independientes, $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, entonces:

$$b + \sum_{i=1}^n a_i X_i \sim N\left(b + \sum_{i=1}^n a_i\mu_i, \sum_{i=1}^n a_i^2\sigma_i^2\right).$$

17. Gamma $Ga(\alpha, \beta)$.

17.1. Función Gamma de Euler: $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1}\exp\{-x\}dx$, que existe y es finita $\forall\alpha > 0$. Algunas de sus propiedade: $\Gamma(1) = \Gamma(2) = 1$; $\Gamma(0.5) = \sqrt{\pi}$, y $\Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha) \quad \forall\alpha > 0$.

17.2. Función de densidad: $f(x|\alpha,\ \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$ si $x > 0$.

17.3. Rango de los parámetros: $\alpha > 0$ y $\beta > 0$.

17.4. Media y Varianza: $E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$, $\quad Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$.

17.5. Función generatriz de momentos: $\Psi(t) = \left(\frac{\beta}{\beta-t}\right)^\alpha$ si $t < \beta$.

17.6. Función característica: $\Phi(t) = \left(\frac{\beta}{\beta-it}\right)^\alpha$.

17.7. Si $X_1, \ldots, X_n$ son variables aleatorias independientes, $X_i \sim Ga(\alpha_i, \beta)$, entonces:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim Ga\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i, \beta\right).$$

17.8. Si $X \sim Ga(\alpha,\beta)$, entonces: $aX \sim Ga(\alpha, \beta/a)$.

18. Exponencial $Ex(\lambda)$.

18.1. $X \sim Ex(\lambda)$ si y sólo si $X \sim Ga(1,\lambda)$.

18.2. Falta de memoria. Si $X \sim Ex(\lambda)$, entonces $P(X > h + s|X > h) = Pr(X > s)$, $\forall h > 0$ y $\forall s > 0$.

18.3. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas de manera que $X_i \sim Ex(\lambda)$. Sean $Y_1, \ldots, Y_n$ los estadísticos de orden de la muestra aleatoria anterior. Entonces $Y_1 \sim Ex(n\lambda)$ e $Y_{i+1} - Y_i \sim Ex((n-i)\lambda)$, para $i = 1, \ldots, n-1$.

19. Ji-Cuadrado $\chi^2(\nu)$.

19.1. $X \sim \chi^2(\nu)$ si y sólo si $X \sim Ga(\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2})$.

19.2. $X \sim Ga(\alpha,\beta)$ si y sólo si $Y = 2\beta X \sim \chi^2(2\alpha)$.

19.3. $X \sim N(0,1)$, entonces $X^2 \sim \chi^2(1)$.

19.4. Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias i.i.d. $N(0,1)$, entonces $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$.

20. Beta $Be(\alpha,\beta)$.

20.1. Función de densidad: $f(x|\alpha,\beta)=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}$ si $0<x<1$.

20.2. Rango de los parámetros: $\alpha>0$ y $\beta>0$.

20.3. Media y Varianza: $E(X)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$; $Var(X)=\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$

20.4. Función generatriz de momentos: $1+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{r=0}^{k-1}\frac{\alpha+r}{\alpha+\beta+r}\right)\frac{t^k}{k!}$.

20.5. Si $X\sim Be(\alpha,\beta)$, entonces: $1-X\sim Be(\beta,\alpha)$.

20.6. Si X e Y son dos variables aleatorias independientes, con $X\sim Ga(\alpha_1,\beta)$ e $Y\sim Ga(\alpha_2,\beta)$, entonces $\frac{X}{X+Y}$ y $(X+Y)$ son variables aleatorias independientes con distribuciones $Be(\alpha_1,\alpha_2)$ y $Ga(\alpha_1+\alpha_2,\beta)$ respectivamente.

20.7. Distribución Uniforme: $X\sim Un(0,1)$ si y sólo si $X\sim Be(1,1)$.

21. Cauchy $Ca(\mu,\sigma)$.

21.1. Función de densidad: $f(x)=\left[\pi\left(1+(\frac{x-\mu}{\sigma})^2\right)\right]^{-1}\ \forall x\in\mathbb{R}$.

21.2. Rango de los parámetros: $\mu\in\mathbb{R}$ y $\sigma>0$.

21.3. Momentos: No existe ningún momento.

21.4. Si X_1 y X_2 son variables aleatorias independientes con distribución $N(0,1)$ entonces su cociente, X_1/X_2, sigue una distribución $Ca(0,1)$.

22. t-Student $t(\nu)$.

22.1. Función de densidad: $f(x)=\frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma(\frac{\nu}{2})}\left(1+\frac{x^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}\quad\forall x\in\mathbb{R}$.

22.2. Rango del parámetro: $\nu>0$.

22.3. Momentos $E(X^k)=\frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})\Gamma(\frac{\nu-k}{2})}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{\nu}{2})}\nu^{k/2}$ si k es par y menor que ν.

$E(X^k)=0$ si k impar y menor que ν.

$E(X^k)$ no existe si $k\geq\nu$.

22.4. Media y Varianza: $E(x)=0$ si $\nu>1$, $Var(X)=\frac{\nu}{\nu-2}$ si $\nu>2$.

22.5. Si $Z\sim N(0,1)$ e $Y\sim\chi^2(\nu)$ son independientes, entonces: $X=\frac{Z}{\sqrt{Y/\nu}}\sim t(\nu)$.

22.6. Distribución Cauchy: X se distribuye $Ca(0,1)$ si y sólo si $X\sim t(1)$.

23. F-Snedecor $F(m,n)$.

23.1. Función de densidad: $f(x)=\frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})}m^{m/2}n^{n/2}\frac{x^{m/2-1}}{(mx+n)^{(m+n)/2}}$ si $x>0$.

23.2. Rango de los parámetros: $m>0$ y $n>0$.

23.3. Momentos: $E(X^k)=\frac{\Gamma(\frac{m+2k}{2})\Gamma(\frac{n-2k}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})}(\frac{n}{m})^k$ para $k<\frac{n}{2}$.

$E(X^k)$ no existe para $k\geq\frac{n}{2}$.

23.4. Media y Varianza: $E(X)=\frac{n}{(n-2)}$ si $n>2$, $Var(X)=\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ si $n>4$.

23.5. Sean $Y\sim\chi^2(m)$ y $Z\sim\chi^2(n)$ dos variables aleatorias independientes, entonces $X=\frac{Y/m}{Z/n}$ tiene una distribución $F(m,n)$.

23.6. Si $X\sim t(\nu)$ entonces $X^2\sim F(1,\nu)$.

23.7. Si $X\sim F(m,n)$, entonces $Y=1/X\sim F(n,m)$.

23.8. Si $X\sim F(m,n)$, entonces $\frac{mX}{mX+n}\sim Be(m/2,n/2)$.

E. Algunas tablas[1] estadísticas:

24. Tabla de dígitos aleatorios.

53 31 80 21 38	18 82 43 58 61	14 88 58 66 36	49 10 54 97 70	32 03 60 99 43	07 63 20 40 26
00 51 38 67 02	49 83 43 99 98	24 43 78 71 61	68 47 37 18 68	33 41 82 08 43	06 85 87 98 11
94 07 62 39 95	47 66 70 89 99	06 97 95 68 32	96 23 24 20 32	38 96 16 03 02	01 66 11 05 36
20 64 32 47 85	31 48 41 68 20	50 70 46 95 34	49 51 66 56 25	57 04 96 42 84	37 63 73 71 23
10 34 61 16 84	53 17 76 14 49	47 77 50 67 22	38 38 35 01 73	17 30 61 39 57	31 28 07 28 65
47 06 42 80 98	52 73 54 40 73	42 04 09 58 89	99 01 65 00 99	73 69 92 63 21	18 41 73 12 62
94 86 54 62 94	06 73 20 30 03	24 70 73 35 00	42 51 92 67 74	90 16 61 52 23	45 87 89 61 31
56 04 43 36 60	87 17 27 57 61	08 00 09 06 27	75 79 36 53 04	41 68 21 28 49	05 92 05 27 98
92 44 72 06 38	61 02 23 77 43	09 42 10 11 63	01 24 47 63 77	50 83 44 35 77	63 99 63 37 94
79 68 48 89 63	80 19 59 52 00	47 38 67 20 03	64 96 39 26 12	31 14 86 25 81	43 40 19 34 54
19 89 63 18 85	60 62 68 99 97	30 81 58 94 76	32 06 02 57 81	59 25 47 88 08	99 23 45 99 80
29 03 68 58 48	71 89 89 36 84	77 09 64 14 78	17 55 23 08 68	99 93 63 95 26	05 28 02 51 35
68 96 33 64 51	26 45 35 18 92	28 95 61 50 71	78 53 34 89 23	27 44 71 81 19	71 78 88 52 39
14 40 89 55 10	97 05 80 93 74	90 12 01 37 75	97 13 28 25 87	06 47 73 28 99	12 61 69 90 09
94 53 41 76 55	31 01 54 23 88	04 98 53 83 33	81 95 50 97 53	60 22 42 78 34	52 04 75 89 18
45 48 99 84 95	01 12 08 93 66	59 40 77 72 47	48 99 06 34 37	54 62 47 63 82	60 35 72 79 69
20 43 24 96 72	43 68 20 95 33	83 55 69 38 14	52 79 21 39 11	83 50 88 90 91	46 93 41 21 58
03 36 66 09 38	67 43 05 00 09	53 19 97 90 86	59 18 66 99 12	36 12 25 73 31	60 33 88 52 58
24 93 00 06 35	19 90 58 93 78	33 63 04 79 15	61 83 55 72 31	85 96 39 01 22	96 67 83 30 38
99 78 20 60 40	15 39 81 05 27	84 07 90 39 87	62 61 15 96 20	39 18 97 86 45	14 49 20 19 52
29 64 02 01 74	53 71 37 25 82	22 11 24 23 65	65 38 29 38 44	20 12 41 54 44	31 42 83 92 07
55 69 68 59 13	75 47 58 62 95	36 40 97 39 87	55 36 84 57 25	30 56 25 83 96	15 54 30 36 16
50 81 05 93 11	90 25 30 10 54	44 80 99 11 96	95 09 01 95 78	98 36 65 72 43	17 61 44 14 84
50 41 88 28 19	59 50 81 92 02	86 25 68 37 02	30 87 50 22 07	07 30 81 24 98	84 34 82 60 11
92 93 40 40 73	98 51 35 99 48	65 12 07 27 30	54 02 73 93 10	78 98 73 40 91	19 39 00 79 76
16 77 18 66 39	51 62 11 59 91	69 86 76 38 60	32 67 12 30 11	11 01 71 50 49	05 94 11 73 06
19 56 17 81 88	41 80 45 58 24	78 35 03 24 05	11 04 74 05 99	19 65 26 01 45	52 10 03 12 57
48 45 40 41 49	11 93 42 99 69	28 48 18 57 41	29 01 66 23 58	01 49 65 46 71	69 74 24 59 28
95 05 84 55 37	43 96 59 25 71	33 84 61 55 42	55 38 62 23 70	23 31 41 78 35	26 96 82 75 84
07 92 51 34 69	23 60 39 15 22	94 02 22 20 00	42 30 50 50 83	96 28 42 33 14	96 96 16 79 08
18 39 04 50 43	87 51 17 89 17	09 34 04 00 23	31 30 36 16 10	88 76 15 83 08	60 63 79 94 75
52 88 07 78 80	97 19 31 57 05	32 67 80 81 78	61 95 61 50 54	75 26 85 59 26	08 18 01 12 55
36 81 94 58 52	02 70 14 77 75	68 99 75 22 99	50 90 21 22 93	05 54 92 17 72	67 60 39 36 84
10 55 49 18 28	92 84 73 37 80	67 54 60 68 53	88 02 92 17 22	35 41 30 68 48	17 79 98 34 15
24 19 12 22 04	27 12 33 36 76	67 02 64 35 83	91 29 61 31 02	92 83 39 51 96	58 26 00 16 27
12 50 23 74 06	91 58 06 31 75	64 87 20 96 79	61 85 23 74 96	69 13 69 72 08	27 49 27 56 31
05 87 33 42 13	39 48 05 65 85	81 63 65 79 16	01 91 42 78 44	58 19 81 09 62	59 65 09 83 60
45 21 12 41 80	43 19 73 06 21	28 21 41 58 43	44 97 29 94 39	63 13 95 89 16	62 93 26 46 57
39 89 05 30 00	82 95 60 76 12	29 06 73 68 88	80 22 22 13 45	94 86 78 62 41	50 51 25 97 53
58 94 70 15 61	40 93 82 11 87	65 49 21 81 98	59 83 31 23 99	56 00 61 74 44	91 72 11 77 97

[1] Estas tablas se han construido con ayuda de las funciones del SPSS8.0, excepto la tabla de dígitos aleatorios. Para esa tabla se ha utilizado el algoritmo de Wichmann y Hill, por lo que en realidad es una tabla de pseudodígitos aleatorios.

25a. Función de distribución Binomial.

n	k	$p=0.1$	$p=0.2$	$p=0.25$	$p=0.3$	$p=0.4$	$p=0.5$
2	0	0.8100	0.6400	0.5625	0.4900	0.3600	0.2500
	1	0.9900	0.9600	0.9375	0.9100	0.8400	0.7500
3	0	0.7290	0.5120	0.4219	0.3430	0.2160	0.1250
	1	0.9720	0.8960	0.8438	0.7840	0.6480	0.5000
	2	0.9990	0.9920	0.9844	0.9730	0.9360	0.8750
4	0	0.6561	0.4096	0.3164	0.2401	0.1296	0.0625
	1	0.9477	0.8192	0.7383	0.6517	0.4752	0.3125
	2	0.9963	0.9728	0.9492	0.9163	0.8208	0.6875
	3	0.9999	0.9984	0.9961	0.9919	0.9744	0.9375
5	0	0.5905	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0313
	1	0.9185	0.7373	0.6328	0.5282	0.3370	0.1875
	2	0.9914	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000
	3	0.9995	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125
	4	1.0000	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688
6	0	0.5314	0.2621	0.1780	0.1176	0.0467	0.0156
	1	0.8857	0.6554	0.5339	0.4202	0.2333	0.1094
	2	0.9842	0.9011	0.8306	0.7443	0.5443	0.3438
	3	0.9987	0.9830	0.9624	0.9295	0.8208	0.6562
	4	0.9999	0.9984	0.9954	0.9891	0.9590	0.8906
	5	1.0000	0.9999	0.9998	0.9993	0.9959	0.9844
7	0	0.4783	0.2097	0.1335	0.0824	0.0280	0.0078
	1	0.8503	0.5767	0.4449	0.3294	0.1586	0.0625
	2	0.9743	0.8520	0.7564	0.6471	0.4199	0.2266
	3	0.9973	0.9667	0.9294	0.8740	0.7102	0.5000
	4	0.9998	0.9953	0.9871	0.9712	0.9037	0.7734
	5	1.0000	0.9996	0.9987	0.9962	0.9812	0.9375
	6	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9984	0.9922
8	0	0.4305	0.1678	0.1001	0.0576	0.0168	0.0039
	1	0.8131	0.5033	0.3671	0.2553	0.1064	0.0352
	2	0.9619	0.7969	0.6785	0.5518	0.3154	0.1445
	3	0.9950	0.9437	0.8862	0.8059	0.5941	0.3633
	4	0.9996	0.9896	0.9727	0.9420	0.8263	0.6367
	5	1.0000	0.9988	0.9958	0.9887	0.9502	0.8555
	6	1.0000	0.9999	0.9996	0.9987	0.9915	0.9648
	7	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9961
9	0	0.3874	0.1342	0.0751	0.0404	0.0101	0.0020
	1	0.7748	0.4362	0.3003	0.1960	0.0705	0.0195
	2	0.9470	0.7382	0.6007	0.4628	0.2318	0.0898
	3	0.9917	0.9144	0.8343	0.7297	0.4826	0.2539
	4	0.9991	0.9804	0.9511	0.9012	0.7334	0.5000
	5	0.9999	0.9969	0.9900	0.9747	0.9006	0.7461
	6	1.0000	0.9997	0.9987	0.9957	0.9750	0.9102
	7	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996	0.9962	0.9805
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9980

25b. Función de distribución Binomial. (Continuación)

n	k	$p = 0.1$	$p = 0.2$	$p = 0.25$	$p = 0.3$	$p = 0.4$	$p = 0.5$
10	0	0.3487	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010
	1	0.7361	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107
	2	0.9298	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547
	3	0.9872	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719
	4	0.9984	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770
	5	0.9999	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230
	6	1.0000	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281
	7	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453
	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990
15	0	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000
	1	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005
	2	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037
	3	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176
	4	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592
	5	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509
	6	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036
	7	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000
	8	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964
	9	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491
	10	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408
	11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	0	0.1216	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000
	1	0.3917	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000
	2	0.6769	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002
	3	0.8670	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013
	4	0.9568	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059
	5	0.9887	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207
	6	0.9976	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577
	7	0.9996	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316
	8	0.9999	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517
	9	1.0000	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119
	10	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881
	11	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483
	12	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684
	13	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

26. Función de distribución Poisson.

x	$\lambda=1$	$\lambda=2$	$\lambda=3$	$\lambda=4$	$\lambda=5$	$\lambda=6$	$\lambda=7$	$\lambda=8$	$\lambda=9$	$\lambda=10$	x
0	0.3679	0.1353	0.0498	0.0183	0.0067	0.0025	0.0009	0.0003	0.0001	0.0000	0
1	0.7358	0.4060	0.1991	0.0916	0.0404	0.0174	0.0073	0.0030	0.0012	0.0005	1
2	0.9197	0.6767	0.4232	0.2381	0.1247	0.0620	0.0296	0.0138	0.0062	0.0028	2
3	0.9810	0.8571	0.6472	0.4335	0.2650	0.1512	0.0818	0.0424	0.0212	0.0103	3
4	0.9963	0.9473	0.8153	0.6288	0.4405	0.2851	0.1730	0.0996	0.0550	0.0293	4
5	0.9994	0.9834	0.9161	0.7851	0.6160	0.4457	0.3007	0.1912	0.1157	0.0671	5
6	0.9999	0.9955	0.9665	0.8893	0.7622	0.6063	0.4497	0.3134	0.2068	0.1301	6
7	1.0000	0.9989	0.9881	0.9489	0.8666	0.7440	0.5987	0.4530	0.3239	0.2202	7
8		0.9998	0.9962	0.9786	0.9319	0.8472	0.7291	0.5925	0.4557	0.3328	8
9		1.0000	0.9989	0.9919	0.9682	0.9161	0.8305	0.7166	0.5874	0.4579	9
10			0.9997	0.9972	0.9863	0.9574	0.9015	0.8159	0.7060	0.5830	10
11			0.9999	0.9991	0.9945	0.9799	0.9467	0.8881	0.8030	0.6968	11
12			1.0000	0.9997	0.9980	0.9912	0.9730	0.9362	0.8758	0.7916	12
13				0.9999	0.9993	0.9964	0.9872	0.9658	0.9261	0.8645	13
14				1.0000	0.9998	0.9986	0.9943	0.9827	0.9585	0.9165	14
15					0.9999	0.9995	0.9976	0.9918	0.9780	0.9513	15
16					1.0000	0.9998	0.9990	0.9963	0.9889	0.9730	16
17						0.9999	0.9996	0.9984	0.9947	0.9857	17
18						1.0000	0.9999	0.9993	0.9976	0.9928	18
19							1.0000	0.9997	0.9989	0.9965	19
20								0.9999	0.9996	0.9984	20
21								1.0000	0.9998	0.9993	21
22									0.9999	0.9997	22
23									1.0000	0.9999	23
24										1.0000	24

27. Función de Distribución de la Normal Típica.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

28. Algunos cuantiles de la Normal Típica.

α	q_α	α	q_α	α	q_α	α	q_α	α	q_α
0.55	0.126	0.80	0.842	0.93	1.476	0.9800	2.054	0.999900	3.719
0.60	0.253	0.85	1.036	0.94	1.555	0.9900	2.326	0.999950	3.891
0.65	0.385	0.90	1.282	0.95	1.645	0.9950	2.576	0.999990	4.265
0.70	0.524	0.91	1.341	0.96	1.751	0.9990	3.090	0.999995	4.417
0.75	0.674	0.92	1.405	0.97	1.881	0.9995	3.291	0.999999	4.753

29. Cuantiles de la distribución t-Student.

g.l.	Orden de los cuantiles											
	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95	.975	.99	.995
1	0.158	0.325	0.510	0.727	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.142	0.289	0.445	0.617	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.137	0.277	0.424	0.584	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.134	0.271	0.414	0.569	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.132	0.267	0.408	0.559	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.131	0.265	0.404	0.553	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.130	0.263	0.402	0.549	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.130	0.262	0.399	0.546	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.129	0.261	0.398	0.543	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.129	0.260	0.397	0.542	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.129	0.260	0.396	0.540	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.128	0.259	0.395	0.539	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.128	0.259	0.394	0.538	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.128	0.258	0.393	0.537	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.128	0.258	0.393	0.536	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.128	0.258	0.392	0.535	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.128	0.257	0.392	0.534	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.127	0.257	0.392	0.534	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.127	0.257	0.391	0.533	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.127	0.257	0.391	0.533	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.127	0.257	0.391	0.532	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.127	0.256	0.390	0.532	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.127	0.256	0.390	0.532	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.127	0.256	0.390	0.531	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.127	0.256	0.390	0.531	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.127	0.256	0.389	0.531	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.127	0.256	0.389	0.530	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	0.127	0.256	0.389	0.530	0.682	0.853	1.054	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	0.127	0.255	0.389	0.530	0.682	0.853	1.054	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	0.127	0.255	0.389	0.530	0.682	0.853	1.053	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733
34	0.127	0.255	0.389	0.529	0.682	0.852	1.052	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	0.127	0.255	0.388	0.529	0.682	0.852	1.052	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
40	0.126	0.255	0.388	0.529	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	0.126	0.255	0.388	0.528	0.680	0.850	1.049	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	0.126	0.255	0.388	0.528	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
60	0.126	0.254	0.387	0.527	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
70	0.126	0.254	0.387	0.527	0.678	0.847	1.044	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
80	0.126	0.254	0.387	0.526	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
90	0.126	0.254	0.387	0.526	0.677	0.846	1.042	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
100	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
120	0.126	0.254	0.386	0.526	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

30a. Cuantiles de la distribución Ji Cuadrado[2].

g.l.	Orden de los cuantiles								
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40
1	0.0000	0.0002	0.0010	0.0039	0.0158	0.0642	0.1015	0.1485	0.2750
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	0.2107	0.4463	0.5754	0.7133	1.0217
3	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	1.0052	1.2125	1.4237	1.8692
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.0636	1.6488	1.9226	2.1947	2.7528
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.1455	1.6103	2.3425	2.6746	2.9999	3.6555
6	0.6757	0.8721	1.2373	1.6354	2.2041	3.0701	3.4546	3.8276	4.5702
7	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	2.8331	3.8223	4.2549	4.6713	5.4932
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895	4.5936	5.0706	5.5274	6.4226
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682	5.3801	5.8988	6.3933	7.3570
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652	6.1791	6.7372	7.2672	8.2955
11	2.6032	3.0535	3.8157	4.5748	5.5778	6.9887	7.5841	8.1479	9.2373
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038	7.8073	8.4384	9.0343	10.182
13	3.5650	4.1069	5.0088	5.8919	7.0415	8.6339	9.2991	9.9257	11.129
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895	9.4673	10.165	10.821	12.078
15	4.6009	5.2293	6.2621	7.2609	8.5468	10.307	11.036	11.721	13.030
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122	11.152	11.912	12.624	13.983
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.085	12.002	12.792	13.531	14.937
18	6.2648	7.0149	8.2307	9.3905	10.865	12.857	13.675	14.440	15.893
19	6.8440	7.6327	8.9065	10.117	11.651	13.716	14.562	15.352	16.850
20	7.4338	8.2604	9.5908	10.851	12.443	14.578	15.452	16.266	17.809
21	8.0337	8.8972	10.283	11.591	13.240	15.445	16.344	17.182	18.768
22	8.6427	9.5425	10.982	12.338	14.042	16.314	17.240	18.101	19.729
23	9.2604	10.196	11.689	13.090	14.848	17.187	18.137	19.021	20.690
24	9.8862	10.856	12.401	13.848	15.659	18.062	19.037	19.943	21.653
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	18.940	19.939	20.867	22.616
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	19.820	20.843	21.792	23.579
27	11.808	12.878	14.573	16.151	18.114	20.703	21.749	22.719	24.544
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	21.588	22.657	23.647	25.509
29	13.121	14.257	16.047	17.708	19.768	22.475	23.567	24.577	26.475
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	23.364	24.478	25.508	27.442
31	14.458	15.656	17.539	19.281	21.434	24.255	25.390	26.440	28.409
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	25.148	26.304	27.373	29.376
33	15.815	17.073	19.047	20.867	23.110	26.042	27.219	28.307	30.344
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	26.938	28.136	29.242	31.313
35	17.192	18.509	20.569	22.465	24.797	27.836	29.054	30.178	32.282
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	28.735	29.973	31.115	33.252
37	18.586	19.960	22.106	24.075	26.492	29.635	30.893	32.053	34.222
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	30.537	31.815	32.992	35.192
39	19.996	21.426	23.654	25.695	28.196	31.441	32.737	33.931	36.163
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.051	32.345	33.660	34.872	37.134
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	41.449	42.942	44.313	46.864
60	35.535	37.485	40.482	43.188	46.459	50.641	52.294	53.809	56.620
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	59.898	61.698	63.346	66.396
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	69.207	71.145	72.915	76.188
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	78.558	80.625	82.511	85.993
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	87.945	90.133	92.129	95.808

[2] Para mayores grados de libertad puede utilizarse el Teorema Central del límite: Si X es Ji-cuadrado con n grados de libertad, n suficientemente grande, entonces $Z = \frac{X-n}{\sqrt{2n}}$ sigue, aproximadamente, una distribución Normal Típica.

30b. Cuantiles de la distribución Ji Cuadrado[3]. (Continuación).

g.l.	Orden de los cuantiles									
	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.4549	0.7083	1.0742	1.3233	1.6424	2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	1.3863	1.8326	2.4079	2.7726	3.2189	4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.597
3	2.3660	2.9462	3.6649	4.1083	4.6416	6.2514	7.8147	9.3484	11.345	12.838
4	3.3567	4.0446	4.8784	5.3853	5.9886	7.7794	9.4877	11.143	13.277	14.860
5	4.3515	5.1319	6.0644	6.6257	7.2893	9.2364	11.071	12.833	15.086	16.750
6	5.3481	6.2108	7.2311	7.8408	8.5581	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	6.3458	7.2832	8.3834	9.0371	9.8032	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	7.3441	8.3505	9.5245	10.219	11.030	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	8.3428	9.4136	10.656	11.389	12.242	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	9.3418	10.473	11.781	12.549	13.442	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	10.341	11.530	12.899	13.701	14.631	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	11.340	12.584	14.011	14.845	15.812	18.549	21.026	23.337	26.217	28.299
13	12.340	13.636	15.119	15.984	16.985	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	13.339	14.685	16.222	17.117	18.151	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	14.339	15.733	17.322	18.245	19.311	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	15.339	16.779	18.418	19.369	20.465	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	16.338	17.824	19.511	20.489	21.615	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	17.338	18.868	20.601	21.605	22.760	25.989	28.869	31.526	34.805	37.157
19	18.338	19.910	21.689	22.718	23.900	27.204	30.143	32.852	36.191	38.582
20	19.337	20.951	22.774	23.828	25.038	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	20.337	21.992	23.858	24.935	26.171	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	21.337	23.031	24.939	26.039	27.302	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	22.337	24.069	26.018	27.141	28.429	32.007	35.173	38.076	41.638	44.181
24	23.337	25.106	27.096	28.241	29.553	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	24.337	26.143	28.172	29.339	30.675	34.382	37.653	40.646	44.314	46.928
26	25.337	27.179	29.246	30.435	31.795	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	26.336	28.214	30.319	31.528	32.912	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645
28	27.336	29.249	31.391	32.620	34.027	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	28.336	30.282	32.461	33.711	35.139	39.088	42.557	45.722	49.588	52.336
30	29.336	31.316	33.530	34.800	36.250	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	30.336	32.349	34.598	35.887	37.359	41.422	44.985	48.232	52.191	55.003
32	31.336	33.381	35.665	36.973	38.466	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	32.336	34.413	36.731	38.057	39.572	43.745	47.400	50.725	54.776	57.648
34	33.336	35.444	37.795	39.141	40.676	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	34.336	36.475	38.859	40.223	41.778	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275
36	35.336	37.505	39.922	41.304	42.879	47.212	50.999	54.437	58.619	61.581
37	36.335	38.535	40.984	42.383	43.978	48.363	52.192	55.668	59.893	62.883
38	37.335	39.564	42.045	43.462	45.076	49.513	53.383	56.896	61.162	64.181
39	38.335	40.593	43.105	44.540	46.173	50.660	54.572	58.120	62.428	65.476
40	39.335	41.622	44.165	45.616	47.269	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	49.335	51.892	54.723	56.334	58.164	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	59.335	62.135	65.227	66.981	68.972	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	69.335	72.358	75.689	77.577	79.715	85.527	90.531	95.023	100.43	104.21
80	79.334	82.566	86.120	88.130	90.405	96.578	101.88	106.63	112.33	116.32
90	89.334	92.761	96.524	98.650	101.05	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30
100	99.334	102.95	106.91	109.14	111.67	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

[3] Para mayores grados de libertad puede utilizarse el Teorema Central del límite: Si X es Ji-cuadrado con n grados de libertad, n suficientemente grande, entonces $Z = \frac{X-n}{\sqrt{2n}}$ sigue, aproximadamente, una distribución Normal Típica.

31. Cuantiles 0.95 de las distribuciones F con k y m grados de libertad.

	k, grados de libertad del numerador											
m	1	2	3	4	5	8	12	15	20	30	60	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	238.9	243.9	245.9	248.0	250.1	252.2	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.37	19.41	19.43	19.45	19.46	19.48	19.50
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.014	8.845	8.745	8.703	8.660	8.617	8.572	8.526
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.041	5.912	5.858	5.802	5.746	5.688	5.628
5	6.608	5.786	5.410	5.192	5.050	4.818	4.678	4.619	4.558	4.496	4.431	4.365
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.147	4.000	3.938	3.874	3.808	3.740	3.669
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.971	3.726	3.575	3.511	3.444	3.376	3.304	3.230
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.688	3.438	3.284	3.218	3.150	3.079	3.005	2.928
9	5.117	4.256	3.862	3.633	3.482	3.230	3.073	3.006	2.937	2.864	2.787	2.707
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.072	2.913	2.845	2.774	2.700	2.621	2.538
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	2.948	2.788	2.719	2.646	2.570	2.490	2.405
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.849	2.687	2.617	2.544	2.466	2.384	2.296
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.767	2.604	2.533	2.459	2.380	2.297	2.206
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.699	2.534	2.463	2.388	2.308	2.223	2.131
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.641	2.475	2.403	2.328	2.247	2.160	2.066
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.591	2.425	2.352	2.276	2.194	2.106	2.010
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.548	2.381	2.308	2.230	2.148	2.058	1.960
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.510	2.342	2.269	2.191	2.107	2.017	1.917
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.477	2.308	2.234	2.155	2.071	1.980	1.878
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.447	2.278	2.203	2.124	2.039	1.946	1.843
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.421	2.250	2.176	2.096	2.010	1.916	1.812
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.397	2.226	2.151	2.071	1.984	1.889	1.783
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.375	2.204	2.128	2.048	1.961	1.865	1.757
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.355	2.183	2.108	2.027	1.939	1.842	1.733
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.337	2.165	2.089	2.007	1.919	1.822	1.711
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.320	2.148	2.072	1.990	1.901	1.803	1.691
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.305	2.132	2.056	1.974	1.884	1.785	1.672
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.291	2.118	2.041	1.959	1.869	1.769	1.654
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.278	2.105	2.027	1.945	1.854	1.754	1.638
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.266	2.092	2.015	1.932	1.841	1.740	1.622
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.450	2.180	2.003	1.924	1.839	1.744	1.637	1.509
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.097	1.917	1.836	1.748	1.649	1.534	1.389
90	3.947	3.098	2.706	2.473	2.316	2.043	1.861	1.779	1.688	1.586	1.465	1.302
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.016	1.834	1.750	1.659	1.554	1.429	1.254
∞	3.842	2.996	2.605	2.372	2.214	1.938	1.752	1.666	1.571	1.459	1.318	1.000

32. Cuantiles 0.90 de las distribuciones F con k y m grados de libertad.

	k, grados de libertad del numerador											
m	1	2	3	4	5	8	12	15	20	30	60	∞
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	59.44	60.71	61.22	61.74	62.26	62.79	63.33
2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.367	9.408	9.425	9.441	9.458	9.475	9.491
3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.252	5.216	5.200	5.185	5.168	5.151	5.134
4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	3.955	3.895	3.870	3.844	3.817	3.790	3.761
5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.339	3.268	3.238	3.207	3.174	3.140	3.105
6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	2.983	2.905	2.871	2.836	2.800	2.762	2.722
7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.752	2.668	2.632	2.595	2.556	2.514	2.471
8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.589	2.502	2.464	2.425	2.383	2.339	2.293
9	3.360	3.007	2.813	2.693	2.611	2.469	2.379	2.340	2.298	2.255	2.208	2.159
10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.377	2.284	2.243	2.201	2.155	2.107	2.055
11	3.225	2.859	2.660	2.536	2.451	2.304	2.209	2.167	2.123	2.076	2.026	1.972
12	3.177	2.807	2.605	2.480	2.394	2.245	2.147	2.105	2.060	2.011	1.960	1.904
13	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.195	2.097	2.053	2.007	1.958	1.904	1.846
14	3.102	2.727	2.522	2.395	2.307	2.154	2.054	2.010	1.962	1.912	1.857	1.797
15	3.073	2.695	2.490	2.361	2.273	2.118	2.017	1.972	1.924	1.873	1.817	1.755
16	3.048	2.668	2.462	2.333	2.244	2.088	1.985	1.940	1.891	1.839	1.782	1.718
17	3.026	2.645	2.437	2.308	2.218	2.061	1.958	1.912	1.862	1.809	1.751	1.686
18	3.007	2.624	2.416	2.286	2.196	2.038	1.933	1.887	1.837	1.783	1.723	1.657
19	2.990	2.606	2.397	2.266	2.176	2.017	1.912	1.865	1.814	1.759	1.699	1.631
20	2.975	2.589	2.380	2.249	2.158	1.998	1.892	1.845	1.794	1.738	1.677	1.607
21	2.961	2.575	2.365	2.233	2.142	1.982	1.875	1.827	1.776	1.719	1.657	1.586
22	2.949	2.561	2.351	2.219	2.128	1.967	1.859	1.811	1.759	1.702	1.639	1.567
23	2.937	2.549	2.339	2.207	2.115	1.953	1.845	1.796	1.744	1.686	1.622	1.549
24	2.927	2.538	2.327	2.195	2.103	1.941	1.832	1.783	1.730	1.672	1.607	1.533
25	2.918	2.528	2.317	2.184	2.092	1.929	1.820	1.771	1.717	1.659	1.593	1.518
26	2.909	2.519	2.307	2.174	2.082	1.919	1.809	1.760	1.706	1.647	1.581	1.504
27	2.901	2.511	2.299	2.165	2.073	1.909	1.799	1.749	1.695	1.636	1.569	1.491
28	2.894	2.503	2.291	2.157	2.065	1.900	1.789	1.740	1.685	1.625	1.558	1.478
29	2.887	2.496	2.283	2.149	2.057	1.892	1.781	1.731	1.676	1.615	1.547	1.467
30	2.881	2.489	2.276	2.142	2.049	1.884	1.773	1.722	1.667	1.607	1.538	1.456
40	2.835	2.440	2.226	2.091	1.997	1.829	1.715	1.662	1.605	1.541	1.467	1.377
60	2.791	2.393	2.177	2.041	1.946	1.775	1.657	1.603	1.543	1.475	1.395	1.291
90	2.762	2.363	2.146	2.008	1.912	1.739	1.620	1.564	1.503	1.432	1.346	1.228
120	2.748	2.347	2.130	1.992	1.896	1.722	1.601	1.545	1.482	1.409	1.320	1.193
∞	2.705	2.303	2.084	1.945	1.847	1.670	1.546	1.487	1.421	1.342	1.240	1.000