Renorming with bidual octahedral norms

Ginés López-Pérez

Universidad de Granada and IEMathGR

XV Encuentro de la Red de Análisis Funcional y Aplicaciones en memoria del Profesor **Bernardo Cascales**

BCAM (Bilbao), 7-8 Marzo 2019

Antecedentes

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach.

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable.

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable. X contiene copias de ℓ_1

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$ tal que

$$\|x + x^{**}\| = \|x - x^{**}\| \ \forall x \in X.$$

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$ tal que

$$\|x + x^{**}\| = \|x - x^{**}\| \; \forall x \in X.$$

(R. Haydon)

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$ tal que

$$\|x + x^{**}\| = \|x - x^{**}\| \ \forall x \in X.$$

(R. Haydon) El resultado de B. Maurey falla en caso no separable.

Antecedentes

Teorema (H. Rosenthal)

Sea X un espacio de Banach. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe una sucesión acotada en X sin subsucesiones w-Cauchy.

Teorema (B. Maurey)

Sea X un espacio de Banach separable. X contiene copias de ℓ_1 si, y sólo si, existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$ tal que

$$\|x + x^{**}\| = \|x - x^{**}\| \; \forall x \in X.$$

(R. Haydon) El resultado de B. Maurey falla en caso no separable.

Antecedentes

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach.

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy)

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**,

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X,

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$ existe $x \in S_X$ tal que

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$ existe $x \in S_X$ tal que

$$\|y + \lambda x\| \geq (1 - \varepsilon)(\|y\| + |\lambda|) \; \forall y \in Y, \; \lambda \in \mathbb{R}.$$

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$ existe $x \in S_X$ tal que

$$\|y + \lambda x\| \geq (1 - \varepsilon)(\|y\| + |\lambda|) \ \forall y \in Y, \ \lambda \in \mathbb{R}.$$

iii) X tiene una norma equivalente de forma que

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$ existe $x \in S_X$ tal que

$$\|y + \lambda x\| \geq (1 - \varepsilon)(\|y\| + |\lambda|) \; \forall y \in Y, \; \lambda \in \mathbb{R}.$$

iii) X tiene una norma equivalente de forma que existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$ existe $x \in S_X$ tal que

$$\|y + \lambda x\| \geq (1 - \varepsilon)(\|y\| + |\lambda|) \ \forall y \in Y, \ \lambda \in \mathbb{R}.$$

iii) X tiene una norma equivalente de forma que existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$ verificando

$$(*) \ \|x + x^{**}\| = \|x\| + \|x^{**}\| \ \forall x \in X.$$

Antecedentes

Teorema (G. Godefroy)

Sea X un espacio de Banach. Equivalen:

i) X contiene copias de ℓ_1.

ii) (B. Maurey, N. Kalton, G. Godefroy) X tiene una norma equivalente **octaedral**, es decir, para cada subespacio finito-dimensional Y de X, y para cada $\varepsilon > 0$ existe $x \in S_X$ tal que

$$\|y + \lambda x\| \geq (1 - \varepsilon)(\|y\| + |\lambda|) \; \forall y \in Y, \; \lambda \in \mathbb{R}.$$

iii) X tiene una norma equivalente de forma que existe $x^{**} \in X^{**} \setminus \{0\}$ verificando

$$(*) \; \|x + x^{**}\| = \|x\| + \|x^{**}\| \; \forall x \in X.$$

(*) es equivalente a octahedralidad en caso separable.

Problema

Problema

X^{**} octaedral

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral,

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral, pero no la norma bidual en $C([0,1])^{**}$.

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow X$ octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral, pero no la norma bidual en $C([0,1])^{**}$.

Problema (G. Godefroy, 1989)

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral, pero no la norma bidual en $C([0,1])^{**}$.

Problema (G. Godefroy, 1989)

Sea X un espacio de Banach con copias de ℓ_1.

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral, pero no la norma bidual en $C([0,1])^{**}$.

Problema (G. Godefroy, 1989)

Sea X un espacio de Banach con copias de ℓ_1. ¿Existe una norma equivalente en X

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral, pero no la norma bidual en $C([0,1])^{**}$.

Problema (G. Godefroy, 1989)

Sea X un espacio de Banach con copias de ℓ_1. ¿Existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral?

Problema

X^{**} octaedral $\Rightarrow$ X octaedral.

La norma uniforme de $C([0,1])$ es octaedral, pero no la norma bidual en $C([0,1])^{**}$.

Problema (G. Godefroy, 1989)

Sea X un espacio de Banach con copias de ℓ_1. ¿Existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral?

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR)

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer)

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si,

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.
- Un espacio de Banach (o subconjunto C con diámetro $d > 0$) verifica la propiedad de diámetro dos (D2P),

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.
- Un espacio de Banach (o subconjunto C con diámetro $d > 0$) verifica la propiedad de diámetro dos (D2P), si toda combinación convexa de slices en su bola unidad (resp. en C) tiene diámetro dos (resp. d).

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.
- Un espacio de Banach (o subconjunto C con diámetro $d > 0$) verifica la propiedad de diámetro dos (D2P), si toda combinación convexa de slices en su bola unidad (resp. en C) tiene diámetro dos (resp. d).
- (J. Becerra-G. L.-A. Rueda, R. Deville) La norma de un espacio de Banach dual X^* es octaedral

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.
- Un espacio de Banach (o subconjunto C con diámetro $d > 0$) verifica la propiedad de diámetro dos (D2P), si toda combinación convexa de slices en su bola unidad (resp. en C) tiene diámetro dos (resp. d).
- (J. Becerra-G. L.-A. Rueda, R. Deville) La norma de un espacio de Banach dual X^* es octaedral si, y sólo si, X verifica D2P.

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.
- Un espacio de Banach (o subconjunto C con diámetro $d > 0$) verifica la propiedad de diámetro dos (D2P), si toda combinación convexa de slices en su bola unidad (resp. en C) tiene diámetro dos (resp. d).
- (J. Becerra-G. L.-A. Rueda, R. Deville) La norma de un espacio de Banach dual X^* es octaedral si, y sólo si, X verifica D2P.

Otro problema:

Octaedralidad, diámetro dos y regularidad fuerte

- Un espacio de Banach es fuertemente regular (SR) si cada subconjunto cerrado, acotado y convexo C tiene combinaciones convexas de slices de C de diámetro arbitrariamente pequeño.
- (N. Ghoussoub, G. Godefroy, B. Maurey, W. Schachermayer) Un espacio de Banach dual X^* es SR si, y sólo si, X no contiene copias de ℓ_1.
- Un espacio de Banach (o subconjunto C con diámetro $d > 0$) verifica la propiedad de diámetro dos (D2P), si toda combinación convexa de slices en su bola unidad (resp. en C) tiene diámetro dos (resp. d).
- (J. Becerra-G. L.-A. Rueda, R. Deville) La norma de un espacio de Banach dual X^* es octaedral si, y sólo si, X verifica D2P.

Otro problema: ¿Se puede renormar todo espacio de Banach no SR con la D2P?

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

El ejemplo "olvidado" de M. Talagrand

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ $(\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}})$

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ $(\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}})$ con diámetro 2

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ $(\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}})$ con diámetro 2 y con la D2P.

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$

El ejemplo "olvidado" de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \end{cases}$$

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$,

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

$$\rho_I = \bigotimes_{s\geq 3} \bigotimes_{i\in N_s} \nu_{s,I}^{i}.$$

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

$$\rho_I = \bigotimes_{s\geq 3} \bigotimes_{i\in N_s} \nu_{s,I}^{i}.$$

Consideramos el operador $T(f)(I) = \rho_I(f) \in C(\Delta)\ \forall f \in C(\Delta),\ I \subset \mathbb{N}$.

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

$$\rho_I = \bigotimes_{s\geq 3} \bigotimes_{i\in N_s} \nu_{s,I}^{i}.$$

Consideramos el operador $T(f)(I) = \rho_I(f) \in C(\Delta)\ \forall f \in C(\Delta),\ I \subset \mathbb{N}$. Entonces $T^*(\delta_I) = \rho_I$

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

$$\rho_I = \bigotimes_{s\geq 3} \bigotimes_{i\in N_s} \nu_{s,I}^i.$$

Consideramos el operador $T(f)(I) = \rho_I(f) \in C(\Delta)\ \forall f \in C(\Delta),\ I \subset \mathbb{N}$. Entonces $T^*(\delta_I) = \rho_I$ y se define, notando P_Δ a las medidas de probabilidad en Δ,

El ejemplo "olvidado" de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

$$\rho_I = \bigotimes_{s\geq 3} \bigotimes_{i\in N_s} \nu_{s,I}^{i}.$$

Consideramos el operador $T(f)(I) = \rho_I(f) \in C(\Delta)\ \forall f \in C(\Delta),\ I \subset \mathbb{N}$. Entonces $T^*(\delta_I) = \rho_I$ y se define, notando P_Δ a las medidas de probabilidad en Δ,

$$\mathcal{T}_1 = T^*(P_\Delta).$$

El ejemplo “olvidado” de M. Talagrand

Existe un subconjunto $\mathcal{T}_1$ w^*-compacto y convexo en $S_{C(\Delta)^*}$ ($\Delta = \{0,1\}^{\mathbb{N}}$) con diámetro 2 y con la D2P.

Para $s \geq 3$, $I \subset \mathbb{N}$ se define una medida de probabilidad en la i-ésima copia de $\{0,1\}$ por:

$$\nu_{s,I}^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{s-1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \in I \\ \frac{s-1}{s}\delta_0^{(i)} + \frac{1}{s}\delta_1^{(i)} & \text{if } i \notin I. \end{cases}$$

Si $\{N_s\}_{s\geq 3}$ es una partición por subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$, se define una medida de probabilidad sobre Δ por

$$\rho_I = \bigotimes_{s\geq 3} \bigotimes_{i\in N_s} \nu_{s,I}^{i}.$$

Consideramos el operador $T(f)(I) = \rho_I(f) \in C(\Delta)\ \forall f \in C(\Delta),\ I \subset \mathbb{N}$. Entonces $T^*(\delta_I) = \rho_I$ y se define, notando P_Δ a las medidas de probabilidad en Δ,

$$\mathcal{T}_1 = T^*(P_\Delta).$$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$,

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$,

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$, y de forma que $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$ tiene la D2P.

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$, y de forma que $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$ tiene la D2P. Además $C(\Delta)_{|\mathcal{Y}}$ es un subespacio denso de $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)$,

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$, y de forma que $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$ tiene la D2P. Además $C(\Delta)_{|\mathcal{Y}}$ es un subespacio denso de $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)$, el predual de $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$.

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$, y de forma que $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$ tiene la D2P. Además $C(\Delta)_{|\mathcal{Y}}$ es un subespacio denso de $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)$, el predual de $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$. En particular,

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$, y de forma que $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$ tiene la D2P. Además $C(\Delta)_{|\mathcal{Y}}$ es un subespacio denso de $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)$, el predual de $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$. En particular, $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)^{**}$ es octaedral.

Subespacio generado por $\mathcal{T}_1$

$\mathcal{T} := \mathrm{co}(\mathcal{T}_1 \cup -\mathcal{T}_1)$ es w^*-compacto, convexo de $B_{C(\Delta)^*}$ con la D2P.

$\mathcal{Y}$ denota el subespacio (no cerrado) generado por $\mathcal{T}$ en $C(\Delta)^*$.

j denota la inyección canónica de $C(\Delta)$ en su bidual.

$$C(\Delta)_{|\mathcal{Y}} := \{j(f)_{|\mathcal{Y}} : f \in C(\Delta)\}.$$

Proposición

Existe una norma dual $|\cdot|$ en $\mathcal{Y}$ cuya bola unidad es $\mathcal{T}$, con $|\cdot| \geq \|\cdot\|_{C(\Delta)^*}$ en $\mathcal{Y}$, y de forma que $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$ tiene la D2P. Además $C(\Delta)_{|\mathcal{Y}}$ es un subespacio denso de $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)$, el predual de $(\mathcal{Y}, |\cdot|)$. En particular, $(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)^{**}$ es octaedral.

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$,

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ & \end{cases}$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \|\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p\|_{C(\Delta)}$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p \|_{C(\Delta)} \geq \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p_{|\mathcal{Y}}} \|_{\mathcal{Y}^*}$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p \|_{C(\Delta)} \geq \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} \|_{\mathcal{Y}^*}$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p \|_{C(\Delta)} \geq \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} \|_{\mathcal{Y}^*} \geq | \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} |_*$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \|\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p\|_{C(\Delta)} \geq \|\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}}\|_{\mathcal{Y}^*} \geq |\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}}|_* \geq \frac{1}{3} \sum_{p=1}^{n} |\lambda_p|.$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \|\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p\|_{C(\Delta)} \geq \|\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}}\|_{\mathcal{Y}^*} \geq |\sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}}|_* \geq \frac{1}{3} \sum_{p=1}^{n} |\lambda_p|.$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$, $y_1^{**}, \ldots, y_n^{**} \in B_{(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)^{**}}$, y $\varepsilon > 0$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p \|_{C(\Delta)} \geq \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} \|_{\mathcal{Y}^*} \geq | \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} |_* \geq \frac{1}{3} \sum_{p=1}^{n} |\lambda_p|.$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$, $y_1^{**}, \ldots, y_n^{**} \in B_{(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)^{**}}$, y $\varepsilon > 0$ existe p such that

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p \|_{C(\Delta)} \geq \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} \|_{\mathcal{Y}^*} \geq | \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} |_* \geq \frac{1}{3} \sum_{p=1}^{n} |\lambda_p|.$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$, $y_1^{**}, \ldots, y_n^{**} \in B_{(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)^{**}}$, y $\varepsilon > 0$ existe p such that

$$|y_i^{**} + f_{p|\mathcal{Y}}|^* \geq (1 - \varepsilon)(|y_i^{**}|^* + |f_{p|\mathcal{Y}}|^*) \ \forall\, i \in \{1, \ldots, n\}.$$

Una ℓ_1-sucesión "común" en $\mathcal{Y}$ y $C(\Delta)$

Definamos, para cada $p \in \mathbb{N}$, $f_p \in C(\Delta)$ por:

$$f_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(p) = 1 \\ -1 & \text{si } x(p) = 0. \end{cases}$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$ y escalares $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ se tiene:

$$\sum_{p=1}^{n} |\lambda_p| = \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_p \|_{C(\Delta)} \geq \| \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} \|_{\mathcal{Y}^*} \geq | \sum_{p=1}^{n} \lambda_p f_{p|\mathcal{Y}} |_* \geq \frac{1}{3} \sum_{p=1}^{n} |\lambda_p|.$$

- Para cada $n \in \mathbb{N}$, $y_1^{**}, \ldots, y_n^{**} \in B_{(\mathcal{Y}_*, |\cdot|_*)^{**}}$, y $\varepsilon > 0$ existe p such that

$$|y_i^{**} + f_{p|\mathcal{Y}}|^* \geq (1 - \varepsilon)(|y_i^{**}|^* + |f_{p|\mathcal{Y}}|^*) \ \forall \, i \in \{1, \ldots, n\}.$$

Resultados

Resultados

Resultados

Teorema

Resultados

Teorema

Existe una norma equivalente en $C(\Delta)$

Resultados

Teorema

Existe una norma equivalente en $C(\Delta)$ cuya norma bidual es octaedral.

Resultados

Teorema

Existe una norma equivalente en $C(\Delta)$ cuya norma bidual es octaedral.

Esbozo de la demostración

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$,

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p_{|\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p_{|\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

$S|_Z$ es un isomorfismo

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p_{|\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

$S|_Z$ es un isomorfismo (isometría, si queremos)

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p_{|\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

$S|_Z$ es un isomorfismo (isometría, si queremos) de $Z \subset C(\Delta)$ sobre $(Z_*, |\cdot|_*)$.

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p|_{\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

$S|_Z$ es un isomorfismo (isometría, si queremos) de $Z \subset C(\Delta)$ sobre $(Z_*, |\cdot|_*)$. La norma buscada es

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p_{|\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

$S|_Z$ es un isomorfismo (isometría, si queremos) de $Z \subset C(\Delta)$ sobre $(Z_*, |\cdot|_*)$. La norma buscada es

$$p(x) = |S(x)|_*$$

Esbozo de la demostración

Denotemos por $j_{\mathcal{Y}}$ el operador restricción de $C(\Delta)$ a $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ y por i la inclusión de $j(C(\Delta))|_{\mathcal{Y}}$ a $\mathcal{Y}_*$, $S := i \circ j_Y$.

Z (respectivamente, Z_*) el subespacio cerrado dado por f_p en $C(\Delta)$ (respectivamente, por $\{f_{p_{|\mathcal{Y}}}\}$ en $(Y_*, |\cdot|_*)$).

$S|_Z$ es un isomorfismo (isometría, si queremos) de $Z \subset C(\Delta)$ sobre $(Z_*, |\cdot|_*)$. La norma buscada es

$$p(x) = |S(x)|_* + \|x + Z\|.$$

Resultados

Resultados

Resultados

Corolario

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal):

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable. Equivalen:

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable. Equivalen:

- X contiene copias isomorfas de ℓ_1.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable. Equivalen:

- X contiene copias isomorfas de ℓ_1.
- X^* no es fuertemente regular.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable. Equivalen:

- X contiene copias isomorfas de ℓ_1.
- X^* no es fuertemente regular.
- Existe una renormación equivalente en X de forma que X^* tiene D2P.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable. Equivalen:

- X contiene copias isomorfas de ℓ_1.
- X^* no es fuertemente regular.
- Existe una renormación equivalente en X de forma que X^* tiene D2P.

Resultados

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable con copias isomorfas de ℓ_1. Entonces existe una norma equivalente en X de forma que la norma bidual es octaedral.

Nuevo ingrediente (J. Hagler, C. Stegal): Existe un operador lineal y continuo de X sobre $C(\Delta)$.

Corolario

Sea X un espacio de Banach separable. Equivalen:

- X contiene copias isomorfas de ℓ_1.
- X^* no es fuertemente regular.
- Existe una renormación equivalente en X de forma que X^* tiene D2P.

Ya se acaba

Ya se acaba

Ya se acaba

J. Langemets,

Ya se acaba

J. Langemets, G. L..

Ya se acaba

J. Langemets, G. L.. *Renormings with bidual octahedral norms and strong regularity in Banach spaces.* Preprint.

Ya se acaba

J. Langemets, G. L.. *Renormings with bidual octahedral norms and strong regularity in Banach spaces.* Preprint. (arxiv o wpd.ugr.es/local/glopezp)

Ya se acaba

J. Langemets, G. L.. *Renormings with bidual octahedral norms and strong regularity in Banach spaces.* Preprint. (arxiv o wpd.ugr.es/local/glopezp)

Muchas gracias