GEOMETRÍA DE ESPACIOS DE POLINOMIOS Y DESIGUALDADES POLINOMIALES

GUSTAVO A. MUÑOZ FERNÁNDEZ
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

Comenzaremos introduciendo los conceptos y resultados más relevantes de la teoría general de polinomios en espacios normados, para lo cual se seguirá la monografía de Dineen [4]. A partir de aquí, seguiremos dos líneas de trabajo:

Primero revisaremos la geometría de algunos espacios polinomiales de dimensión finita ya estudiados en el pasado. Nos centraremos en el estudio de determinados espacios polinomiales de dimensión 3, e intentaremos visualizar la esfera unidad del espacio, en busca de sus puntos extremos. Algunos problemas concretos que podrían formar parte del taller son la caracterización de los puntos extremos de $\mathcal{P}({}^2\ell_p^2)$ [6] o del espacio de trinomios reales o complejos [1, 8]. Se prestará especial atención al estudio de la geometría de espacios de polinomios sobre cuerpos convexos no simétricos respecto al origen, como $\mathcal{P}({}^2\Delta)$, $\mathcal{P}({}^2\square)$ o $\mathcal{P}({}^2D(\alpha))$ siendo Δ el simplex, $\square = [0,1]^2$ y $D(\alpha)$ un sector circular de amplitud α en $\mathbb{R}^2$ (ver, por ejemplo [5]).

En segundo lugar, haremos una introducción al estudio de algunas desigualdades polinomiales destacadas en espacios normados. En concreto revisaremos desigualdades de tipo Bernstein-Markov, de tipo Bohnenblust-Hille, constantes incondicionales y constantes de polarización (ver por ejemplo [2, 3]). Algunos de estos problemas pueden ser resueltos en espacios concretos usando los resultados de la primera parte del taller, en combinación con el Teorema de Steintz (versión en dimensión finita del Teorema de Krein-Milman), como en [5].

References

[1] R. M. Aron and M. Klimek, *Supremum norms for quadratic polynomials*, Arch. Math. (Basel) **76** (2001), no. 1, 73–80.
[2] A. Defant, J. C. Díaz, D. García, and M. Maestre, *Unconditional basis and Gordon-Lewis constants for spaces of polynomials*, J. Funct. Anal. **181** (2001), no. 1, 119–145.
[3] A. Defant, L. Frerick, J. Ortega-Cerdà, M. Ounaïes, and K. Seip, *The Bohnenblust-Hille inequality for homogeneous polynomials is hypercontractive*, Ann. of Math. (2) **174** (2011), no. 1, 485–497.
[4] S. Dineen, *Complex analysis on infinite-dimensional spaces*, Springer Monographs in Mathematics, Springer-Verlag London, Ltd., London, 1999.
[5] J. L. Gámez-Merino, G. A. Muñoz-Fernández, V. M. Sánchez, and J. B. Seoane-Sepúlveda, *Inequalities for polynomials on the unit square via the Krein-Milman theorem*, J. Convex Anal. **20** (2013), no. 1, 125–142.
[6] B. C. Grecu, *Geometry of 2-homogeneous polynomials on l_p spaces,* $1 < p < \infty$, J. Math. Anal. Appl. **273** (2002), no. 2, 262–282.
[7] G. A. Muñoz-Fernández and J. B. Seoane-Sepúlveda, *Geometry of Banach spaces of trinomials*, J. Math. Anal. Appl. **340** (2008), no. 2, 1069–1087.