FUNCIONES CUADRADO Y CÁLCULO FUNCIONAL H^∞ PARA OPERADORES SECTORIALES

JORGE BETANCOR
UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

Las funciones cuadrado asociadas a generadores de semigrupos de operadores aparecen en el libro clásico de Stein ([3]) sobre la teoría de Littlewood-Paley para semigrupos actuando en espacios L^p. Stein dió algunas aplicaciones de estas funciones cuadrado al cálculo funcional y a multiplicadores para semigrupos de difusión. Más tarde Cowling ([1]) obtuvo extensiones de estos resultados y los usó para estudiar operadores maximales. El trabajo de Cowling, Doust, McIntosh y Yagi ([2]) fue fundamental en el desarrollo de esta teoría. En él se establecen conexiones entre el cálculo funcional H^∞ de McIntosh y los resultados de Stein.

Supongamos que A es un operador sectorial sobre $L^p(\Omega)$, con $1 < p < \infty$, y que F es una función analítica, no idénticamente nula, acotada en un sector $\{z \in \mathbb{C} : |Arg(z)| < \theta\}$ que contiene al espectro de A y que tiende a cero (de una forma característica) cuando $|z| \to \infty$ y $|z| \to 0$. La función cuadrada asociada a A y a F se define como sigue

$$\|x\|_F := \left\| \left(\int_0^\infty |F(tA)x|^2 \frac{dt}{t} \right)^{1/2} \right\|_p, \quad x \in L^p(\Omega).$$

El siguiente resultado muestra la conexión existente entre el cálculo funcional y las funciones cuadrado. Si A admite un cálculo funcional H^∞, se verifica $\|x\|_{L^p(\Omega)} \simeq \|x\|_F$, para cada $x \in L^p(\omega)$.

Nuestro propósito es, después de estudiar los aspectos fundamentales del cálculo funcional y la funciones cuadrado, discutir sus conexiones.

References

[1] M. Cowling, Harmonic analysis on semigroups, Ann. Math. 117 (1983), 267-283.
[2] M. Cowling, I. Doust, A. McIntosh y A. Yagi, Banach space operators with a bounded H^∞ functinal calculus, J.Austr.Math. Soc. (series A) 60 (1996), 51-89.
[3] E.M. Stein, Topics in harmonic analysis related to the Littlewood-Pley theory, Ann. Math. Studies, Princeton University Press, 1970.