PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA (1ª Convocatoria) **02/02/04**
LICENCIATURAS EN ADE Y ECO
APELLIDOS ……………………………………….. NOMBRE …..………………

1.- (1.5 puntos.) Consideremos el problema de programación no lineal:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & -x^2+y \\ \text{s.a.} & x^2+(y-1)^2 \leq 1 \\ & x \geq -y+1 \\ & x \geq 0 \end{array}$$

Se pide:

a) Demuestra que el punto (0, 2) es un punto de Kuhn y Tucker. Calcula los multiplicadores asociados.
b) Comprueba que (0, 2) es un punto regular.
c) Verifica que se cumplen las hipótesis del teorema de suficiencia de Kuhn y Tucker.

2.- (1 punto.)
a) Enuncia el teorema de Weierstrass.
b) Justifica que en programación lineal todos los óptimos (si existen) son globales.

3.- (1 punto.) Considera el problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & 2x+5y \\ \text{s.a.} & x-y \leq 3 \\ & x+y=4 \\ & x+2y \geq 2 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

Se pide:

a) Construye la primera tabla del Simplex.
b) Enuncia el problema dual.

4.- (2 puntos.) Un empresario fabrica dos productos en cantidades x_1 y x_2. El beneficio unitario que obtiene es de 3 y 5 unidades monetarias respectivamente. Cada producto requiere para su fabricación de un proceso de montaje y de un proceso de pulido. La disponibilidad de horas de trabajo en estas secciones está limitada a 8 horas de montaje y 14 de pulido. Para maximizar beneficios, el empresario se plantea el problema lineal:

$$\begin{array}{lll} \text{Max} & 3x_1+5x_2 & \\ \text{s.a.} & x_1+2x_2 \leq 8 & \text{(montaje)} \\ & 2x_1+3x_2 \leq 14 & \text{(pulido)} \\ & x_1, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

Sabiendo que la tabla óptima del problema es:

		3	5	0	0	
		x_1	x_2	s_1	s_2	
3	x_1	1	0	-3	2	4
5	x_2	0	1	2	-1	2
	Z_j	3	5	1	1	22
	W_j	0	0	-1	-1	

Se pide:

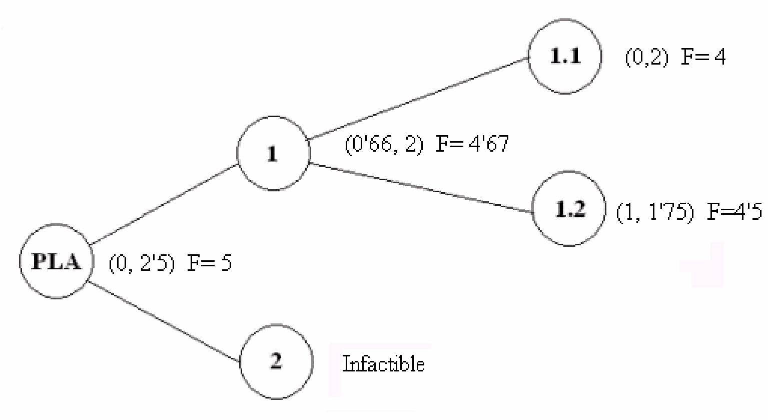
a) Calcula las cantidades a producir para maximizar el beneficio y el beneficio máximo. ¿Sobran horas de montaje o de pulido?

b) Calcula la solución óptima del problema dual. Interpreta el valor de las variables duales.

c) Calcula el intervalo de sensibilidad de las horas de montaje (b_1).

d) La empresa decide lanzar al mercado un tercer producto x_3 con coeficiente 3 en la función objetivo y vector de coeficientes técnicos (1,1). Calcula la nueva solución óptima. ¿Es única la solución? Si no lo es, calcula otra solución factible básica óptima.

5.- (1 punto.) El siguiente árbol corresponde a un problema de programación entera con dos variables:



Indica si el problema es de maximización o minimización. Sitúa sobre cada rama la restricción que se ha añadido y razona si se ha llegado al óptimo. En caso de que falte por ramificar algún nodo indica cuál es y qué restricciones habría que añadir.

6.- (1 punto.) Un fabricante de juguetes comercializa tres modelos de muñecas:

	Plástico	**Telas**	**Mano obra**
Andadora	250g	150cm	2h
Parlanchina	450g	75cm	12h
Repollo	600g	175cm	1.5h
Disponibilidad	800Kg	1800m	6000h

Andadora y Parlanchina llevan además un pequeño motor eléctrico. Las existencias de este motor son de 800 unidades. El fabricante calcula que se puede vender no menos de 500 muñecas ni más de 1500. Además, se estima que por estar de moda, la demanda de la muñeca Repollo será superior a la de las otras dos juntas. El beneficio neto por la venta de las muñecas es: Andadora, 12 euros; Parlanchina, 15 euros; Repollo, 18 euros. Plantea un modelo de programación para maximizar beneficios.

APELLIDOS ……………………………………….. NOMBRE …..………………

7.- (2.5 puntos.) Dos pozos A y B suministran agua a tres fábricas de un mismo propietario. El precio pagado por litro suministrado es proporcional a la distancia, cobrando 0.07 euros el pozo A por litro y km. Y 0.08 euros el pozo B. Las distancias en Km. aparecen en la siguiente tabla:

	Pozo A	**Pozo B**
Fábrica 1	12	18
Fábrica 2	20	11
Fábrica 3	13	32

Diariamente, el pozo A es capaz de suministrar 1000 litros, mientras que el pozo B 2000. Los requerimientos diarios de las fábricas 1, 2 y 3 son 250.6, 1200, y 750.8 litros respectivamente.

El problema para que el propietario de las fábricas minimice su gasto diario quedaría formulado como sigue:

$$
\begin{aligned}
\text{Min } & 0.07\cdot(12x_{11}+20x_{12}+13x_{13})+ \\
& +0.08\cdot(18x_{21}+11x_{22}+32x_{23}) \\
\text{s.a. } & x_{11}+x_{12}+x_{13}\le 1000 \\
& x_{21}+x_{22}+x_{23}\le 2000 \\
& x_{11}+x_{21}\ge 250.6 \\
& x_{12}+x_{22}\ge 1200 \\
& x_{13}+x_{23}\ge 750.8 \\
& x_{ij}\ge 0 \quad \forall x_{ij}
\end{aligned}
$$

a) ¿Cuál es la definición de las variables x_{ij} en el modelo anterior?
b) Resuelve el modelo anterior utilizando el programa GAMS/LINGO.
c) ¿Cuál es la solución óptima del problema? ¿Y el coste mínimo?
d) Indica cuáles son las variables básicas y no básicas en la solución óptima.
e) La modificación del conducto de tuberías ha supuesto una reducción de la distancia del pozo A a la fábrica 1 en 2 Km. (la nueva distancia es de 10 Km.) ¿Es posible conocer la nueva solución óptima sin resolver el problema? En caso afirmativo, indica cuál es la nueva solución óptima y el nuevo coste óptimo.