MATEMÁTICAS II Grupo GF 26-6-2023 Final 2c (5 ptos.)

APELLIDOS: ________________________ NOMBRE________________

Responde razonadamente a las preguntas siguientes. Todas las respuestas tienen que basarse en los métodos generales estudiados en la asignatura, y no en cálculos particulares que aprovechen la sencillez de los problemas.

1. El problema siguiente determina la producción de cinco artículos que maximiza el beneficio de una empresa, sujeta que se han de emplear diariamente las 2 200 horas disponibles de mano de obra y a que no se puede exceder el consumo diario de dos materias primas limitadas.

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 19x+3y+5z+4u-8v & \text{Beneficio} \\ \text{s.a} & 5x+3y+7z+u+v=2\,200 & \text{Horas de mano de obra} \\ & 3x+2y+5z+2u \leq 1\,500 & \text{Materia prima 1} \\ & 3x+\ \ y+2z+3u \leq 800 & \text{Materia prima 2} \\ & x,\ y,\ z,\ u,\ v \geq 0 & \end{array}$$

   En la actualidad, la empresa fabrica únicamente 500 unidades diarias del segundo producto y 100 del tercero.

   (a) **(0.5 ptos.)** Calcula la tabla del símplex correspondiente a la producción actual de la empresa.

   (b) **(0.5 ptos.)** Resuelve el problema del enunciado. ¿Conviene que la empresa aumente o disminuya las 500 unidades diarias que produce actualmente del segundo producto?

   (c) **(0.4 ptos.)** ¿Cómo afectaría al beneficio de la empresa que algunas de las horas de mano de obra empleadas en la producción fueran destinadas a otras labores?

   (d) **(0.2 ptos.)** El quinto producto no es rentable, como muestra la función objetivo. ¿Es correcto decir —a la vista de la función objetivo— que si la empresa quisiera producir al menos 10 unidades diarias del quinto producto su beneficio se vería reducido en 80 unidades?

   (e) **(0.4 ptos.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de la cantidad de materia prima 1 disponible diariamente.

2. Considera el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x-2y+z \\ \text{s.a} & x^2+y^2+z^2 \leq 36 \\ & xy \leq 20 \end{array}$$

   Al resolver las condiciones de Kuhn y Tucker, se obtienen únicamente los puntos $(4,-4,2)$ y $(-4,4,-2)$.

   (a) **(0.3 ptos.)** Comprueba que los puntos indicados son puntos de Kuhn y Tucker, dejando claro si lo son para maximizar, para minimizar o para ambos objetivos.

   (b) **(0.3 ptos.)** Estudia si el problema cumple las hipótesis de la condición suficiente de Kuhn y Tucker. Para cada una de ellas, indica si se cumple o no se cumple.

   (c) **(0.4 ptos.)** Resuelve el problema (tanto con objetivo de maximizar como con objetivo de minimizar).

3. **(1 pto.)** Resuelve el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x-y-z^2 \\ \text{s.a} & x+y+z=9 \\ & y \geq 0 \end{array}$$

4. Considera el problema siguiente:

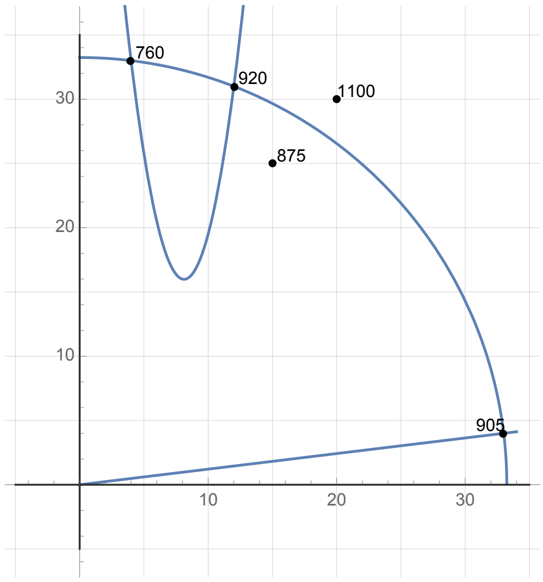
$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 25x + 20y \\ \text{s.a} & x^2 + y^2 \leq 1\,105 \\ & 4x - 33y \leq 0 \\ & 4y \leq 4x^2 - 65x + 328 \\ & x,\, y \geq 0 \end{array}$$

La figura muestra los puntos

$$A = (4, 33), \quad B = (12, 31), \quad C = (15, 25),$$

$$D = (20, 30), \quad E = (33, 4)$$

junto con el valor de la función objetivo en cada uno de ellos.



(a) **(0.1 ptos.)** Sombrea en la figura el conjunto de oportunidades.

(b) **(0.2 ptos.)** Indica si los puntos señalados son factibles o infactibles y, en caso de que sean factibles, si son interiores o de frontera.

(c) **(0.4 ptos.)** Marca en la figura la solución óptima y la curva de nivel óptima de la función objetivo (con todo lo necesario para que tu respuesta esté justificada).

5. **(0.3 ptos.)** Razona si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas (si son falsas, no te limites a corregirlas, sino que explica por qué son falsas):

(a) Un problema no acotado es un problema en el que hay infinitas soluciones factibles.

(b) Un problema no acotado es un problema en el que hay infinitas soluciones óptimas.

(c) Un problema no acotado es un problema en el que hay una variable que no tiene cota superior o inferior en el conjunto de oportunidades.

MATEMÁTICAS II Grupo GF 26-6-2023 Final 2c (*)

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

Responde razonadamente a las preguntas siguientes. Todas las respuestas tienen que basarse en los métodos generales estudiados en la asignatura, y no en cálculos particulares que aprovechen la sencillez de los problemas.

1. El problema siguiente determina la producción de cinco artículos que maximiza el beneficio de una empresa, sujeta que se han de emplear diariamente las 2 200 horas disponibles de mano de obra y a que no se puede exceder el consumo diario de dos materias primas limitadas.

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 19x + 3y + 5z + 4u - 8v & \text{Beneficio} \\ \text{s.a} & 5x + 3y + 7z + u + v = 2\,200 & \text{Horas de mano de obra} \\ & 3x + 2y + 5z + 2u \leq 1\,500 & \text{Materia prima 1} \\ & 3x + \ \ y + 2z + 3u \leq 800 & \text{Materia prima 2} \\ & x,\, y,\, z,\, u,\, v \geq 0 & \end{array}$$

   En la actualidad, la empresa fabrica únicamente 500 unidades diarias del segundo producto y 100 del tercero.

   (a) **(*)** Calcula la tabla del símplex correspondiente a la producción actual de la empresa.

   (b) **(*)** Resuelve el problema del enunciado. ¿Conviene que la empresa aumente o disminuya las 500 unidades diarias que produce actualmente del segundo producto?

   (c) **(0.2 ptos.)** ¿Cómo afectaría al beneficio de la empresa que algunas de las horas de mano de obra empleadas en la producción fueran destinadas a otras labores?

   (d) **(0.2 ptos.)** El quinto producto no es rentable, como muestra la función objetivo. ¿Es correcto decir —a la vista de la función objetivo— que si la empresa quisiera producir al menos 10 unidades diarias del quinto producto su beneficio se vería reducido en 80 unidades?

   (e) **(0.3 ptos.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de la cantidad de materia prima 1 disponible diariamente.

2. Considera el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x - 2y + z \\ \text{s.a} & x^2 + y^2 + z^2 \leq 36 \\ & xy \leq 20 \end{array}$$

   Al resolver las condiciones de Kuhn y Tucker, se obtienen únicamente los puntos $(4, -4, 2)$ y $(-4, 4, -2)$.

   (a) **(*)** Comprueba que los puntos indicados son puntos de Kuhn y Tucker, dejando claro si lo son para maximizar, para minimizar o para ambos objetivos.

   (b) **(*)** Estudia si el problema cumple las hipótesis de la condición suficiente de Kuhn y Tucker, para cada una de ellas, indica si se cumple o no se cumple.

   (c) **(*)** Resuelve el problema (tanto con objetivo de maximizar como con objetivo de minimizar).

3. **(0.6 ptos.)** Resuelve el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 2x - y - z^2 \\ \text{s.a} & x + y + z = 9 \\ & y \geq 0 \end{array}$$

4. Considera el problema siguiente:

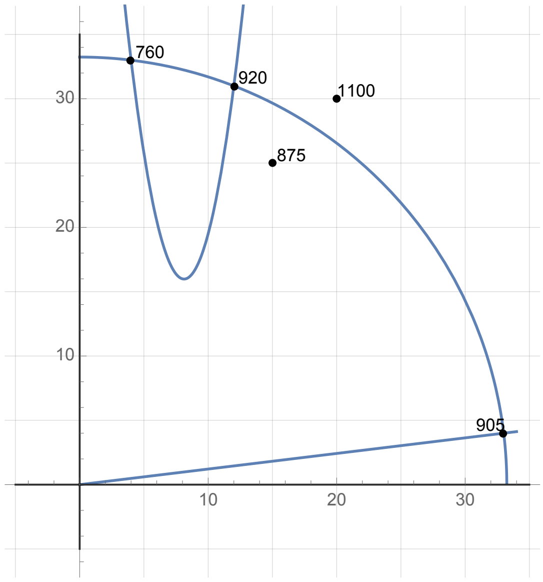
$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 25x + 20y \\ \text{s.a} & x^2 + y^2 \leq 1\,105 \\ & 4x - 33y \leq 0 \\ & 4y \leq 4x^2 - 65x + 328 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array}$$

La figura muestra los puntos

$$A = (4, 33), \quad B = (12, 31), \quad C = (15, 25),$$

$$D = (20, 30), \quad E = (33, 4)$$

junto con el valor de la función objetivo en cada uno de ellos.



(a) **(0.1 ptos.)** Sombrea en la figura el conjunto de oportunidades.

(b) **(0.1 ptos.)** Indica si los puntos señalados son factibles o infactibles y, en caso de que sean factibles, si son interiores o de frontera.

(c) **(0.2 ptos.)** Marca en la figura la solución óptima y la curva de nivel óptima de la función objetivo (con todo lo necesario para que tu respuesta esté justificada).

5. **(0.3 ptos.)** Razona si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas (si son falsas, no te limites a corregirlas, sino que explica por qué son falsas):

(a) Un problema no acotado es un problema en el que hay infinitas soluciones factibles.

(b) Un problema no acotado es un problema en el que hay infinitas soluciones óptimas.

(c) Un problema no acotado es un problema en el que hay una variable que no tiene cota superior o inferior en el conjunto de oportunidades.

MATEMÁTICAS II Grupo GF Recuperación EC

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

1. Modeliza el problema siguiente. Expresa la función objetivo y las restricciones con la notación matemática usual (no con la notación de LINGO):

   La república de San Marcos se dispone a privatizar las empresas nacionales de distribución de electricidad, de agua, de gas y la compañía telefónica, y cuatro compañías privadas han ofrecido una puja por cada una de ellas, además de comprometerse a entregar en negro ciertas cantidades de dinero al ministro de fomento, en las cuantías que indican las tablas siguientes (en millones de libras sanmarquianas):

Pujas	Electricidad	Agua	Gas	Teléfonos
Swindle Co.	500	400	450	500
Mugging Ltd.	300	350	500	350
Crook bros.	250	300	200	400
Rascal & Scoundrel	550	100	0	400

Sobornos	Electricidad	Agua	Gas	Teléfonos
Swindle Co.	–	–	–	–
Mugging Ltd.	90	20	50	50
Crook bros.	50	10	20	0
Rascal & Scoundrel	60	80	0	70

   La empresa Swindle Co. ofrece al ministro 150 millones de libras sanmarquianas en negro, pero sólo si se le conceden al menos la compañía de gas y la telefónica.

   Por otro lado, la empresa Rascal & Scoundrel ha anunciado que no comparará la compañía eléctrica si no se le adjudica también la compañía telefónica.

   Determina a qué compañía privada conviene adjudicar cada empresa pública de San Marcos para que los ingresos oficiales del Estado sean máximos, pero garantizando que el ministro de fomento reciba al menos 250 millones de libras sanmarquianas en negro.

Escribe el modelo en la plantilla de la hoja adjunta. Tu respuesta se valorará hasta un máximo de 0.5. Si posteriormente lo resuelves con LINGO sin conjuntos la nota se multiplicará por un factor máximo de 2 (con lo que puedes obtener hasta 1 punto), y si lo resuelves usando conjuntos se multiplicará por un factor máximo de 4 (con lo que puedes conseguir hasta 2 puntos). Si tu solución en LINGO no se corresponde con la plantilla, el modelo que se evaluará será el de la plantilla.

APELLIDOS: ____________________ NOMBRE____________

Definición de las variables:

Función objetivo (con su interpretación):

Restricción 1 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 2 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 3 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 4 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 5 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 6 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 7 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 8 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 9 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 10 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 11 (con la interpretación de cada miembro):

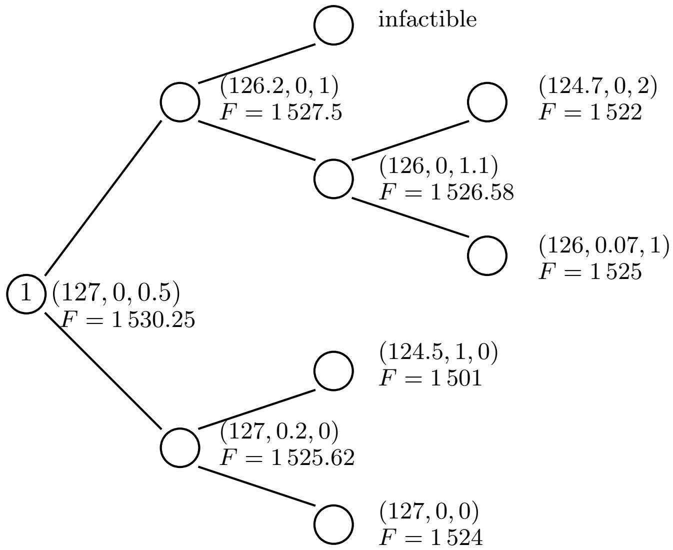
Restricción 12 (con la interpretación de cada miembro):

Condiciones de no negatividad, integridad, etc.

MATEMÁTICAS II Grupo GF Recuperación EC

APELLIDOS: ______________________________________ NOMBRE_____________________

1. Supón que al resolver un problema con variables enteras (x, y, z) has obtenido el árbol siguiente:



(a) **(0.1 ptos.)** Numera los nodos $1, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, \ldots$ en el orden preciso que exige el método de ramificación y acotación. Pon sobre cada rama la restricción añadida.

(b) **(0.2 ptos.)** Comprueba si las ramificaciones son correctas o si alguna no tendrías que haberla hecho, y en tal caso táchala.

(c) **(0.2 ptos.)** Razona si conocemos ya la solución óptima o si habría que seguir ramificando. De los nodos no ramificados, di cuáles están ya cerrados (explicando por qué) y cuales están pendientes de ramificación, si es que hay alguno pendiente.

2. **(0.3 ptos.)** Estudia si los conjuntos siguientes son convexos:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2xy + 3yz - 3xz - x^2 - y^2 - 2z^2 \geq 1\}, \qquad T = \{(x, y) \mid x^2 - 5y \geq 1\}$$

3. **(0.2 ptos.)** Estudia si el problema siguiente tiene una solución factible básica con variables básicas y, z:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 5x + 2y + z \\ \text{s.a} & 2x + 3y + 2z \leq 1 \\ & x + 17y + 11z \geq 4 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

La empresa BOMBO S.A. dispone de dos fábricas A y B de pan precocido congelado que distribuye en tres ciudades de la comarca, C_1, C_2, C_3. El problema siguiente determina cuántos kg de pan conviene distribuir diariamente desde cada fábrica hasta cada ciudad para satisfacer las demandas diarias requeridas con el menor coste de transporte, sin sobrepasar la capacidad de producción de cada fábrica ni el presupuesto disponible para la producción, de forma que el coste de transporte sea mínimo:

$$\begin{array}{lll}
\text{Min.} & 0.2A_1+0.3A_2+0.51A_3+0.3B_1+0.25B_2+0.45B_3 & \text{Coste de transporte}\\
\text{s.a} & A_1+B_1\geq 5000 & \text{Demanda 1}\\
 & A_2+B_2\geq 4\,000 & \text{Demanda 2}\\
 & A_3+B_3\geq 3\,000 & \text{Demanda 3}\\
 & A_1+A_2+A_3\leq 7\,000 & \text{Capacidad A}\\
 & B_1+B_2+B_3\leq 6\,500 & \text{Capacidad B}\\
 & 10A_1+10A_2+10A_3+15B_1+15B_2+15B_3\leq 150\,000 & \text{Coste de producción}\\
 & A_1,\, A_2\,, A_3,\, B_1,\, B_2,\, B_3\geq 0 &
\end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
A1	5000.000	0.000000
A2	1000.000	0.000000
A3	0.000000	0.100000
B1	0.000000	0.150000
B2	3000.000	0.000000
B3	3000.000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
COSTE_TRANSPORTE	3400.000	-1.000000
DEMANDA1	0.000000	-0.3000000
DEMANDA2	0.000000	-0.4000000
DEMANDA3	0.000000	-0.6000000
CAPACIDADA	1000.000	0.0000000
CAPACIDADB	500.0000	0.0000000
COSTE_PRODUCCION	0.000000	0.0100000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
A1	0.2000000	0.1500000	0.3000000
A2	0.3000000	0.0100000	0.0500000
A3	0.5100000	INFINITY	0.0100000
B1	0.3000000	INFINITY	0.1500000
B2	0.2500000	0.0500000	0.0100000
B3	0.4500000	0.0100000	0.6000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
DEMANDA1	5000.000	333.3333	250.0000
DEMANDA2	4000.000	333.3333	250.0000
DEMANDA3	3000.000	333.3333	250.0000
CAPACIDADA	7000.000	INFINITY	1000.000
CAPACIDADB	6500.000	INFINITY	500.0000
COSTE_PRODUCCION	150000.0	2500.000	5000.000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o los datos en el contexto del problema (sin usar palabras técnicas como "función objetivo", "término independiente", "holgura", etc. y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede), respuesta razonada a la pregunta.

La parte A) no puntúa; la parte B) sólo puntuará si A) está razonablemente bien; la parte C) sólo puntuará si la parte B) está razonablemente bien.

1. **(0.2 ptos.)** Indica brevemente qué es el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción:

Demanda 1:	____________________	$\geq$	____________________
Demanda 2:	____________________	$\geq$	____________________
Demanda 3:	____________________	$\geq$	____________________
Capacidad A:	____________________	$\leq$	____________________
Capacidad B:	____________________	$\leq$	____________________
Coste de prod.:	____________________	$\leq$	____________________

2. **(0.2 ptos.)** Interpreta los costes reducidos de A_2 y A_3.

3. **(0.4 ptos.)** A BOMBO S.A. le interesaría emplear su fábrica B para atender parte de la demanda de la ciudad 1, y se está planteando reorganizar su sistema de trasporte para que cada kg transportado de B a C_1 le cueste 0.10 € menos. ¿Haría eso conveniente servir pan desde B hasta C_1? ¿Cuánto tendría que abaratarse el transporte como mínimo para que resultara conveniente?

4. **(0.4 ptos.)** Dos supermercados acaban de enviar peticiones de suministro de PAN BOMBO, uno está en C_1 y pide 200 kg diarios, y el segundo está en C_2 y pide 100 kg diarios. Si, de momento BOMBO S.A. sólo puede atender una de las dos peticiones, ¿cuál requerirá un menor coste de transporte?

5. **(0.6 ptos.)** Si BOMBO S.A. aumentara en 1 000 € su presupuesto para la producción, ¿aumentaría con ello el coste de transporte? ¿Y el coste de producción?, ¿en cuánto cada uno?

6. **(0.2 ptos.)** Si la salida de LINGO hubiera sido:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
DEMANDA3	500.0000	0.0000000
CAPACIDADA	400.0000	0.0000000

interpreta el 500 y el 400.