PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA (1ª Convocatoria) **25/06/04**
DIPLOMATURA EN C. EMPRESARIALES
APELLIDOS ……………………………………….. NOMBRE …..……………….

1.- (1.5 puntos.) Dado el siguiente problema de programación no lineal:

$$\begin{aligned} \text{Min } & x^2+2xy+2y^2+2yz+z^2 \\ \text{s.a. } & x+y+z \geq 3 \\ & x+y = 5 \\ & z \leq 0 \end{aligned}$$

a) Demuestra que el punto (3, 2,-2) es un punto de Kuhn y Tucker. Calcula los multiplicadores asociados.
b) ¿Es posible encontrar para este problema un óptimo global que no cumpla las condiciones de Kuhn y Tucker? Razona tu respuesta.
c) Estudia si se cumplen o no las hipótesis del teorema de suficiencia de Kuhn y Tucker. ¿Qué se puede afirmar acerca de la optimalidad del punto (3, 2,-2).

2.- (1.5 puntos.) Dado el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \text{Max } & -2x+y-2z \\ \text{s.a. } & x+y \geq 4 \\ & x-2y+z=8 \\ & x,y,z \geq 0 \end{aligned}$$

a) Razona si de los siguientes puntos (x,y,z,s) son solución factible y/o básica: (5,1,3,1), (8,0,0,4) y (2,2,10,0).
b) Obtén sin iterar la tabla del Simplex asociada a la solución factible básica (x,y,z,s)=(4,0,4,0). ¿Es una tabla óptima o final? En caso afirmativo, escribe la solución del problema lineal y explica, en su caso, si la solución es única y/o degenerada. En caso negativo, realiza un iteración más.
c) Justifica que en programación lineal todos los óptimos (si existen) son globales.

3.- (2.5 puntos.) Dado el problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \text{Max } & -x+y \\ \text{s.a. } & -x+2y \leq 6 \\ & -2x+y \leq 2 \\ & y \leq 4 \\ & x,y \geq 0 \end{aligned}$$

cuya solución óptima viene dada por la tabla :

		3	-3	0	0	0	
		x	y	s	t	u	
-1	x	1	0	1/3	-2/3	0	2/3
1	y	0	1	2/3	-1/3	0	10/3
0	u	0	0	-2/3	1/3	1	2/3
	Z_j	-1	1	1/3	1/3	0	8/3
	W_j	0	0	-1/3	-1/3	0	

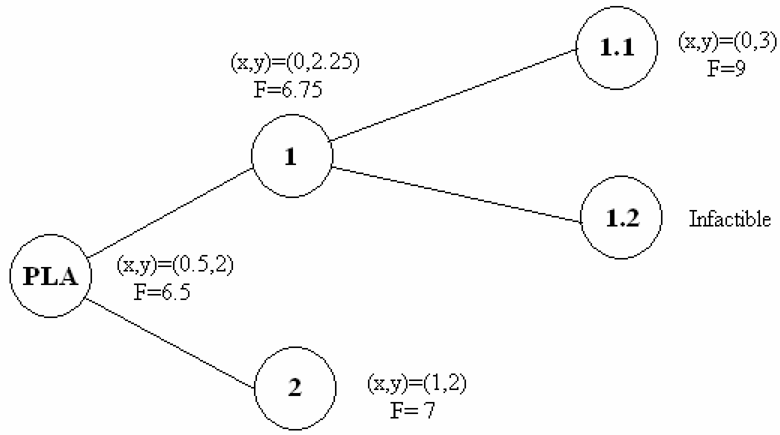
a) Escribe la solución del problema: valor de las variables y de la función objetivo en el óptimo, explicando si es solución única y/o degenerada.

b) Plantea el problema dual y calcula su solución óptima: valor de las variables, valor de la función objetivo dual en el óptimo y rendimientos marginales, explicando si es solución única y/o degenerada.

c) Realiza el análisis de sensibilidad del término independiente b_1 del problema primal. Explica en qué sentido la solución obtenida sigue siendo óptima para aquellos problemas en los que el primer término independiente pertenece al intervalo de sensibilidad encontrado.

d) ¿Cuál es la solución óptima del problema primal si el nuevo objetivo del problema es maximizar la función 3x-y? Escribe la solución del problema e indica, en su caso: valor de las variables y de la función objetivo en el óptimo, y si es única y/o degenerada.

4.- (1 punto.) Al resolver un problema de programación lineal entera se obtiene el siguiente árbol de ramificación:



a) Determina razonadamente si se trata de un problema de maximización o minimización.

b) Añade sobre cada rama la restricción añadida.

c) ¿Se ha llegado al óptimo? En caso afirmativo explica por qué e indica cuál es, en caso negativo, escribe las ramas siguientes y las restricciones asociadas.

5.- (1 punto.) En una carpintería en la que se fabrican estanterías (E) y armarios (A) se producen tres tipos de desechos de fabricación: serrín, virutas y restos de madera en las siguientes cantidades (en Kg.) por mueble:

	Serrín	**Virutas**	**Restos madera**
Estantería	5	6	9
Armario	4	15	19

Los desechos se almacenan y una vez a la semana son recogidos por una empresa de reciclaje. La capacidad de almacenamiento es limitada: como máximo se pueden almacenar 200 Kg. de serrín, 350 Kg. de virutas y 400 Kg. de madera troceada. Y la empresa de reciclaje trabaja con una furgoneta que no puede cargar más de 600 Kg. y hace sólo un viaje. **Plantea** el problema a resolver para averiguar cuántas unidades de cada mueble se tienen que fabricar por semana para maximizar los beneficios de la empresa sabiendo que los beneficios unitarios son de 15-E € por estantería y 20-A € por armario.

PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA (1ª Convocatoria) **25/06/04**
DIPLOMATURA EN C. EMPRESARIALES
APELLIDOS ……………………………………….. NOMBRE …..……………….

6.- (2.5 puntos.) El directivo de distribución de una empresa comercial en Valencia se plantea el problema de optimizar los suministros desde los dos almacenes de la empresa a sus tres centros comerciales: Centro, Nuevo Centro y Ciudad Ciencias. El número de Kms desde cada almacén a cada centro comercial se detalla en la tabla adjunta:

	Centro	**Nuevo Centro**	**Ciudad Ciencias**
Almacén 1	25	12	40
Almacén 2	20	45	10

Sabiendo que las existencias de un producto tipo son de 1200 unidades en el Almacén A y de 2000 en el Almacén B, que tiene que enviar al menos 500, 1000 y 1500 unidades de producto tipo a los centros: Centro, Nuevo Centro y Ciudad Ciencias respectivamente, y que el precio por Km y unidad de producto es de 0.06 euros, averigua cuántas unidades se tienen que enviar de un producto tipo desde cada almacén a cada centro comercial para minimizar el coste total. El problema de programación quedaría planteado de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
\text{Min} \quad & 0.06\cdot(25X_{1C}+12X_{1NC}+40X_{1CC} \\
& +20X_{2C}+45X_{2NC}+10X_{2CC}) \\
\text{s.a.} \quad & X_{1C}+X_{1NC}+X_{1CC}\le 1200 \\
& X_{2C}+X_{2NC}+X_{2CC}\le 2000 \\
& X_{1C}+X_{2C}\ge 500 \\
& X_{1NC}+X_{2NC}\ge 1000 \\
& X_{1CC}+X_{2CC}\ge 1500 \\
& X_{1C},X_{1NC},X_{1CC},X_{2C},X_{2NC},X_{2CC}\ge 0^{+}
\end{aligned}
$$

a) ¿Cuál es la definición de las variables de decisión del problema?
b) Resuelve este modelo utilizando el programa GAMS. La salida (centros.lst) debe contener el análisis de sensibilidad del problema.
c) ¿Cuál es la solución del problema? ¿Y el coste mínimo? ¿Qué restricciones son activas?
d) Indica cuáles son las variables básicas y no básicas en la solución óptima y estudia si la solución es única y/o degenerada.
e) ¿Qué efecto aproximado tendría sobre el coste si se tuvieran que trasladar al centro Ciudad Ciencias 1600 unidades de producto tipo?
f) La construcción de un nuevo puente ha reducido el trayecto entre el Almacén 2 y el centro Ciudad de las Ciencias en 2 Km. (La nueva distancia es de 8 Km.). ¿Es posible conocer la nueva solución óptima sin volver a resolver el problema? En caso afirmativo, indica cuál es la nueva solución óptima y el nuevo coste óptimo.