

**EJERCICIO DE PROGRAMACIÓN LINEAL
Y PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA
CON GAMS**

La empresa FERCA, S.A., se dedica al envasado de fertilizantes para el suministro a sus clientes, debe determinar el plan de envasado de tres tipos de fertilizantes (tipo 1, 2 y 3). Estos tipos de fertilizantes se envasan en cajas con peso diferentes, a partir de tres componentes básicos (A, B y C). Los beneficios obtenidos por cada tipo de fertilizante son de 25, 30 y 35 unidades monetarias, respectivamente.

Cada tipo de fertilizantes tiene una mezcla diferentes de componentes, así el tipo 1 requiere 10 kilos de componente A, 20 de la clase B y 18 de clase C. Para el tipo 2 los requerimientos son de 13, 22 y 20 kilos de cada uno de los componentes, mientras que para el tipo 3 los requerimientos son de 18, 20 y 24, respectivamente.

La empresa dispone en el almacén actualmente de 2324 kilos de componente A, de 2550 de B y de 1568 de C.

a) Con estos datos determinar el numero(variable que admite un número fraccional)) de cajas de fertilizantes que la empresa puede suministrar al mercado de forma que se maximice su beneficio.

1.- Realizar análisis de sensibilidad

2.- Nueva solución cuando el beneficio del tipo 1 es 28

*b) Determinar el número **entero** de cajas que maximiza el beneficio.*

El planteamiento matemático es:

$$\text{Max } Z = 25 x_1 + 30 x_2 + 35 x_3$$

s.a:

$$10 x_1 + 13 x_2 + 18 x_3 \leq 2324$$

$$20 x_1 + 22 x_2 + 20 x_3 \leq 2550$$

$$18 x_1 + 20 x_2 + 24 x_3 \leq 1568$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

El fichero GMS es:

```
* FERCA, S.A.
VARIABLES X1, X2, X3, F;
POSITIVE VARIABLES X1, X2, X3;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2, R3;
OBJ..    F=E= 25*X1 + 30*X2 + 35*X3;
R1..    10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;
R2..    20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;
R3..    18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;
MODEL FERCA01 /ALL/;
SOLVE FERCA01 USING LP MAXIMIZING F;
```

La solución es:

S O L V E		S U M M A R Y		
MODEL	FERCA01	OBJECTIVE	F	
TYPE	LP	DIRECTION	MAXIMIZE	
SOLVER	OSL2	FROM LINE	11	
****	SOLVER STATUS	1	NORMAL COMPLETION	
****	MODEL STATUS	1	OPTIMAL	
****	OBJECTIVE VALUE		2352.0000	
RESOURCE USAGE, LIMIT		0.219	1000.000	
ITERATION COUNT, LIMIT		1	10000	
OSL Version 2 Mar 21, 2001 WIN.02.SE 20.0 007.043.039.WAT (Jan)				
Work space allocated		--	0.09 Mb	
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU OBJ	.	.	.	1.000
---- EQU R1	-INF	1019.200	2324.000	.
---- EQU R2	-INF	1724.800	2550.000	.
---- EQU R3	-INF	1568.000	1568.000	1.500
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X1	.	.	+INF	-2.000
---- VAR X2	.	78.400	+INF	.
---- VAR X3	.	.	+INF	-1.000
---- VAR F	-INF	2352.000	+INF	.
****	REPORT SUMMARY :	0	NONOPT	
		0	INFEASIBLE	
		0	UNBOUNDED	

Si queremos incluir las opciones para el **análisis de sensibilidad**:

```
* FERCA, S.A.
VARIABLES X1, X2, X3, F;
POSITIVE VARIABLES X1, X2, X3;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2, R3;
OBJ..    F=E= 25*X1 + 30*X2 + 35*X3;
R1..    10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;
R2..    20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;
R3..    18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;
MODEL FERCA01 /ALL/;
OPTION LP = CPLEX;
FERCA01.DICTFILE = 4;
FERCA01.OPTFILE = 1;
SOLVE FERCA01 USING LP MAXIMIZING F;
```

Para realizar el análisis de sensibilidad es necesario disponer en el “project” (dirección de ejecución del fichero) de un fichero de opciones denominado **cplex.opt**, que tiene la siguiente estructura:

```
objrng all
rhsrng all
```

Las dos líneas significan que deseamos dar el rango de variación de todos los coeficientes de la función objetivo y de los términos independientes de las restricciones.

En realidad los que se obtiene es:

- Para los términos independientes: El intervalo en donde la solución actual se mantiene como factible y optima.
- Para los coeficientes de la función objetivo, los incrementos y decrementos admisibles sobre los valores actuales que hacen que la solución actual se mantenga.

El resultado es el siguiente:

User supplied options:

objrng all

rhsrng all

Optimal solution found.

Objective : 2352.000000

EQUATION NAME	LOWER	CURRENT	UPPER
-----	-----	-----	-----
OBJ	-INF	0	+INF
R1	1019	2324	+INF
R2	1725	2550	+INF
R3	0	1568	2318

VARIABLE NAME	LOWER	CURRENT	UPPER
-----	-----	-----	-----
X1	-INF	0	2
X2	-0.8333	0	+INF
X3	-INF	0	1
F	0	1	+INF

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU OBJ	.	.	.	1.000
---- EQU R1	-INF	1019.200	2324.000	.
---- EQU R2	-INF	1724.800	2550.000	.
---- EQU R3	-INF	1568.000	1568.000	1.500

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X1	.	.	+INF	-2.000
---- VAR X2	.	78.400	+INF	.
---- VAR X3	.	.	+INF	-1.000
---- VAR F	-INF	2352.000	+INF	.

**** REPORT SUMMARY : 0 NONOPT
 0 INFEASIBLE
 0 UNBOUNDED

Si queremos realizar el análisis de post-optimización del coeficiente del fertilizante A que tiene un nuevo valor de 28. El nuevo valor: $28 \notin (-\infty, 27]$, que el intervalo de posible variación para el coeficiente de la variable x_1 :

El fichero gms es:

```
* FERCA, S.A.
VARIABLES X1, X2, X3, F;
POSITIVE VARIABLES X1, X2, X3;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2, R3;
OBJ..    F=E= 28*X1 + 30*X2 + 35*X3;
R1..    10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;
R2..    20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;
R3..    18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;
MODEL FERCA01 /ALL/;
SOLVE FERCA01 USING LP MAXIMIZING F;
```

La solución es:

S O L V E		S U M M A R Y		
MODEL	FERCA01	OBJECTIVE	F	
TYPE	LP	DIRECTION	MAXIMIZE	
SOLVER	OSL2	FROM LINE	11	
****	SOLVER STATUS	1	NORMAL COMPLETION	
****	MODEL STATUS	1	OPTIMAL	
****	OBJECTIVE VALUE		2439.1111	
RESOURCE USAGE, LIMIT		1.760	1000.000	
ITERATION COUNT, LIMIT		1	10000	
OSL Version 2 Mar 21, 2001 WIN.02.SE 20.0 007.043.039.WAT (Jan)				
Work space allocated		--	0.09 Mb	
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU OBJ	.	.	.	1.000
---- EQU R1	-INF	871.111	2324.000	.
---- EQU R2	-INF	1742.222	2550.000	.
---- EQU R3	-INF	1568.000	1568.000	1.556
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X1	.	87.111	+INF	.
---- VAR X2	.	.	+INF	-1.111
---- VAR X3	.	.	+INF	-2.333
---- VAR F	-INF	2439.111	+INF	.
****	REPORT SUMMARY :	0	NONOPT	
		0	INFEASIBLE	
		0	UNBOUNDED	

Comparese el valor de la función objetivo de ambos problemas.

b) Si planteamos el modelo con **variables enteras** tenemos:

```
* FERCA, S.A.
VARIABLES X1, X2, X3, F;
INTEGER VARIABLES X1, X2, X3;
EQUATIONS
OBJ, R1, R2, R3;
OBJ..    F=E= 25*X1 + 30*X2 + 35*X3;
R1..    10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;
R2..    20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;
R3..    18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;
MODEL FERCAENT /ALL/;
SOLVE FERCAENT USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución es la siguiente:

S O L V E		S U M M A R Y		
MODEL	FERCAENT	OBJECTIVE	F	
TYPE	MIP	DIRECTION	MAXIMIZE	
SOLVER	OSL2	FROM LINE	12	
**** SOLVER STATUS	1	NORMAL COMPLETION		
**** MODEL STATUS	8	INTEGER SOLUTION		
**** OBJECTIVE VALUE		2350.0000		
Relaxed optimum objective value:		2351.6667		
Bound on best integer solution:		2351.6667		
Objective value of this solution:		2350.0000		
Relative gap: .00071	Absolute gap:	1.6666667		
Optcr	: .10000	Optca:	0.0	
The solution satisfies the termination tolerances				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- EQU OBJ	.	.	.	1.000
---- EQU R1	-INF	1024.000	2324.000	.
---- EQU R2	-INF	1712.000	2550.000	.
---- EQU R3	-INF	1568.000	1568.000	<i>1.500</i>
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X1	.	.	<i>100.000</i>	-2.000
---- VAR X2	.	76.000	<i>100.000</i>	EPS
---- VAR X3	.	2.000	<i>100.000</i>	-1.000
---- VAR F	-INF	2350.000	+INF	.
**** REPORT SUMMARY :	0	NONOPT		
	0	INFEASIBLE		
	0	UNBOUNDED		

Si deseamos que la solución sea óptima, incluimos la **condición de tolerancia**:

```
* FERCA, S.A.  
OPTION OPTCR = 0.00001;  
VARIABLES X1, X2, X3, F;  
INTEGER VARIABLES X1, X2, X3;  
EQUATIONS  
OBJ, R1, R2, R3;  
OBJ..    F=E= 25*X1 + 30*X2 + 35*X3;  
R1..    10*X1 + 13*X2 + 18*X3 =L= 2324;  
R2..    20*X1 + 22*X2 + 20*X3 =L= 2550;  
R3..    18*X1 + 20*X2 + 24*X3 =L= 1568;  
MODEL FERCAENT /ALL/;  
SOLVE FERCAENT USING MIP MAXIMIZING F;
```

La solución es:

		S O L V E S U M M A R Y			
MODEL	FERCAENT		OBJECTIVE	F	
TYPE	MIP		DIRECTION	MAXIMIZE	
SOLVER	OSL2		FROM LINE	12	
****	SOLVER STATUS	1	NORMAL COMPLETION		
****	MODEL STATUS	1	OPTIMAL		
****	OBJECTIVE VALUE		2350.0000		
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	EQU OBJ	.	.	.	1.000
----	EQU R1	-INF	1024.000	2324.000	.
----	EQU R2	-INF	1712.000	2550.000	.
----	EQU R3	-INF	1568.000	1568.000	1.500
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	VAR X1	.	.	100.000	-2.000
----	VAR X2	.	76.000	100.000	EPS
----	VAR X3	.	2.000	100.000	-1.000
----	VAR F	-INF	2350.000	+INF	.
****	REPORT SUMMARY :	0	NONOPT		
		0	INFEASIBLE		
		0	UNBOUNDED		