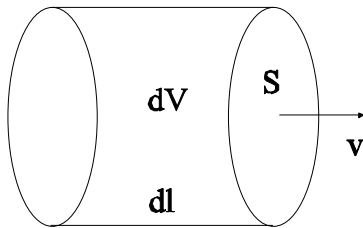


Fuerza de una masa de fluido en movimiento

Supongase una masa de fluido en movimiento que choca contra una superficie S , esta masa ejerce una fuerza sobre la superficie que viene dada por el segundo principio de la dinamica de Newton

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} \quad (1)$$

Suponiendo que la masa de fluido viaja en un tubo de corriente de seccion S (superficie sobre el cual “choca el fluido”) y viaja con una velocidad v constante, le expresion (1) se transforma en



$$F = \frac{vdm}{dt} = \frac{v\rho dV}{dt} = \frac{v\rho Sdl}{dt} = \rho S v^2 \quad (2)$$

En la expresión (2) se supone que la masa de fluido que “choca” contra la superficie S se queda totalmente en reposo despues del choque.

Potencia de una masa de fluido en movimiento

Supongse una masa de fluido dm en movimiento uniforme con velocidad v , contenida en un tubo de corriente de sección transversal S . Dicha masa lleva una energia cinética

$$dE = \frac{1}{2} v^2 dm \quad (3)$$

Suponiendo que esta cantidad de energia se transmite por entero a la superficie S sobre la que choca, la potencia que transmite la masa de fluido dm a la superficie S , es

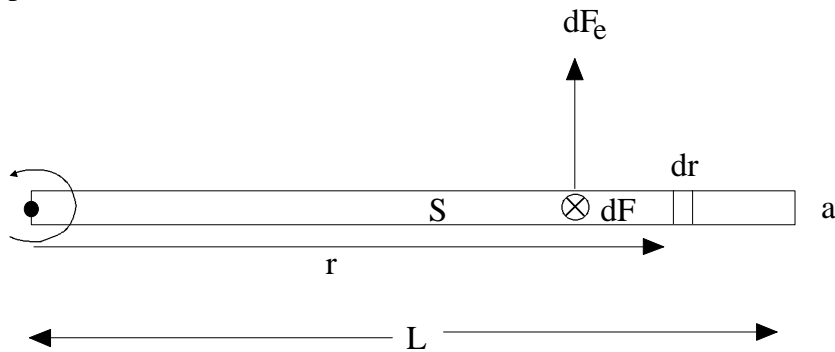
$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} v^2 S \rho \frac{dl}{dt} = \frac{1}{2} \rho S v^3 \quad (4)$$

En la expresion (4) se supone que la masa de fluido se queda en reposo despues de “chocar” contra la superficie S .

Momento de la fuerza de una masa de fluido en movimiento.

Supongase una masa de fluido en movimiento que choca contra una superficie S , y esta superficie gira alrededor de un eje paralelo a la velocidad del fluido, esto es, perpendicular a la propia S . Sobre cada dS , el fluido ejerce una fuerza dF , la cual se

descompone en otras fuerzas, según sea la geometría de la superficie S , dando como resultado una componente dF_e , que es la que hace girar la superficie S alrededor de un punto.



El momento total que hace girar la superficie S , será

$$M = \int_0^L r dF_e \quad (5)$$

donde dF_e , tendrá la misma expresión que dF , multiplicada por un factor menor que la unidad, para tener en cuenta la descomposición de dF sobre S . A partir de (2) se tendrá para dF_e ,

$$dF_e = \alpha \rho v^2 dS = \alpha \rho v^2 a dr \quad (6)$$

Sustituyendo (6) en (5) y realizando la integración se obtiene:

$$M = \frac{1}{2} \alpha \rho a L^2 v^2 \quad (7)$$

Donde la constante $\alpha < 1$, depende de la descomposición de la fuerza del fluido para hacer girar S

Potencia para mantener un movimiento uniforme.

Cuando una masa se mueve con movimiento uniforme, no actúa ninguna fuerza resultante sobre ella, esto es, se halla en equilibrio. Pero si esta masa se mueve sobre una superficie rugosa o en el seno de un fluido, existe una fuerza de rozamiento que tiende a frenar la masa, por lo que debe existir una fuerza directa que mantenga la masa en movimiento. Para el caso de un movimiento rectilíneo uniforme dicha potencia viene dada por la expresión

$$P = F \cdot v \quad (8)$$

y para un movimiento circular uniforme

$$P = M \cdot \omega \quad (9)$$

Es evidente que en ambos movimientos, la fuerza directa o el momento directo, son iguales a la fuerza de rozamiento y al momento de rozamiento, de modo que para que se cumpla el principio de conservación de la energía, el trabajo desarrollado por la fuerza o el momento directos que mueven la masa, se disipa en los rozamientos que sufre dicha masa en su movimiento.

Para el caso de un generador eléctrico que gire con velocidad uniforme, el “rozamiento” que impide el giro del generador no es solo el rozamiento de los rodamientos de que dispone sino también de la propia corriente generada, pues según el criterio de Lenz: “la corriente inducida tiende a oponerse a la variación del flujo magnético que la genera”. Esta frase viene a decir simplemente que la corriente inducida frena al generador, igual como lo frenaría el rozamiento con una superficie rugosa.

Así pues la corriente eléctrica que se genera en un generador es equivalente a un “rozamiento”. Cuando el generador alcanza el régimen estacionario, esto es, lleva velocidad angular constante, la potencia en el generador es el producto del momento de la fuerza del viento sobre las palas por la velocidad angular, según (9). Esta potencia se disipa en rozamiento de las palas con el aire, en rozamiento de los rodamientos, y en potencia eléctrica que se puede almacenar.

Ecuación de movimiento de un generador eólico.

La fuerza que hace girar el aerogenerador, es la fuerza del viento sobre las aspas del mismo. Esta fuerza es proporcional al cuadrado de la velocidad del viento (7), y se transforma en momento de giro con lo cual se puede aplicar la ecuación

$$M = I\alpha \quad (10)$$

Donde M es el momento que el viento realiza sobre las aspas del aerogenerador, I es el momento de inercia de aerogenerador, y α es la aceleración angular. Cuando el aerogenerador empieza a girar, aparecen fuerzas de rozamiento de las aspas con el viento y de los rodamientos, las cuales son proporcionales a la velocidad angular, y cuando empieza a generar corriente eléctrica sobre una carga (una batería o una resistencia), esta corriente crea campos magnéticos en las bobinas del generador que se oponen al movimiento de los imanes. La intensidad de la corriente generada por el aerogenerador es linealmente dependiente de la fuerza electromotriz, la cual es proporcional a la velocidad angular. Por tanto la intensidad de la corriente generada es linealmente dependiente de la velocidad angular del aerogenerador. Esta corriente crea campos magnéticos, los cuales ejercen fuerzas sobre los imanes para impedir que se muevan (según el criterio de Lenz). Si suponemos que estas fuerzas, que frenan a los imanes, son proporcionales a la intensidad de la corriente, tenemos finalmente que tanto las fuerzas de rozamiento de las aspas como la fuerza de frenado de la corriente generada por el aerogenerador, son proporcionales a la velocidad angular del mismo. Dichas fuerzas producen momentos que impiden el giro, y son proporcionales a la velocidad angular. Llamando M_R a estos momentos que se oponen al movimiento, tendremos que la ecuación que cumple el movimiento circular de un aerogenerador es

$$M - M_R = I\alpha \quad ; \quad M - K\omega = I \frac{d\omega}{dt} \quad (11)$$

Donde K es la constante de proporcionalidad de las fuerzas de frenado, con la velocidad angular (que engloba tanto a las fuerzas de rozamiento de las aspas con el aire, como la fuerza de frenado de los campos magnéticos creados por la corriente generada por el aerogenerador).

La solución de la ecuación diferencial del movimiento de giro del aerogenerador es

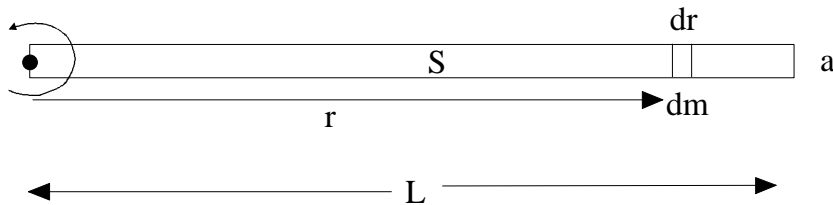
$$\omega = \frac{M}{K} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (12)$$

donde $\tau = I/K$

Esta expresión indica que el aerogenerador alcanza una velocidad angular límite dada por M/K y que el tiempo que tarda en alcanzar esta velocidad angular depende del momento de inercia I . Para cada velocidad del viento, existe una velocidad angular de equilibrio o límite.

Momento de inercia de una masa rectangular respecto de uno de sus extremos

Supongamos una superficie rectangular que puede girar alrededor de uno de sus extremos. El momento de inercia respecto de su extremos es



$$I = \int_0^L r^2 dm = \int_0^L r^2 \sigma a dr = \sigma a \frac{L^3}{3} = \frac{1}{3} mL^2 \quad (13)$$