2. Astronomía esférica

2.1 Introducción

Un observador situado en cualquier lugar de la superficie terrestre ve el cielo como si se tratara de una esfera inmensa, y tiene la sensación de ocupar su centro. Los antiguos griegos ya habían advertido este hecho, como se explicó en el capítulo 1. Esta superficie esférica aparente recibe el nombre de *esfera celeste*. El aspecto de la esfera celeste cambia según se la observe durante el día o la noche. El color azul del cielo diurno se debe a la atmósfera terrestre, que esparce la luz con longitudes de onda cortas (azul) con más intensidad que la radiación de longitud de onda larga (rojo). Por la noche no hay ninguna fuente intensa de luz y por eso el cielo aparece negro. Sobre este fondo oscuro van trazando sus movimientos las estrellas, los planetas y la cambiante Luna.

Por lo tanto, sea de día o de noche, siempre tenemos media esfera celeste por encima de nosotros. Por simetría, podemos suponer que la otra media esfera yace bajo nuestros pies. Observamos, pues, que hay un plano que divide la esfera celeste en dos partes iguales. Nos hallamos en el centro de ese plano, que coincide con el plano del paisaje que puede contemplarse en días claros. El plano en cuestión recibe el nombre de *plano del horizonte* (figura 2.1).

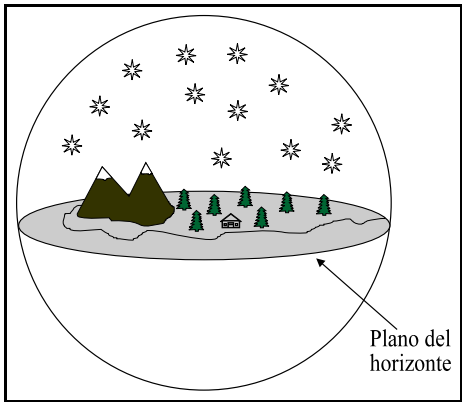


Figura 2.1: Representación sencilla de la esfera celeste observada durante la noche.

2.1.1 *Constelaciones*

Ya en la antigüedad, el ser humano utilizó algunas estrellas para orientarse y se percató de que ciertos fenómenos periódicos de la esfera celeste estaban relacionados con el cambio de las estaciones. Como ayuda para recordar estos astros, los antiguos fueron agrupando las estrellas más brillantes en figuras esquemáticas imaginarias denominadas *constelaciones*. Las estrellas menos brillantes de los alrededores de estas figuras también se asocian a ellas. El origen de las constelaciones que reconocemos en la actualidad se remonta a Mesopotamia, pero la mayoría de los nombres proviene de la Grecia clásica, donde se estableció una relación entre las constelaciones y las divinidades mitológicas.

Otras culturas antiguas cuentan con sus propias constelaciones, a las que nombran de acuerdo con sus mitos particulares. Aun así, se dan coincidencias curiosas entre civilizaciones distintas. Por ejemplo, algunos pueblos indígenas de América del Norte, como los pies negros o los *cherokees*, denominan Osa Mayor a la constelación que recibió ese mismo apelativo en Grecia. Los griegos dieron nombre a 48 constelaciones, todas ellas visibles, como es lógico, desde el hemisferio norte. Durante el siglo XVII los astrónomos fueron bautizando otros conjuntos de estrellas que, por ser débiles, no se habían asignado a ninguna de las constelaciones clásicas. Finalmente y como consecuencia de la exploración de las nuevas tierras descubiertas en el hemisferio sur, en el siglo XVIII se definieron bastantes constelaciones australes que recibieron nombres de aparatos científicos de la época, como por ejemplo Telescopio, Microscopio, Máquina Neumática, Compás, etc. La lámina VIII presenta la constelación de Orión.

Hoy día se reconocen 88 constelaciones en toda la esfera celeste, de las que unas 70 pueden llegar a observarse enteras o en parte desde Europa. De ellas, 28 pertenecen al hemisferio norte celeste, y 48 al sur, aparte de las 12 constelaciones conocidas como zodiacales.

En un principio, los límites entre constelaciones eran irregulares y no estaban bien definidos. Había ocasiones en que astrónomos distintos asignaban una misma estrella a constelaciones diferentes, con la confusión consiguiente. Por eso se hizo necesario señalar con claridad las zonas de la esfera celeste que corresponden a cada constelación. La Unión Astronómica Internacional fijó en 1928 los nombres oficiales de las constelaciones y, a la vez, estableció unas fronteras bien determinadas entre ellas, trazadas siguiendo arcos de meridianos y de paralelos celestes.

2.1.2 *Los nombres de las estrellas y los catálogos*

Para describir los fenómenos que conciernen a las estrellas, es necesario que estas cuenten con designaciones concretas. Las 130 estrellas más brillantes del cielo poseen nombres propios procedentes de las tradiciones griega, romana o árabe. Estos nombres suelen encontrarse en dos formas: latinizada y adaptada al castellano. En lo sucesivo daremos estos nombres en su forma latina, con la versión castellana entre paréntesis. Así, la estrella más brillante del firmamento

recibe un nombre, Sirius (Sirio), que procede del latín, al igual que los de las estrellas Castor (Cástor) y Pollux (Pólux) en la constelación de Gemini (Géminis). Del griego procede, por ejemplo, el nombre de Capella. Sin embargo, la mayoría de los nombres propios de estrellas, aunque circulen en forma latinizada, son de etimología árabe: Vega, Betelgeuse (Betelgueuse), Aldebaran (Aldebarán), Algol y Rigel son solo algunos ejemplos.

De todos modos, sabiendo que a simple vista pueden llegar a percibirse hasta 6 000 estrellas, no cuesta entender que la mayoría de ellas carezca de nombre propio. Hasta la época de Galileo y Kepler, las estrellas se designaban según su posición en la figura mítica relacionada con su constelación. El mismo Kepler, cuando descubrió una estrella nueva (una supernova en la terminología actual) en la constelación de Ophiuchus (Ofiuco o Serpentario), escribió un artículo con el título "*De stella nova in pede Serpentarii*" ("Sobre la estrella nueva en el pie del Serpentario").

Era necesario inventar un sistema menos farragoso para nombrar las estrellas. Johann Bayer, en su obra *Uranometria* publicada en 1603, asignó a cada estrella un nombre específico formado por una letra del alfabeto griego más el nombre latino de la constelación correspondiente en genitivo. En general asignó las letras griegas haciendo coincidir el orden alfabético con el orden de brillo decreciente en cada constelación. Cuando se agotaba el alfabeto griego continuaba con las letras del alfabeto latino (si bien esta extensión del sistema de Bayer casi no se usa en la actualidad). Se obtiene así una notación que, aunque pobre, sigue siendo la más extendida. Por ejemplo, Sirius (Sirio) recibió de Bayer el nombre α Canis Majoris (abreviado α CMa) y Vega es α Lyrae (α Lyr).

En 1729, en una obra de John Flamsteed, se propone un método más sistemático para nombrar las estrellas. Dentro de cada constelación se asignan números correlativos según la posición, empezando por el extremo noroeste y siguiendo el recuento de oeste a este y de norte a sur. Así, por ejemplo, tenemos las estrellas 52 Orionis ó 39 Ophiuchi.

Más adelante, en los siglos XIX y XX, se compilaron numerosos catálogos de estrellas en los que cada astro recibía un número específico, junto al que se hacía constar toda la información disponible sobre la estrella.

Los catálogos más importantes son:

– *Bonner Durchmusterung*, abreviado BD en su parte boreal, CoD en la austral y con frecuencia DM en su conjunto. Publicado entre 1862 y 1883 por Friedrich Wilhelm August Argelander, recoge la posición de 324 189 estrellas junto con un atlas que consta de 40 cartas. Cada estrella se identifica por el intervalo de declinación en que cae y por un número de orden (véase el apartado 2.3.2). Por ejemplo, BD-03 353.

– *Henry Draper Catalogue of Stellar Spectra*, abreviado HD. Publicado entre 1918 y 1924, contiene la posición y el espectro de 225 300 estrellas hasta la magnitud 9.5 (véase el apartado 5.3). A cada estrella del catálogo le corresponde un número, por ejemplo HD 14386.

– *Smithsonian Astrophysical Observatory Catalogue*, abreviado SAO. Publicado en 1960, contiene información sobre 258 997 estrellas, cada una identificada mediante un número. Por ejemplo, SAO 129 825.

– *Positions and Proper Motions Catalogue*, abreviado PPM. Publicado entre 1991 y 1993, gracias a su elevado número de entradas (378 910 estrellas) y que dispone de información sobre movimientos propios, se convirtió en una de las referencias imprescindibles para trabajos astrométricos. Cada estrella se identifica por un número. Por ejemplo, PPM 184 482.

– *The Hipparcos and Tycho Catalogues*. La misión espacial astrométrica y fotométrica *Hipparcos* de la Agencia Espacial Europea permitió confeccionar dos catálogos estelares que constituyen en la actualidad referencias imprescindibles: *Hipparcos* y *Tycho*. Se publicaron en 1997 acompañados de un atlas estelar que sintetiza la información de manera gráfica, el *Millenium Star Atlas*. El catálogo *Hipparcos* contiene información astrométrica de una precisión sin precedentes, así como datos fotométricos, sobre 118 218 estrellas, cada una de ellas identificada con un número como, por ejemplo, HIP 10826. El catálogo *Tycho* ofrece datos fotométricos y astrométricos de menos precisión sobre 1 058 332 estrellas, identificadas mediante un sistema algo más complejo por zonas. Debido a su volumen, el catálogo *Tycho* solo está disponible en formato informático.

Normalmente una estrella se encuentra en más de un catálogo y, por lo tanto, puede recibir cualquiera de las designaciones correspondientes. Por ejemplo, todos los ejemplos dados en la relación de catálogos anterior corresponden a la misma estrella, Mira, *o* Ceti, en la constelación Cetus (Ballena).

Para terminar, hay que hacer referencia a los atlas fotográficos que abarcan todo el cielo. Los más importantes son el *Palomar Observatory Sky Survey*, que recoge fotografías de todo el cielo observado desde el hemisferio boreal de la Tierra, y el *Southern Sky Survey*, que cubre el hemisferio austral.

2.2 La Tierra

Definimos *círculo máximo* de una esfera como todo círculo trazado sobre esa esfera que tenga el mismo radio y centro que ella. Por su parte, un *círculo menor* es un círculo trazado sobre la esfera, pero de radio menor que el de la esfera y cuyo centro no coincide con el de la misma.

Cualquier posición sobre la superficie de la Tierra queda determinada por dos coordenadas esféricas. Solo se precisaría una tercera componente radial si fuera necesario especificar la posición de puntos situados *fuera* o *dentro* de la superficie de la esfera, o sea, situados a distintas altitudes o profundidades por encima o por debajo de ella.

La Tierra gira de oeste a este alrededor de un eje que, en primera aproximación, pasa por el centro del planeta y emerge por los polos norte y sur. El plano

perpendicular a este eje y que corta la Tierra pasando por su centro se denomina *plano ecuatorial*. La intersección del plano ecuatorial con la superficie terrestre determina un círculo máximo conocido como *ecuador terrestre*. El ecuador divide la Tierra en dos hemisferios, el norte o boreal y el sur o austral. Al cortar la Tierra mediante planos paralelos al ecuatorial se obtienen unos círculos menores paralelos al ecuador terrestre, llamados *paralelos terrestres*. Los círculos máximos trazados sobre la Tierra que pasan por ambos polos, todos ellos perpendiculares al ecuador, constituyen los *meridianos terrestres*. Suele considerarse que cada uno de estos círculos máximos consta de dos meridianos, siendo un meridiano cada uno de los arcos (semicírculos máximos) que van de polo a polo (figura 2.2).

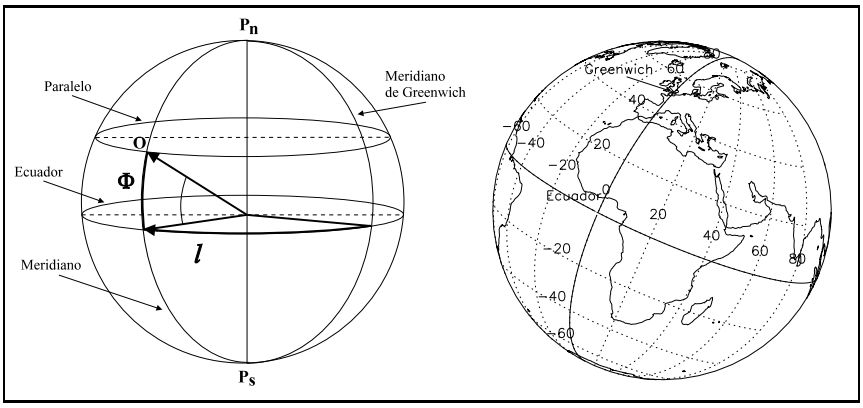


Figura 2.2: A la izquierda se representa la latitud y la longitud de un lugar. A la derecha, sobre la superficie terrestre se observa el ecuador y algunos paralelos y meridianos, entre ellos el de Greenwich.

La *latitud* Φ de un punto es el ángulo (medido a lo largo del meridiano que pasa por ese punto) que tiene como vértice el centro de la Tierra y que va desde el ecuador hasta el punto considerado. La latitud se mide en grados y adopta valores desde 0° (ecuador) hasta $+90^\circ$ (polo norte) en el hemisferio boreal, y desde 0° (ecuador) hasta -90° (polo sur) en el hemisferio austral. A veces, en lugar de emplear el signo positivo para el norte y el negativo para el sur, se usan las letras N y S tras el valor numérico de la latitud.

Para determinar unívocamente la posición de un punto sobre la superficie terrestre se precisa otro ángulo coordenado. Para ello definiremos un meridiano de origen. Por razones históricas se utiliza para este fin el meridiano que pasa por el Observatorio Real de Greenwich, cerca de Londres (*meridiano de Greenwich*). La *longitud* l de un lugar es el ángulo que media entre el meridiano de origen y el meridiano que pasa por el sitio en cuestión. Suele medirse en grados, y por el camino más corto entre el meridiano de origen y el meridiano del lugar. Por tanto, adopta valores desde 0°, en el meridiano de Greenwich, hasta 180°, y

hay que especificar si se ha medido hacia el este o hacia el oeste. En definitiva, todo punto de la superficie terrestre se identifica mediante dos coordenadas, latitud y longitud (figura 2.2). Así, por ejemplo, el Miguelete, la torre de la catedral de Valencia, se encuentra en $\Phi = +39^\circ 28' 35''$ y $l = 0^\circ 22' 29''$ oeste.

2.3 La esfera celeste

La esfera celeste está constituida por una superficie esférica imaginaria de radio arbitrario y cuyo centro lo ocupa el observador. Esta superficie esférica aparente es una construcción matemática que sirve para determinar las posiciones aparentes de los cuerpos celestes a través de sus proyecciones sobre la esfera.

La esfera celeste tiene un movimiento de rotación de este a oeste con un periodo de un día. Este giro, llamado *movimiento diurno*, consiste en una rotación aparente debida al giro de la Tierra alrededor de su eje, de oeste a este. El movimiento diurno se verifica en torno a un eje paralelo al terrestre y que, por este motivo, recibe el nombre de *eje del mundo*. El eje del mundo pasa por la posición de observación y corta la esfera celeste en dos puntos, los polos norte y sur celestes.

Hay que destacar que, por construcción, las direcciones que apuntan hacia estos polos en la esfera celeste coinciden con las direcciones hacia los polos terrestres (figura 2.3).

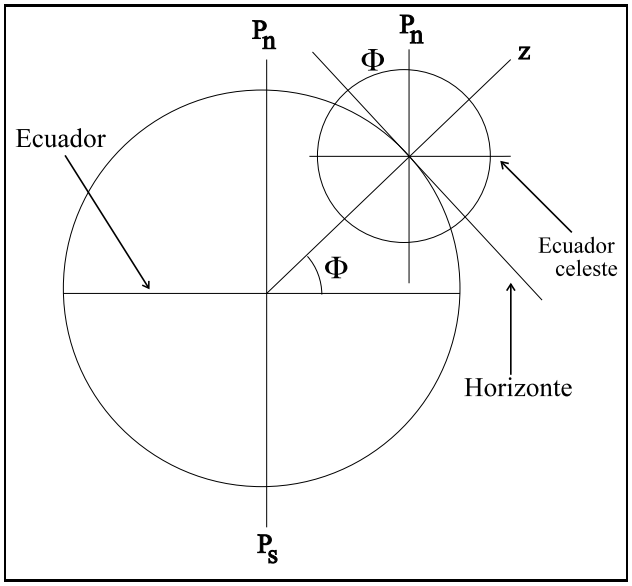
En los apartados siguientes se describen las diferentes maneras de especificar la posición de un astro[1] sobre la esfera celeste a través de sus coordenadas en un sistema de referencia determinado. En el capítulo 7 (apartado 7.6) se describe otro sistema de coordenadas, las denominadas galácticas. Cualquier sistema de coordenadas consta de un plano de referencia que pasa por el centro de la esfera, y sobre el cual se fija una dirección para medir una de las coordenadas. La otra coordenada corresponde a la distancia angular que media entre el plano de referencia y el objeto.

2.3.1 *El sistema de coordenadas horizontales*

Consideremos un observador sobre la superficie de la Tierra, e imaginemos la dirección marcada en ese lugar por la fuerza de la gravedad. Pues bien, esa dirección se define como *vertical* del lugar. En el sistema de coordenadas horizontales se adopta como plano de referencia el plano perpendicular a la vertical que pasa por el observador, y recibe el nombre de plano del horizonte. Este plano corta la esfera celeste en un círculo máximo llamado *horizonte astronómico*.

De los dos puntos en que la vertical del lugar intersecta la esfera celeste, se denomina *cenit* al situado por encima del horizonte, y *nadir* al situado por debajo (y, por tanto, invisible) (coincidente con el cenit de las *antípodas*).

[1] Se llama genéricamente astro a cualquier objeto celeste.



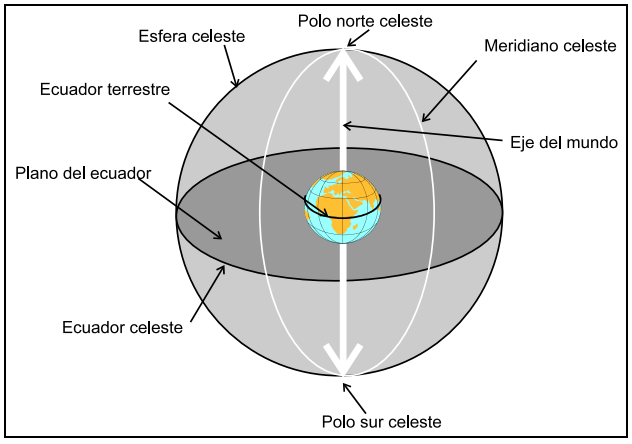


Figura 2.3: Arriba, sección de la esfera celeste (circunferencia pequeña) para un observador situado a una latitud Φ, con indicación del plano del horizonte, la dirección de la vertical, el plano del ecuador celeste y la dirección del polo norte. La circunferencia grande representa una sección de la esfera de la Tierra. Abajo, representación tridimensional en la que se ponen en relación los elementos definidos sobre las superficies de las esferas terrestre y celeste.

Cada uno de los círculos menores paralelos al horizonte astronómico recibe el nombre de *almicantarat*. Los círculos máximos que pasan por el cenit y el nadir se llaman *círculos verticales*.

Los paralelos y meridianos terrestres definidos en el apartado anterior también tienen su proyección sobre la esfera celeste. Estas proyecciones corresponden a los *paralelos* y *meridianos celestes*. El meridiano celeste que pasa por el cenit y que une los polos norte y sur se denomina *meridiano del lugar*. Su proyección sobre el plano del horizonte determina la dirección norte-sur y se la llama *línea meridiana* (figura 2.3).

Al seguir el movimiento aparente de un astro a lo largo de una noche, veremos que sale por la parte este del horizonte, alcanza la altura máxima cuando cruza el meridiano del lugar y se pone por la parte oeste del horizonte. Diremos que un astro alcanza su *culminación superior* cuando pasa por el meridiano del lugar. Análogamente, podemos decir que un astro pasa por su *culminación inferior* cuando cruza el meridiano situado a $180°$ del meridiano del lugar.

En un momento cualquiera, la posición de este astro sobre la esfera celeste queda determinada por dos coordenadas (figura 2.4):

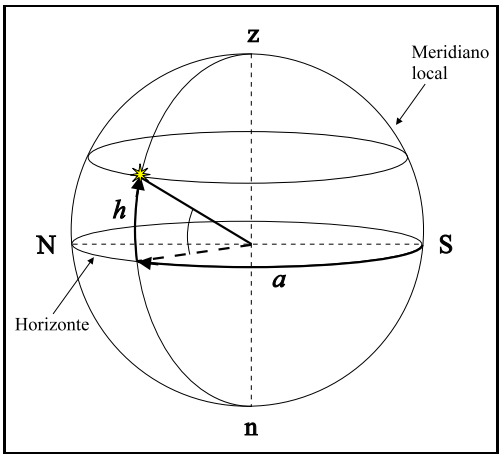


Figura 2.4: Coordenadas horizontales.

- *Altura* h, ángulo entre el horizonte y la posición del astro, medido sobre el círculo vertical que pasa por el astro. Esta altura puede variar entre $-90°$ y $90°$. La altura será negativa cuando el astro se halle bajo el horizonte, y positiva cuando esté por encima.

- *Acimut* a. El círculo vertical que pasa por el astro corta el horizonte en dos puntos. El acimut corresponde al ángulo, medido sobre el horizonte, desde el sur y en dirección oeste hasta llegar al punto de los dos anteriores más próximo al astro.[2] El acimut puede variar entre $0°$ y $360°$.

[2]Hay otros autores que miden el acimut desde el norte hacia el este.

Es interesante destacar que la altura del polo norte celeste coincide directamente con la latitud del lugar. El sistema de coordenadas recién descrito se denomina horizontal. Con este sistema, las coordenadas de un astro cualquiera van variando continuamente a lo largo del tiempo. Además, se trata de un sistema con un marcado carácter local. En cualquier otro lugar de la superficie terrestre con diferente longitud o latitud, y en el mismo instante de tiempo, el astro mostrará un acimut y una altura distintas.

Por lo tanto, hay que buscar un sistema de coordenadas más general a la hora de definir la posición de los astros en la esfera celeste, con independencia del lugar y el instante de observación.

No obstante, las coordenadas horizontales son las más adecuadas para el estudio de fenómenos referentes al movimiento diurno, como por ejemplo las salidas y puestas de los astros o la construcción de relojes de sol.

2.3.2 *El sistema de coordenadas ecuatoriales*

Como consecuencia del movimiento diurno, los astros describen trayectorias que coinciden con paralelos celestes. En general salen por el horizonte del este, culminan a su paso por el meridiano del lugar y se ponen por el horizonte del oeste. Sin embargo, hay estrellas que se mantienen siempre visibles desde un lugar de observación dado. Se trata de las que reciben el nombre de *estrellas circumpolares*, es decir, las que se hallan a una distancia angular del polo norte menor que la latitud Φ del lugar (figura 2.5). Al observar desde las latitudes medias del hemisferio norte ($35^\circ - 45^\circ$) son circumpolares, por ejemplo, constelaciones como la Osa Mayor, la Osa Menor, Cefeo y Casiopea (véase la figura 2.6). En la actualidad, la estrella que aparece más próxima al polo norte celeste (a una distancia angular de $\approx 1^\circ$) es α UMi que, por este motivo, recibe también el nombre de *estrella Polar*. Para los observadores de las latitudes medias del hemisferio sur terrestre son circumpolares constelaciones como la Cruz del Sur, la Carena o la Dorada.

La proyección del ecuador terrestre sobre la esfera celeste se denomina *ecuador celeste*. El plano que contiene el ecuador celeste, el plano ecuatorial, es perpendicular al eje del mundo y se adopta como plano de referencia del sistema de coordenadas ecuatoriales. El ecuador celeste divide la esfera celeste en dos mitades, una situada al norte y otra al sur, que reciben los nombres de *hemisferio celeste boreal* o *norte* y *hemisferio celeste austral* o *sur*.

La distancia angular que separa un astro dado del ecuador celeste es constante.[3] Este ángulo no se ve afectado por la rotación de la Tierra y, por tanto, puede utilizarse para describir la posición del astro sobre el cielo. Se define, pues, este ángulo como:

– *Declinación* δ, ángulo entre el ecuador celeste y la posición de un astro, medido a lo largo del meridiano celeste que pasa por el astro. Este ángulo

[3] No se consideran aquí las variaciones de posición en el plano del cielo debidas al movimiento propio del astro.

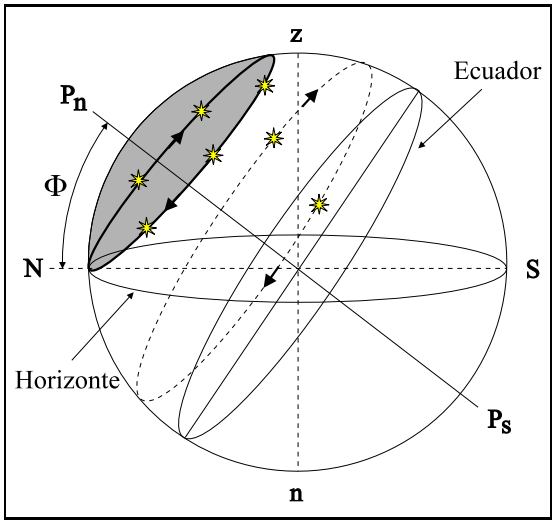


Figura 2.5: Estrellas circumpolares.

varía entre $0°$ y $90°$ en el hemisferio celeste boreal, y entre $0°$ y $-90°$ en el hemisferio austral.

Pero se necesitan dos coordenadas para determinar la posición de un astro sobre la esfera celeste. La segunda coordenada puede definirse a partir de un meridiano celeste particular tomado como origen. Por motivos que se explican más adelante, se adopta como referencia el meridiano que pasa por el punto vernal, también llamado primer punto de Aries o, simplemente, punto Aries, representado como γ, y que yace sobre el ecuador celeste. Así, la segunda coordenada se define como:

– *Ascensión recta* α, ángulo medido hacia el este a lo largo del ecuador celeste, desde el punto vernal hasta el meridiano celeste que pasa por el astro. La ascensión recta se mide de 0 a 24 horas.

Las coordenadas α y δ conforman el sistema *ecuatorial* de coordenadas.

Por lo tanto, a cualquier astro le corresponden dos coordenadas ecuatoriales, α y δ. Estas son las utilizadas en los catálogos porque no dependen del lugar de observación ni de los movimientos de rotación y traslación de la Tierra.

Sin embargo, no es fácil saber dónde se encuentra el punto γ. Participa del movimiento diurno de la esfera celeste y corresponde, por tanto, a una dirección fija en la esfera celeste, sobre el ecuador. No se puede utilizar α para determinar la posición de un astro si no se conoce previamente dónde está γ, ya que constituye el origen para la medida de este ángulo.

Dado que el meridiano del lugar queda bien definido por la vertical y la dirección norte-sur, lo utilizaremos para establecer una coordenada local auxiliar que nos facilite la medida de α. Este ángulo se define como:

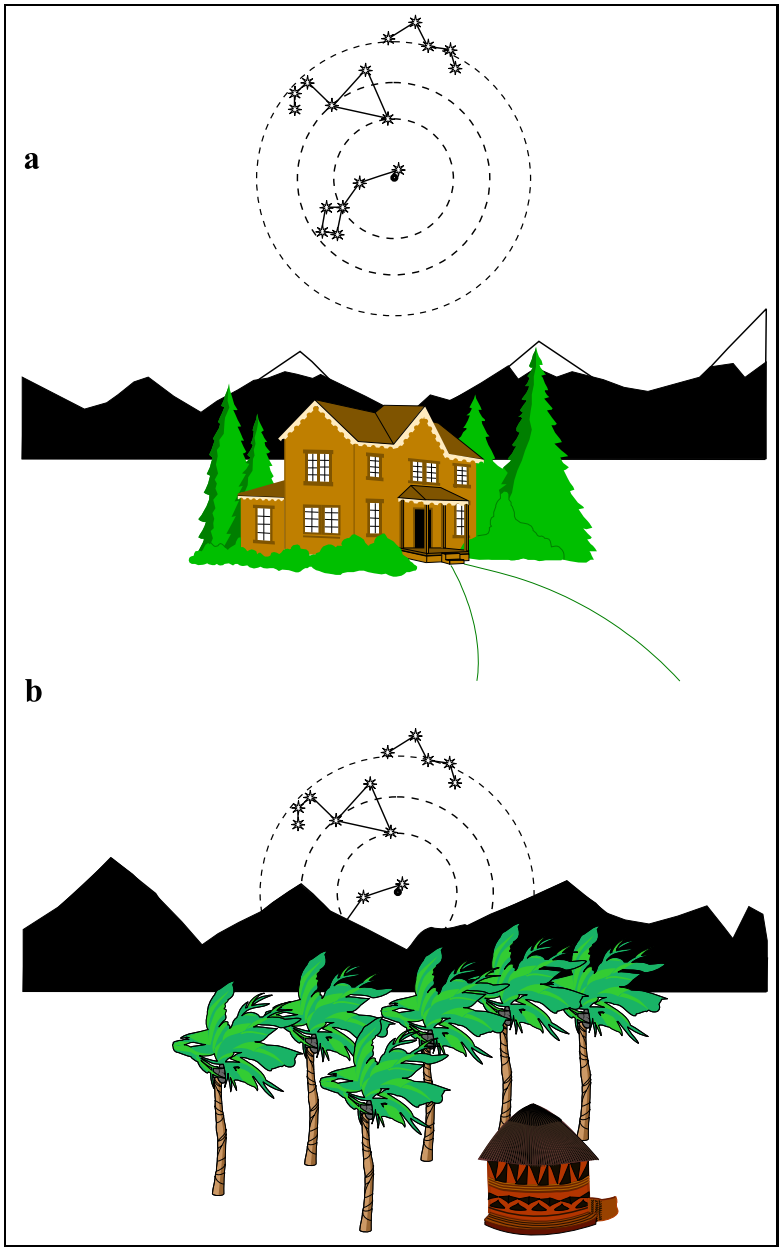


Figura 2.6: Las estrellas circumpolares dependen de la latitud del observador. a) Un observador situado en Europa verá como circumpolares, por ejemplo, las constelaciones de Cefeo, la Osa Menor y Casiopea, mientras que en b) un observador de latitudes tropicales solo verá como circumpolares algunas estrellas muy próximas al polo norte celeste.

– *Ángulo horario* H, ángulo medido sobre el ecuador celeste, hacia el oeste, a partir del meridiano del lugar hasta el meridiano que pasa por el astro. Este ángulo H no es constante, sino que varía con el movimiento diurno.

El ángulo horario del punto vernal recibe el nombre de *tiempo sidéreo* o, también, *hora sidérea* y se le asigna la letra Θ. De las definiciones de los distintos ángulos, y a partir de la figura 2.7, se deduce la expresión siguiente:

$$\Theta = H + \alpha \tag{2.1}$$

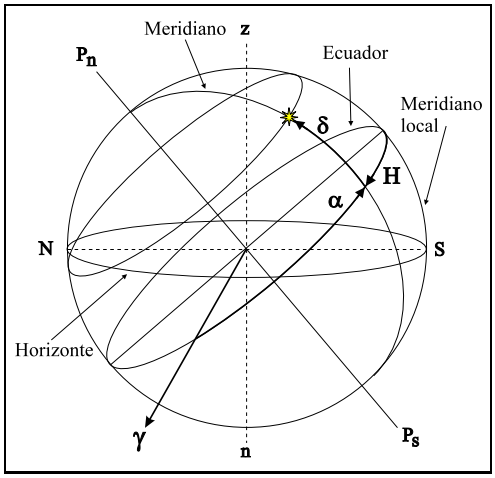


Figura 2.7: Coordenadas ecuatoriales.

Como las coordenadas ecuatoriales del punto Aries son $(\alpha, \delta) = (0, 0)$, el tiempo sidéreo coincide con el ángulo horario H del punto vernal.

Los ángulos Θ y H varían debido a la rotación diurna y, por ello, es costumbre expresarlos en unidades de tiempo en lugar de en unidades angulares. Y como α está relacionada con estos dos ángulos a través de la ecuación 2.1, también se mide en horas. Dado que una vuelta completa de la esfera celeste corresponde a $360°$ y que esta esfera efectúa un giro en 24 horas, se deduce que un astro cualquiera recorrerá, en su movimiento diurno, $15°$ por hora. Análogamente podemos calcular las equivalencias entre los submúltiplos de estas unidades (véase la tabla 2.1).

Así, por ejemplo, una ascensión recta $\alpha = 10$ h 30 min tendría un valor, expresado en grados, de $157.5°$.

En consecuencia, a partir de la expresión 2.1, la ascensión recta de un astro que se halle en culminación superior será igual al tiempo sidéreo, dado que el ángulo horario de un astro en el meridiano del lugar vale $H = 0$. Si queremos determinar el ángulo horario de un astro de ascensión recta conocida en un instante dado, basta saber Θ.

Tabla 2.1: Equivalencias entre los tiempos de giro de la esfera celeste y el ángulo girado en este tiempo.

24	horas	$\longrightarrow$	360°
1	hora	$\longrightarrow$	15°
1	minuto	$\longrightarrow$	$15'$
1	segundo	$\longrightarrow$	$15''$

Las cantidades δ y H se consideran un sistema de coordenadas adicional, denominado sistema de coordenadas *horarias*.

2.3.3 *El sistema de coordenadas eclípticas*

La Tierra, aparte de girar en torno a su eje de rotación, también lo hace alrededor del Sol con un periodo de un año (movimiento de traslación).

El plano que contiene la órbita de la Tierra se llama *plano de la eclíptica*. La intersección de este plano con la esfera celeste es la *eclíptica*, que corresponde al camino recorrido por el Sol en la esfera celeste a lo largo de su movimiento anual aparente. El Sol da una vuelta completa a la eclíptica en un año.

El ángulo entre el plano del ecuador y el de la eclíptica se denomina *oblicuidad de la eclíptica* y vale $\epsilon = 23^\circ 26' 29''$.

En cada posición de la Tierra en su órbita, el Sol alcanza una altura diferente sobre el horizonte a mediodía (cuando cruza el meridiano local). En la figura 2.8 se observa que en las posiciones 2 y 4 los rayos del Sol inciden perpendiculares sobre un punto del ecuador terrestre (donde es mediodía). En las posiciones 2 y 4, los rayos caen perpendiculares sobre puntos con latitudes $-\epsilon$ y $+\epsilon$, respectivamente. Ningún punto de la superficie terrestre que tenga $|\Phi| > \epsilon$ puede recibir los rayos del Sol perpendicularmente.

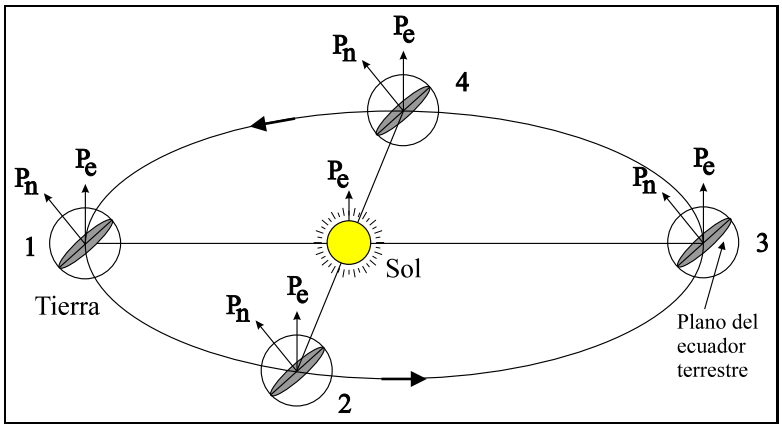


Figura 2.8: Movimiento de traslación de la Tierra.

Esta situación se aprecia con más claridad si se dibuja la *esfera celeste general*. Sobre esta dibujamos los elementos que son comunes a todos los observadores (figura 2.9). Como elementos fundamentales tomamos el eje del mundo y el plano del ecuador celeste. En esta esfera situamos también el plano de la eclíptica y el eje perpendicular a la misma.

Las posiciones 1 a 4 de la figura 2.8 equivalen a las mismas de la figura 2.9. Si reconstruimos en esta figura el movimiento aparente anual del Sol sobre la esfera celeste vemos que se desplaza siempre hacia el este y completa un giro de $360°$ en un año. Esto corresponde, aproximadamente, a $1°$/día.

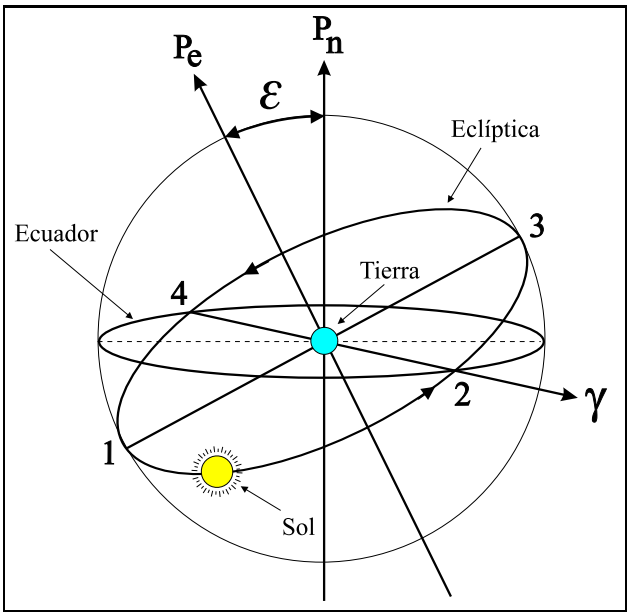


Figura 2.9: Esfera celeste general.

Vemos así que los puntos 1 a 4 corresponden a:

Punto Capricornio (τ). Marca el lugar de la eclíptica más alejado del ecuador celeste, en el hemisferio austral.

Punto Aries (γ). Corresponde al punto de cruce entre el ecuador celeste y la eclíptica, en el cual el Sol pasa del hemisferio celeste austral al boreal. Este es el punto que se adopta como origen para la medida de la ascensión recta.

Punto Cáncer ($\gamma\gamma$). Señala el lugar de máxima separación angular entre el ecuador celeste y la eclíptica en el hemisferio celeste boreal.

Punto Libra (Ω). Corresponde al punto de cruce entre el ecuador celeste y la eclípica, en el cual el Sol pasa del hemisferio celeste boreal al austral.

Sobre el plano de la eclíptica se pueden definir dos líneas destacadas. Del punto Capricornio al punto Cáncer tenemos la *línea de los solsticios*, mientras

que la unión de los puntos Aries y Libra recibe el nombre de *línea de los equinoccios*.

Si se observa el cielo desde la superficie terrestre conviene considerar de nuevo la esfera celeste local, trazada para la latitud Φ del lugar. Ahora el Sol y las estrellas se ven afectados por el movimiento aparente diurno. Reconstruyamos las diferentes configuraciones posibles del Sol sobre la esfera celeste en cada una de las posiciones decritas anteriormente. A partir de las figuras 2.8 y 2.9 vemos que el Sol, cuando sitúa sobre alguno de los cuatro puntos estudiados y si se observa desde el hemisferio norte (para el hemisferio sur se haría de manera equivalente), realiza los movimientos siguientes sobre la esfera celeste local (figura 2.10):

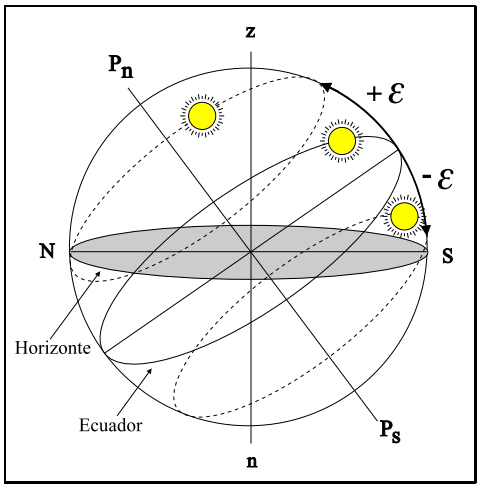


Figura 2.10: Posiciones del Sol sobre la esfera celeste local en las fechas de los solsticios y los equinoccios.

– **Sol en Aries**. Corresponde, aproximadamente, al día 21 de marzo. El Sol se sitúa sobre el ecuador celeste y, por lo tanto, su declinación es $\delta_\odot = 0°$. La ascensión recta del Sol vale $\alpha_\odot = 0$ h. El Sol sale por el este y se pone por el oeste. Por tanto, el día y la noche duran 12 horas cada uno. Este es el día del *equinoccio de primavera*.

– **Sol en Cáncer**. El Sol pasa por este lugar aproximadamente cada 21 de junio. En este instante, el Sol posee una declinación $\delta_\odot = \epsilon$ y una ascensión recta $\alpha_\odot = 6$ h. El Sol se encuentra en el hemisferio celeste boreal. Se trata del día más largo para los lugares situados en el hemisferio norte de la Tierra. Los puntos exactos de salida y puesta del Sol dependen de la latitud Φ, pero estarán situados entre el este y el norte para la salida, y entre el oeste y el norte para la puesta. Se trata del día del *solsticio de verano*.

– **Sol en Libra**. Corresponde, aproximadamente, al día 22 de septiembre. El Sol vuelve a situarse sobre el ecuador celeste ($\delta_\odot = 0°$). La ascensión recta del Sol vale ahora $\alpha_\odot = 12$ h. El Sol sale por el este y se pone por el oeste y, por lo tanto, día y noche duran 12 horas. Es el día del *equinoccio de otoño*.

– **Sol en Capricornio**. El Sol ocupa esta posición aproximadamente cada 21 de diciembre. Entonces su declinación es $\delta_\odot = -\epsilon$ y su ascensión recta $\alpha_\odot = 18$ h. El Sol se encuentra en el hemisferio celeste austral. Se trata del día más corto para el hemisferio norte de la Tierra, donde los puntos exactos de salida o puesta del Sol dependerán de la latitud Φ, pero estarán comprendidos entre el este y el sur para la salida, y entre el oeste y el sur para la puesta. Es el día del *solsticio de invierno*.

Definimos, por tanto, las *estaciones astronómicas* como las épocas del año comprendidas entre dos posiciones consecutivas del Sol correspondientes a los cuatro puntos anteriores. Así tenemos que, en el hemisferio norte de la Tierra:

– Entre los puntos Aries y Cáncer $\longrightarrow$ primavera.

– Entre los puntos Cáncer y Libra $\longrightarrow$ verano.

– Entre los puntos Libra y Capricornio $\longrightarrow$ otoño.

– Entre los puntos Capricornio y Aries $\longrightarrow$ invierno.

Círculos terrestres

Desde algunos puntos determinados de la superficie terreste con latitudes particulares, el Sol llega a adoptar unas posiciones especiales sobre la esfera celeste local (véase la figura 2.11).

Cuando el Sol yace sobre el ecuador celeste, aproximadamente el 21 de marzo y el 22 de septiembre, tiene declinación nula. Entonces, en todos los lugares situados en el ecuador de la Tierra, el Sol alcanza la culminación superior en el cenit.

El día 21 de junio, aproximadamente, la declinación del Sol es $\delta_\odot = +\epsilon$ y, por tanto, tiene su culminación superior en el cenit visto desde todos los lugares situados en el paralelo terrestre de latitud $\Phi = +\epsilon$. Este paralelo terrestre recibe el nombre de *trópico de Cáncer*.

Hacia el 21 de diciembre el Sol tiene declinación $\delta_\odot = -\epsilon$. Los observadores del hemisferio sur situados sobre el paralelo de latitud $\Phi = -\epsilon$ verán que el Sol culmina superiormente en el cenit. Este paralelo terrestre se conoce como *trópico de Capricornio*.

En el hemisferio norte, desde el paralelo de latitud $\Phi = 90° - \epsilon$, hay un único día del año en el que el Sol se ve ininterrumpidamente durante 24 horas. Esto ocurre en el solsticio de verano. El Sol llega a verse incluso a medianoche, cuando culmina inferiormente con una altura $h_\odot = 0°$. Este fenómeno recibe

el nombre de *Sol de medianoche*. El paralelo al que nos estamos refiriendo se llama *círculo polar ártico*. Hacia latitudes mayores, cada vez hay más días en los que el Sol se mantiene 24 horas por encima del horizonte, hasta llegar al polo norte, donde el Sol permanece visible constantemente a lo largo de seis meses, entre el 21 de marzo y el 22 de septiembre.

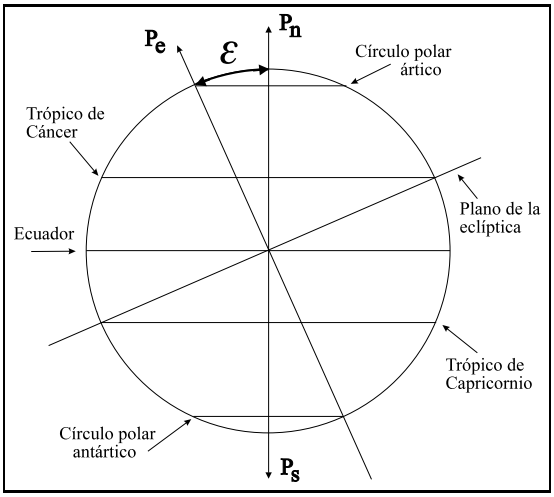


Figura 2.11: Círculos terrestres desde los que el Sol se observa en posiciones especiales de la esfera celeste.

En el hemisferio sur, en los lugares de latitud $\Phi = -(90^\circ - \epsilon)$, se observa el Sol de medianoche el 21 de diciembre. Estos puntos forman el *círculo polar antártico*. Si nos aproximamos más al sur veremos cada vez más días con 24 horas de luz diurna, hasta llegar al polo sur, donde el Sol se mantiene visible continuamente entre el 22 de septiembre y el 21 de marzo.

Coordenadas eclípticas

Podemos definir también un sistema de coordenadas que tome como referencia el plano de la eclíptica y, como origen, una dirección sobre este plano, como por ejemplo el primer punto de Aries. Resultan así las coordenadas eclípticas (véase la figura 2.12). Los dos ángulos usados como coordenadas son:

- β, *latitud eclíptica*. Es la distancia angular medida desde la eclíptica y a lo largo de un círculo máximo que pase por el polo de la eclíptica y el astro. Adopta valores entre 0° y $+90^\circ$ hacia el polo norte de la eclíptica, y entre 0° y -90° hacia el polo sur de la eclíptica.

- λ, *longitud eclíptica*. Es el ángulo entre el primer punto de Aries y el círculo máximo que pasa por el polo de la eclíptica y el astro. Se mide hacia el este y a lo largo de la eclíptica.

Las coordenadas eclípticas resultan adecuadas para estudiar el movimiento relativo de los cuerpos del Sistema Solar.

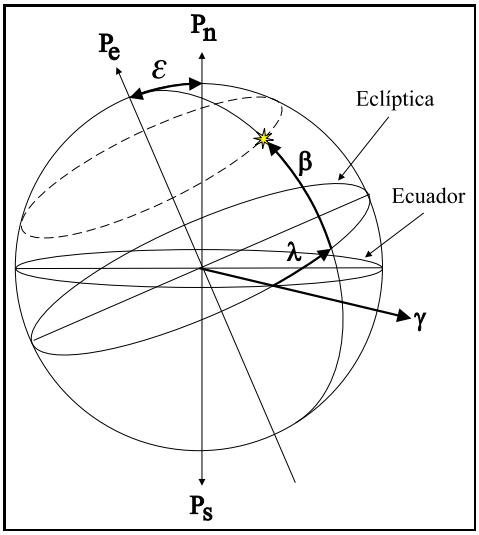


Figura 2.12: Coordenadas eclípticas.

El zodiaco

El *zodiaco* o *zodíaco* es un elemento de la esfera celeste asociado a la eclíptica. Se trata de una banda de la esfera celeste centrada en la eclíptica, con una anchura de $17°$, $8\overset{\circ}{.}5$ al norte y $8\overset{\circ}{.}5$ al sur de la misma (véase la figura 2.13).

Introducido por la astronomía babilónica para fines astrológicos, su único interés científico radica en el hecho de que el Sol y los planetas se mueven siempre dentro de esta zona de la esfera celeste. Ello se debe a que las órbitas de los planetas son aproximadamente coplanarias con la de la Tierra.

Las constelaciones comprendidas en la banda del zodiaco reciben el nombre de *zodiacales*.

El zodiaco se divide en 12 partes iguales, de $30°$ de longitud eclíptica cada una, llamadas *signos del zodiaco*. El primer signo del zodiaco es Aries y comienza, como era de esperar, en el primer punto de Aries.

Cada signo del zodiaco recibió en un principio el nombre de la constelación sobre la que se hallaba en la época babilónica. Cuando en astrología se dice que el signo de una persona es Piscis, esto quiere decir que nació cuando el Sol se encontraba dentro de este signo. Pero, como veremos, el primer punto de Aries no está absolutamente fijo sobre la esfera celeste, sino que se desplaza respecto de las estrellas fijas (véase el apartado 2.4.1). En consecuencia, todos los signos del zodiaco se van moviendo sobre la esfera celeste hacia el oeste. Si inicialmente los signos del zodiaco coincidían con las constelaciones que les

dan nombre, con el paso del tiempo esto ha dejado de ser verdad. Cuando se establecieron los signos, el de Aries coincidía con la constelación de Aries, pero hoy en día el primer punto de Aries cae en la constelación de Piscis. Dentro de unos 600 años entrará en la constelación de Acuario.

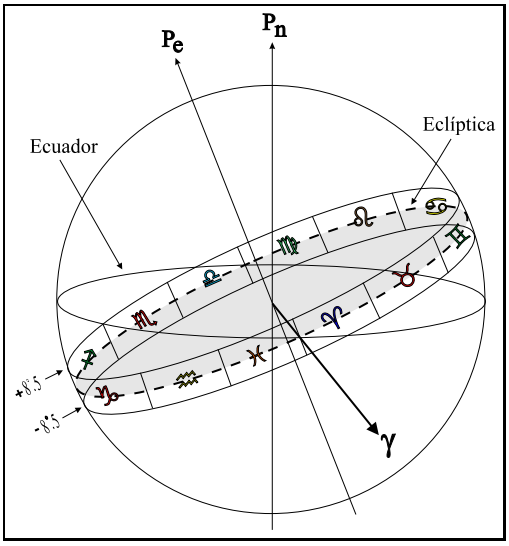


Figura 2.13: Los signos del zodiaco sobre la esfera celeste general.

2.4 Correcciones a las coordenadas

Hemos visto que las coordenadas ecuatoriales de un astro no dependen de los movimientos de rotación y traslación de la Tierra. Ahora bien, la Tierra posee otros movimientos que sí afectan a las coordenadas celestes.

2.4.1 *Precesión*

La Tierra tiene una forma ligeramente achatada por los polos, debido al movimiento de rotación. La figura real de la Tierra es un esferoide que recibe el nombre de *geoide*. Con un radio ecuatorial $R_{\mathrm{e}} = 6378.140$ km y uno polar $R_{\mathrm{p}} = 6356.755$ km, el achatamiento adopta un valor numérico de

$$f = \frac{R_{\mathrm{e}} - R_{\mathrm{p}}}{R_{\mathrm{p}}} = \frac{1}{298.257} \tag{2.2}$$

Debido al achatamiento de la Tierra, se produce un movimiento de precesión forzado por la atracción del Sol, la Luna y los planetas. Por simplicidad, consideremos únicamente la influencia del Sol.

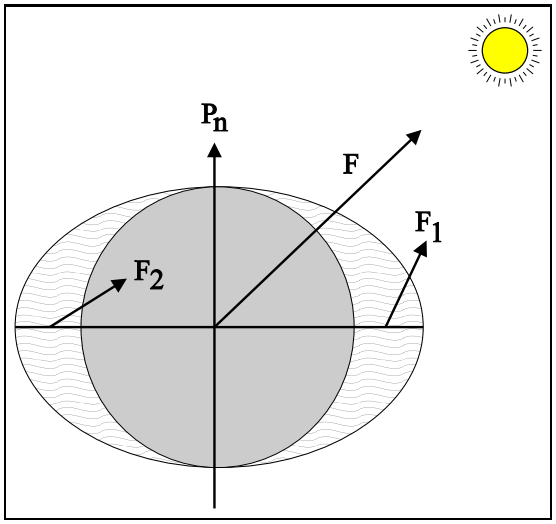


Figura 2.14: Fuerzas ejercidas por el Sol sobre la Tierra.

En general, y tal y como se aprecia en la figura 2.14, la atracción gravitatoria entre la Tierra y el Sol puede descomponerse de la manera siguiente:

1. Fuerza de atracción F sobre la esfera circunscrita en el geoide.
2. Fuerza de atracción F_1 sobre el abultamiento ecuatorial más cercano al Sol.
3. Fuerza de atracción F_2 sobre el abultamiento ecuatorial más alejado del Sol.

La fuerza F_1 es mayor que F_2 y, por tanto, la atracción del Sol ejerce un par que tiende a hacer girar el eje de rotación del geoide para que el plano del ecuador coincida con el de la órbita. Pero el momento angular que posee la Tierra debido a su movimiento de rotación hace que el efecto del par ejercido por el Sol sea el de hacer girar el eje terrestre alrededor de un eje perpendicular a la órbita. Este fenómeno recibe el nombre de *precesión*.

Según lo descrito, el eje de rotación de la Tierra describe lentamente un cono alrededor del eje de la eclíptica, tal y como se representa en la figura 2.15.

Este proceso hace que el plano ecuatorial (vinculado al eje de rotación) se desplace lentamente de este a oeste y, por lo tanto, también lo hace la línea de los equinoccios ($\gamma - \Omega$), que marca la intersección de este plano con el de la eclíptica. Con ella también cambia de posición el primer punto de Aries.

El eje de rotación terrestre completa un giro completo de 360° en $25\,781$ años. La velocidad de giro, de tan solo $50''.27$/año, resulta muy pequeña. El primer punto de Aries y todos los signos de zodiaco retrogradan sobre la eclíptica con esta misma velocidad angular.

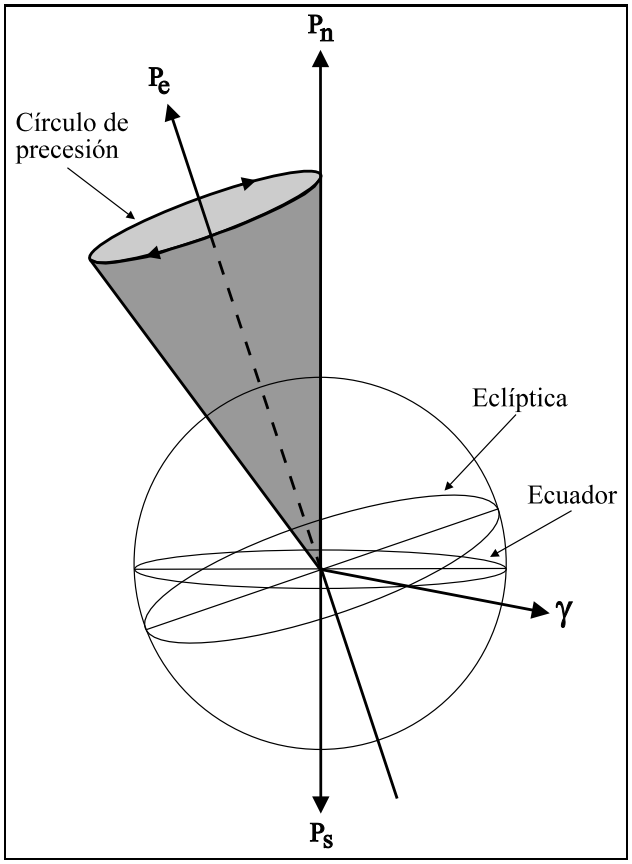


Figura 2.15: Movimiento del eje de rotación terrestre alrededor del eje de la eclíptica.

Como consecuencia directa de la precesión, el polo norte celeste gira alrededor del polo de la eclíptica con el mismo periodo de $25\,781$ años. En la actualidad el polo norte celeste se encuentra a poco menos de $1°$ de la estrella α UMi (estrella Polar). Dentro de unos $12\,000$ años, la estrella brillante más cercana al polo norte celeste ya no será esta, sino α Lyr (Vega) (véase la figura 2.16).

La precesión hace que las coordenadas ecuatoriales de las estrellas varíen a lo largo del tiempo. Cada 50 años cambia la época de referencia para la confección de catálogos estelares. Por ejemplo, es frecuente encontrar catálogos con las posiciones estelares correspondientes a los años 1950 y 2000. Durante cada observación particular habrá que corregir el efecto de la precesión sobre las coordenadas dadas en los catálogos para obtener, así, las coordenadas exactas para la fecha deseada.

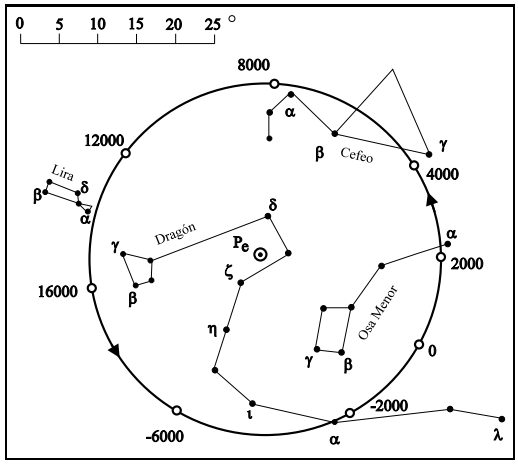


Figura 2.16: Variación del polo norte celeste respecto de las estrellas de su entorno.

2.4.2 *Nutación*

Pero existe otro movimiento adicional del eje terrestre que debe añadirse al fenómeno de la precesión. Se trata de la *nutación*.

Las fuerzas de atracción de la Luna y el Sol varían constantemente debido a los cambios en las distancias que los separan de la Tierra, así como a las direcciones en las que se hallan.

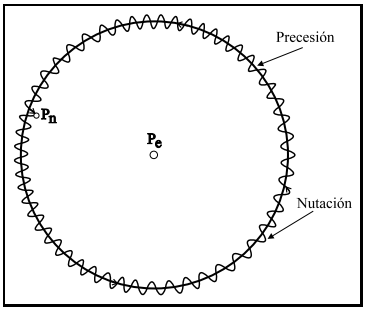


Figura 2.17: Movimiento del eje de la Tierra causado por la nutación.

Los cambios de estas fuerzas producen pequeñas oscilaciones sobre la posición del eje terrestre, como se observa en la figura 2.17. Tales oscilaciones pueden describirse como una elipse superpuesta al movimiento de precesión, con un semieje mayor de $18\farcs42$, un semieje menor de $13\farcs72$ y siendo recorrida con un periodo de 18.6 años. La mayor parte del efecto de la nutación se debe a la Luna.

2.5 Paralajes diurna y anua

Hasta ahora hemos hablado de las posiciones de los astros sobre la esfera celeste, pero no hemos considerado las distancias que nos separan de ellos. En este apartado estudiaremos un método para estimar distancias a los astros. Se trata del primer procedimiento útil para determinar las escalas del universo. Sin embargo, hay que tener presente que la medida de distancias en astronomía no es, en general, nada fácil.

Durante el siglo XIX se emprendieron los primeros intentos para determinar la distancia a las estrellas. Para este fin se aplicó la técnica de la *paralaje*. Medir una paralaje consiste en determinar el ángulo formado al observar un objeto desde dos puntos de vista distintos. Este ángulo depende de la distancia que medie entre el objeto y el observador, de manera que cuanto más lejos esté el objeto, menor será el ángulo. Por lo tanto, la medida de ese ángulo permite conocer la distancia. La visión estereoscópica humana se basa en este mismo principio, considerando cada ojo como un punto de observación.

La distancia entre los dos puntos de observación recibe el nombre de *línea de base*.

Para los cuerpos del Sistema Solar se utiliza el radio de la Tierra como línea de base. Entonces, observando la figura 2.18, se deduce la fórmula

$$\tan p = \frac{R}{d} \tag{2.3}$$

donde p representa el ángulo de paralaje, R el radio de la Tierra y d la distancia al astro estudiado, medida desde el centro de la Tierra. Esta fórmula es la expresión de la *paralaje diurna*. El ángulo se mide a partir de la proyección del astro sobre el plano del cielo, un plano perpendicular a la dirección de observación, y para ello se emplean como referencia otros astros más lejanos presentes en el campo de visión. Por lo tanto, la paralaje diurna coincide con el ángulo que subtiende el radio ecuatorial de la Tierra cuando se observa desde el astro, con la configuración indicada en la figura 2.18. La tabla 2.5 ofrece las paralajes diurnas y las distancias del Sol y de la Luna.

Tabla 2.2: Ángulos de paralaje diurna y distancias del Sol y la Luna. Como línea de base R se adopta el radio ecuatorial de la Tierra ($R = 6378$ km).

	p	d (km)
Luna	$57'$	384 684.97
Sol	$8''.79$	$1.496\,65 \times 10^8$

Conviene reparar en la pequeñez de los ángulos medidos para estos objetos, a pesar de que se hallan relativamente próximos.

La ecuación 2.3 deja claro que para determinar la distancia a las estrellas hay que incrementar la longitud de la línea de base. La *paralaje anua* se define

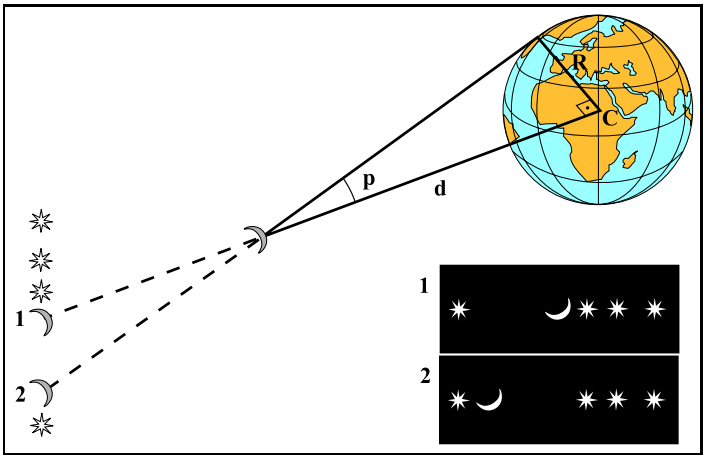


Figura 2.18: Configuración para la medida de la paralaje diurna, donde *R* indica el radio de la Tierra, *C* el centro de la Tierra, *d* la distancia al astro y *p* el ángulo de paralaje.

usando como línea de base el semieje mayor de la órbita de la Tierra. La figura 2.19 describe la configuración geométrica adaptada a este caso.

De este modo podemos medir distancias estelares mediante la expresión

$$\tan P = \frac{a}{d}, \tag{2.4}$$

donde P es el ángulo de paralaje, d la distancia a la estrella medida desde el centro del Sol y a el semieje mayor de la órbita de la Tierra, una línea de base cuya longitud coincide, por definición, con una *unidad astronómica* (au). La unidad astronómica es la unidad fundamental para la medida de distancias en astronomía. Equivale a $1.495\,978\,70 \times 10^{11}$ m.

La paralaje anua P puede definirse, por tanto, como el ángulo que subtiende el semieje mayor de la órbita terrestre cuando se observa desde el astro en cuestión, con la configuración indicada en la figura 2.19.

La paralaje anua permite establecer otra unidad de medida de distancias, de uso específico en astronomía. El *pársec*[4] (pc) se define como la distancia desde la cual una unidad astronómica subtiende un ángulo de un segundo de arco cuando se sitúa perpendicular a la línea de visión. A partir de la ecuación 2.4 deducimos que 1 pc = 206 265 au = 3.26 años-luz = 3.086×10^{16} m.

Dada la lejanía de todas las estrellas, las paralajes anuas observadas son todas ellas inferiores a $1''$. Como consecuencia de este hecho, podemos aproximar $\tan P \approx P$ (en radianes), de manera que la ecuación 2.4 queda

$$d = \frac{a}{P} \tag{2.5}$$

[4]Este nombre procede de las palabras inglesas *parallax second*.

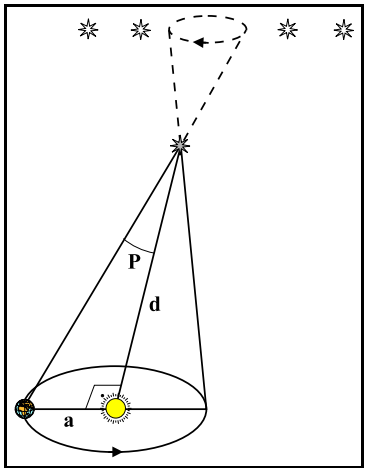


Figura 2.19: Configuración en la que se define la paralaje anua, donde *P* indica el ángulo de paralaje, *d* la distancia a la estrella medida desde el centro del Sol y *a* corresponde al semieje mayor de la órbita terrestre.

Observamos, por tanto, que la distancia a una estrella es inversamente proporcional a su paralaje. Si esta distancia se expresa en párseces y el ángulo en segundos de arco, la ecuación 2.5 se reduce a

$$d(\mathrm{pc}) = \frac{1}{P('')} \tag{2.6}$$

La primera paralaje anua de una estrella la determinó F.W. Bessel en 1838. Halló para la estrella 61 Cyg una paralaje de $0\overset{''}{.}3$. La estrella más cercana, después del Sol, es Proxima Centauri, con una paralaje de $0\overset{''}{.}76$ y, por tanto, situada a una distancia de 1.31 pc del Sol.

Como queda claro, este método solo puede aplicarse a estrellas cercanas, ya que es difícil medir ángulos muy pequeños. Hay unas 1 300 estrellas en un radio de 20 pc alrededor del Sol, pero solo unas 900 de ellas tienen determinada la paralaje con gran precisión desde observatorios terrestres. La misión espacial *Hipparcos* permitió dar un salto espectacular en este campo, puesto que este satélite obtuvo, a principios de los años 90 del siglo XX, la paralaje de unas 100 000 estrellas con una precisión de $0\overset{''}{.}002$, dentro de un radio de 500 pc alrededor del Sol. Se prevé que hacia el año 2012, la misión astrométrica *Gaia* intente mejorar estos resultados observando el uno por ciento de las estrellas de la Galaxia contenidas dentro de un radio de 5 000 pc en torno al Sol. Más allá de dicho radio es necesario aplicar otros métodos para determinar las distancias. En los capítulos 7 y 9 se describen algunos de ellos.

2.6 La medida del tiempo

El paso del tiempo debe medirse utilizando algún fenómeno que se repita regularmente en la naturaleza. Este fenómeno debe ser uniforme si se pretende que las unidades temporales resultantes tengan la misma duración.

Podemos utilizar fenómenos astronómicos periódicos como, por ejemplo, la sucesión de los días y las noches, o el cambio de las estaciones. De esta manera, la rotación o la traslación terrestres nos proporcionan las unidades *día* y *año*, respectivamente.

Existen diversos sistemas para medir el tiempo y a los que nos referiremos abreviadamente como *tiempos*.

2.6.1 *El día sidéreo y la rotación de la Tierra*

Imaginemos que observamos la culminación superior de una estrella en el meridiano local. A la noche siguiente volvemos a observar este fenómeno. Resulta evidente que, si se ignora el movimiento propio de la estrella, el tiempo que media entre los dos pasos consecutivos de la estrella por el meridiano corresponde al periodo de rotación de la Tierra, o sea, el tiempo que nuestro planeta invierte en girar 360° respecto de las estrellas fijas.

Si en lugar de observar una estrella fija medimos el tiempo entre culminaciones superiores consecutivas del punto vernal γ, entonces podemos definir el *día sidéreo*.

Como es bien sabido, la posición del primer punto de Aries está afectada por la precesión de los equinoccios y va retrogradando (movimiento hacia el oeste). Esta retrogradación se produce al ritmo de $50\overset{''}{.}27$ cada año y, por lo tanto, en un día el punto Aries retrocede $50\overset{''}{.}27/(365\,\text{días}) = 0\overset{''}{.}1377/\text{día} \approx 0.01\,\text{s/día}$.

De esta manera deducimos que un día sidéreo es un poco más corto que el periodo de rotación de la Tierra.

2.6.2 *El tiempo solar o sinódico. El día solar verdadero*

Definimos el *día solar verdadero* como el intervalo de tiempo que media entre dos pasos consecutivos del centro del disco solar por el meridiano local.

Supongamos que, en una posición determinada de la Tierra sobre su órbita, el planeta, el Sol y una estrella se hallen alineados. Consideremos un lugar de la Tierra donde el Sol y la estrella caigan sobre el meridiano local en este instante (figura 2.20). Obviamente, es mediodía.

Pasada una rotación completa de la Tierra respecto de las estrellas fijas, el planeta se ha desplazado desde la posición A a la posición B a lo largo de su órbita. El ángulo recorrido alrededor del Sol es de $360^\circ/365$ días $\approx 1^\circ$.

La estrella vuelve a pasar por el meridiano local, pero el Sol se encuentra retardado y todavía no ha llegado al meridiano. Lo cruzará cuando la Tierra

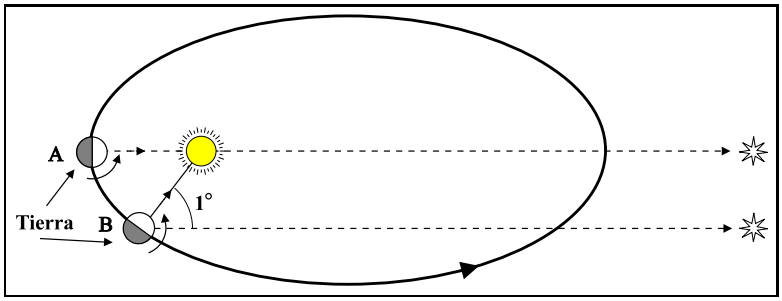


Figura 2.20: Movimiento de la Tierra durante un día solar verdadero.

haya rotado 1° más, para lo cual se requieren 4 minutos de tiempo. Entonces habrá pasado un día solar verdadero, que representaremos como $\tau_\odot$.

La rotación terrestre es, por tanto, unos 4 minutos más corta que un día solar verdadero. Pero consideremos la relación exacta entre el periodo de rotación de la Tierra y el día solar verdadero.

Igual que antes, supongamos que la Tierra, el Sol y una estrella determinada están alineados. Cuando la Tierra, en su movimiento alrededor del Sol, haya girado un ángulo Ψ_{orb} a lo largo de un tiempo Δt, el planeta habrá rotado en torno a su eje un ángulo $\Psi_\odot$ respecto del Sol y un ángulo Ψ_* respecto de la estrella. A partir de la figura 2.21 se deduce que

$$\Psi_* = \Psi_\odot + \Psi_{orb} \tag{2.7}$$

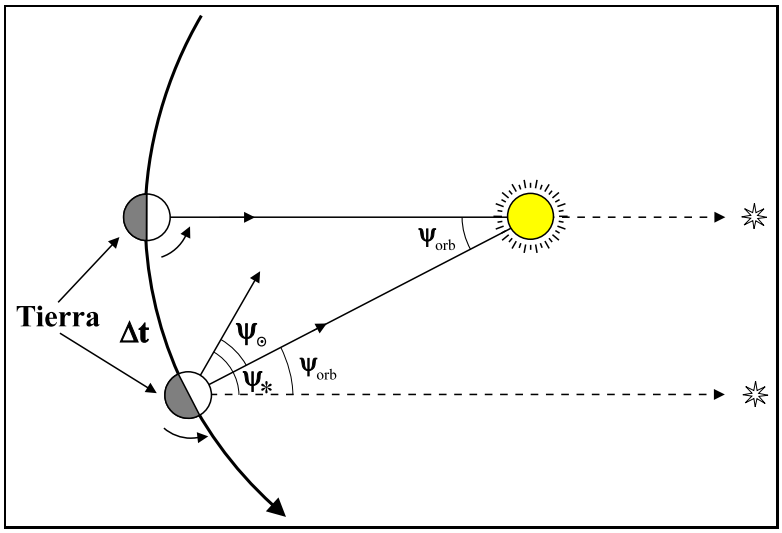


Figura 2.21: Movimiento de la Tierra en su órbita a lo largo de un intervalo de tiempo Δt.

Supongamos que el movimiento de rotación de la Tierra sea uniforme tanto respecto del Sol durante el intervalo temporal $\tau_\odot$ como respecto de las estrellas fijas en el intervalo τ_*. Del mismo modo, supongamos que también el movimiento orbital sea uniforme en el tiempo τ_{orb}.

Sabemos que para el movimiento circular uniforme se cumple que

$$\Psi = \frac{2\pi}{P}\Delta t, \tag{2.8}$$

donde P es el periodo.

Si la ecuación 2.8 se sustituye en la 2.7 se obtiene

$$\frac{1}{\tau_*} = \frac{1}{\tau_\odot} + \frac{1}{\tau_{orb}}. \tag{2.9}$$

Ahora bien, τ_* es el periodo de rotación terrestre respecto de las estrellas fijas; $\tau_\odot$ corresponde al periodo de rotación respecto del Sol, o sea, 1 día solar, y τ_{orb} representa el periodo orbital de la Tierra alrededor del Sol respecto de las estrellas fijas, es decir, 1 *año sidéreo*. Como el periodo orbital vale $\tau_{orb} = 365.2564\,\tau_\odot$, se deduce que

$$\frac{1}{\tau_*} = \frac{1}{\tau_\odot} + \frac{1}{365.2564\,\tau_\odot}. \tag{2.10}$$

Esta ecuación arroja el valor siguiente para la duración de la rotación terrestre medida en unidades de tiempo solar:

$$\tau_* = 0.99727\,\tau_\odot = 23\text{ h }56\text{ min }4.10\text{ s}.$$

Del mismo modo, y a la vista de lo indicado en el apartado 2.6.1, un día sidéreo vale 23 h 56 min 4.09 s.

El periodo de rotación de la Tierra respecto de las estrellas fijas, τ_*, es bastante constante, pero, dado que nuestras vidas se rigen por la alternancia entre el día y la noche, para nosotros resulta más conveniente medir el tiempo a partir de los movimientos aparentes del Sol, y no mediante las estrellas. Sin embargo, el tiempo solar verdadero no fluye a un ritmo constante, debido a que

1. La órbita terrestre es elíptica y, en virtud de las leyes de Kepler, nuestro planeta no la recorre con velocidad uniforme. Por tanto, la velocidad de la Tierra no es constante y el movimiento del Sol a lo largo de la eclíptica tampoco lo es.

2. El Sol se mueve sobre la eclíptica, no sobre el ecuador celeste. En consecuencia, su ascensión recta varía a un ritmo que no es constante y, por lo tanto, su ángulo horario, que determina el tiempo solar, cambia también a un ritmo variable.

Por lo tanto hay que inventar un Sol que se mueva a un ritmo constante y con el mismo periodo que el Sol verdadero: lo llamaremos *Sol medio*. Se trata

de un Sol imaginario que se desplaza siempre sobre el ecuador celeste y a una velocidad uniforme.

Definimos el *año trópico* como el tiempo transcurrido entre dos pasos sucesivos del Sol por el punto Aries. La duración del año trópico es

1 año trópico = 365.2422 días = 365 d 5 h 48 min 46 s.

El Sol medio permite definir el tiempo solar medio T_{M}, equivalente al ángulo horario H_{M} del centro del Sol medio más 12 horas, las cuales se añaden para que el día empiece a medianoche. El ritmo de variación del ángulo horario de este Sol sí es constante. Así,

$$T_{\mathrm{M}} = H_{\mathrm{M}} + 12\,\mathrm{h} \tag{2.11}$$

y este es básicamente el tiempo del que nos servimos para regir la vida cotidiana. Será mediodía cuando el Sol medio pase por la culminación superior. Su culminación inferior define la medianoche.

2.6.3 *La ecuación de tiempo*

La diferencia entre el tiempo medido a través del Sol verdadero y el tiempo determinado con el Sol medio se llama *ecuación de tiempo*:

$$\eta = T_{\odot} - T_{\mathrm{M}}, \tag{2.12}$$

donde $T_{\odot}$ representa el tiempo solar verdadero, dado por

$$T_{\odot} = H_{\odot} + 12\,\mathrm{h}. \tag{2.13}$$

Con las expresiones 2.11 y 2.13, la ecuación de tiempo 2.12 se puede expresar como

$$\eta = H_{\odot} - H_{\mathrm{M}} \tag{2.14}$$

y, mediante la fórmula 2.1 aplicada a cada ángulo horario, se obtiene otra expresión para la ecuación de tiempo,

$$\eta = \alpha_{\mathrm{M}} - \alpha_{\odot}, \tag{2.15}$$

que la relaciona con la diferencia de ascensiones rectas entre el Sol medio y el Sol verdadero.

Los valores de la ecuación de tiempo para cada día del año se calculan y publican con antelación en los anuarios astronómicos.

Si se mide directamente el ángulo horario del Sol verdadero, $H_{\odot}$, y si se conoce la ecuación de tiempo, η, se obtiene fácilmente el tiempo medio, T_{M}. Al mediodía verdadero ($H_{\odot} = 0\,\mathrm{h}$), el tiempo medio será $T_{\mathrm{M}} = 12\,\mathrm{h} - \eta$.

El tiempo medio medido por los observadores situados en el meridiano de Greenwich se denomina *tiempo de Greenwich* o *tiempo universal* (TU). Este tiempo recibe otros nombres, como T_0 o GMT (*Greenwich Mean Time*).

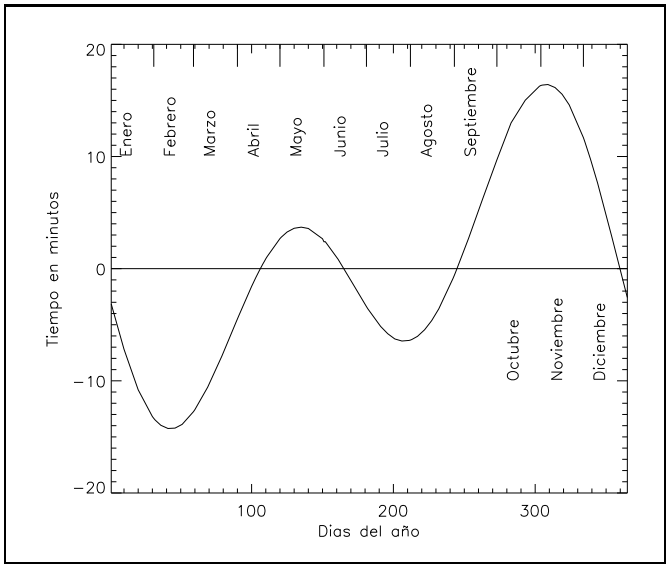


Figura 2.22: Diagrama de la ecuación de tiempo.

Para cualquier lugar de la superficie terrestre de longitud geográfica l, el tiempo medio puede expresarse en función del tiempo de Greenwich como

$$T_{\mathrm{M}} = T_0 + l, \tag{2.16}$$

donde l se debe expresar en horas y se considera positiva hacia el este y negativa hacia el oeste.

Por lo tanto, el tiempo solar medio es un tiempo local: depende del meridiano del lugar.

En otros tiempos, cada ciudad se regía por su propio tiempo local y, si se viajaba de un lugar a otro, había que ajustar la hora. Para evitar este problema, y como consecuencia de la revolución de las comunicaciones, a finales del siglo XIX se dividió la superficie de la Tierra en 24 zonas de $15°$ de longitud geográfica cada una, limitadas por meridianos. En cada una de estas zonas, llamadas *husos horarios*, se adopta la hora solar media del meridiano central. Este tiempo recibe el nombre de *tiempo estándar*. Los estados ajustan los límites de los husos que los atraviesan para que coincidan con sus fronteras políticas.

A partir del meridiano de Greenwich, y en dirección hacia el este, cada huso añade una hora entera más, mientras que en dirección oeste se sustrae una hora por cada huso. La diferencia entre dos husos cualesquiera es siempre un número entero de horas. Esta forma de fijar las horas de los distintos husos produce un efecto curioso en el meridiano situado a $180°$ de longitud de Greenwich. Cuando se atraviesa este meridiano viajando hacia el oeste hay que incrementar la fecha en un día, mientras que si se hace viajando hacie al este hay que restar un día. Para evitar separar territorios o grupos de islas unidos políticamente,

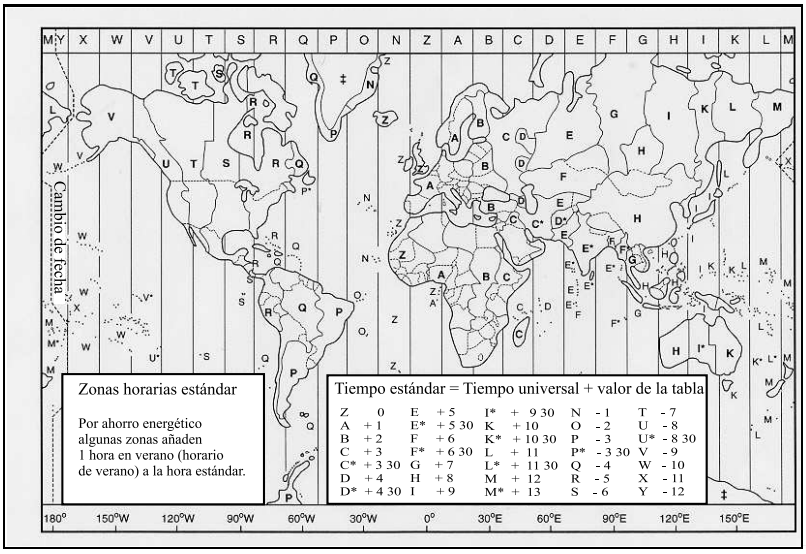


Figura 2.23: Zonas horarias estándar. Cuando se atraviesa la línea de cambio de fecha viajando hacia el oeste hay que incrementar la fecha en un día, mientras que si se viaja hacia el este hay que restar un día a la fecha. La tabla de correcciones para las distintas zonas se da en horas y minutos.

se utiliza una línea arbitraria que va del polo norte al polo sur y que coincide aproximadamente con este meridiano, aunque se aparte del mismo en algunos lugares. Esta línea recibe el nombre de *línea de cambio de fecha*.

En la mayoría de los estados de la Europa continental se adopta como tiempo estándar el tiempo universal más una hora. Finalmente, y por motivos de ahorro energético, en algunas regiones se añade una hora al tiempo estándar durante el verano.

2.7 El calendario

Se denomina *calendario* el sistema de medida de intervalos largos de tiempo. Para su elaboración se utilizan fenómenos periódicos de la naturaleza, como las *lunaciones* (periodo de tiempo entre dos Lunas nuevas consecutivas) o la sucesión de las estaciones.

De estos dos fenómenos surgen dos tipos distintos de calendario: el calendario lunar, utilizado sobre todo en los países musulmanes, y el calendario solar, que es el que se emplea en Europa, América y otras zonas del mundo.

El calendario solar se basa en el año trópico, que dura 365.2422 días solares medios y corresponde al periodo de traslación de la Tierra alrededor del Sol respecto del punto Aries o, dicho de otro modo, al intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol verdadero (o del Sol medio) por el

punto vernal. El problema fundamental de este calendario radica en que un año útil, para que sea de uso cotidiano entre la población, debe contener un número entero de días: es lo que se denomina *año civil*. No resultaría práctico que los años empezaran unas veces por la mañana y otras por la tarde. Entonces, ¿cómo resolver el problema planteado por el hecho de que el año trópico contiene fracciones de día, mientras que el año civil, que debe construirse a partir del anterior, tiene que ser entero?

Ya desde la antigüedad clásica se formularon numerosas propuestas para confeccionar un calendario civil que tomara como base el año trópico y que utilizara meses de más o menos longitud.

Pero la gran reforma del calendario proviene de Julio César, quien, asesorado por el astrónomo de Alejandría Sosígenes, promulgó en el año 46 a.C. un decreto por el cual se instauraba el *calendario juliano*. Este calendario consta de ciclos de 4 años, de los cuales los 3 primeros se llaman *comunes* y tienen 365 días, mientras que el cuarto año, denominado *bisiesto*, dura 366 días. Así, el año civil consta en promedio de 365.25 días, un valor bastante cercano al año trópico. En el calendario juliano se establecía que los años bisiestos fueran los divisibles por cuatro.

El año civil de Julio César se divide en 12 meses, de los cuales los impares tienen 31 días y los pares 30, salvo el mes de febrero, que tiene 29 ó 30 dependiendo de si el año es común o bisiesto.

El año 44 a.C. el Senado de Roma dedicó el mes *quintilis* (julio) a Julio César y lo llamó *julius*. En el año 8 d.C. el mes siguiente a *julius* se dedicó al emperador Augusto y recibió su nombre. Pero este mes tenía solo 30 días y, para darle a los dos emperadores la misma importancia, se le añadió un día que se sustrajo al mes de febrero, que pasó a tener 28 ó 29, como en la actualidad. Algunas reformas posteriores modificaron el número de días de los últimos meses del año.

Pasado el tiempo, el calendario juliano fue adoptado por todos los países europeos descendientes del imperio romano. El calendario juliano proponía una solución sencilla e inteligente, pero implicaba una diferencia entre el valor promedio del año civil juliano y el año trópico, un hecho que planteó conflictos con el paso de los siglos.

El año trópico es $11\,\mathrm{min}\,14\,\mathrm{s} = 0.0078$ días más corto que el año juliano. Por lo tanto, este calendario va retrasando en esta cantidad anual de días las fechas de los equinoccios y solsticios. Pasados 128 años, el retardo acumulado asciende aproximadamente a un día entero.

Esto deparó consecuencias graves, debido a que todas las fiestas cristianas se basan en la *fecha de pascua*, que es móvil dependiendo del día en que se produce el equinoccio de primavera. Desde el concilio de Nicea, celebrado en el año 325, la pascua cristiana se celebra el primer domingo posterior a la primera Luna llena coincidente con o posterior al equinoccio de primavera. Aquel año el equinoccio cayó en 21 de marzo, y se adoptó esa fecha como referencia. Hacia el año 1580, el retardo acumulado era ya de 10 días y la primavera empezaba no en la fecha de referencia del 21 de marzo, sino alrededor del 11 del mismo

mes. Se hacía necesaria, por tanto, una nueva reforma del calendario. El papa Gregorio XIII, a propuesta de los hermanos Luigi y Antonio Lilius, publicó en el año 1582 una bula por la cual instauraba un calendario nuevo que se ajustaba mejor a la duración del año trópico.

Pero para implantarlo se consideró necesario ante todo recuperar los días perdidos para devolver el equinoccio vernal al 21 de marzo. Para ello, del jueves 4 de octubre de 1582 se pasó directamente al viernes 15 de octubre de 1582. El nuevo *calendario gregoriano* se basa en ciclos de 400 años, entre los cuales hay 303 comunes de 365 días y 97 bisiestos de 366 días, de manera que el año civil adopta, en promedio, una duración de 365.2425 días solares medios. La reforma gregoriana establece que son bisiestos los años divisibles por cuatro, excepto los fines de siglo no divisibles por 400. Así, el año 2000 (divisible entre 400) es bisiesto, pero 1900 no lo es.

La diferencia entre el año gregoriano promedio y el año trópico asciende a tan solo 0.0003 días, lo cual implica un día de retraso en la fecha media de las estaciones cada 3333 años.

El calendario gregoriano fue adoptado de manera lenta y paulatina. Los países católicos lo asumieron inmediatamente, mientras que los demás lo fueron aplicando entre los siglos XVI y XX. La Unión Soviética lo adoptó en 1918. Por eso, la Revolución de Octubre de 1917 sucedió realmente en noviembre de 1917 según el calendario gregoriano.

2.8 Transformación de coordenadas

En los apartados anteriores se ha visto que para determinar la posición de un objeto en la bóveda celeste pueden emplearse distintos sistemas de coordenadas. En este apartado nos proponemos obtener las fórmulas que permitan pasar de un sistema de coordenadas a otro, es decir, las fórmulas de transformación de coordenadas. Aunque la transformación de coordenadas pueda deducirse mediante el uso de la trigonometría esférica, técnica habitual en astronomía de posición, aquí adoptaremos un método de deducción basado en la rotación de los ejes coordenados.

2.8.1 *Transformación general*

La posición de un punto Q sobre una esfera de radio unidad queda determinada unívocamente por dos ángulos, el acimutal φ y el polar θ (figura 2.24).

El ángulo φ se mide sobre el plano $x - y$, en sentido antihorario mirando desde la parte positiva del eje z, y tomando la parte positiva del eje x como origen.

El ángulo θ da la distancia angular desde el plano $x - y$.

De manera semejante podemos definir los ángulos φ' y θ' en otro sistema de coordenadas (x', y', z').

En cada sistema de referencia pueden formularse las relaciones entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas esféricas (angulares), teniendo en cuenta que la distancia del punto Q al origen es siempre la unidad (figura 2.24).

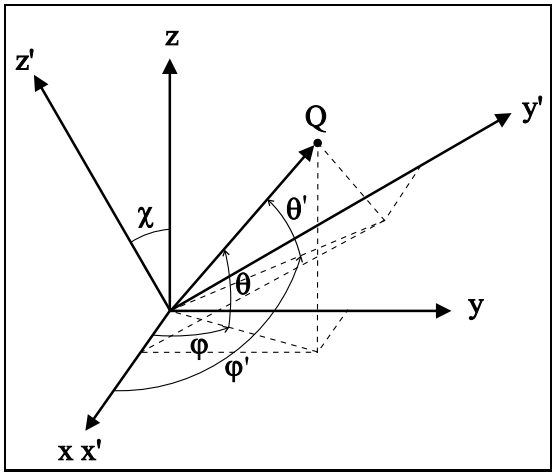


Figura 2.24: Definición de los ángulos coordenados en dos sistemas de referencia distintos y para una esfera de radio unidad.

Para las coordenadas (x, y, z):

$$\begin{aligned} x &= \cos\theta\cos\varphi \\ y &= \cos\theta\,\mathrm{sen}\,\varphi \\ z &= \mathrm{sen}\,\theta. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Para las coordenadas (x', y', z'):

$$\begin{aligned} x' &= \cos\theta'\cos\varphi' \\ y' &= \cos\theta'\,\mathrm{sen}\,\varphi' \\ z' &= \mathrm{sen}\,\theta'. \end{aligned} \tag{2.18}$$

La transformación del sistema de coordenadas (x, y, z) al sistema (x', y', z') se obtiene mediante una rotación de ángulo χ alrededor del eje x, como muestra la figura 2.24.

Dado que la coordenada x no cambia porque los ejes x y x' coinciden, podemos calcular la relación de las otras dos coordenadas cartesianas observando la proyección del punto Q (el punto M) sobre el plano $y - z$ (figura 2.25). Se obtiene de este modo:

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y\cos\chi + z\,\mathrm{sen}\,\chi \\ z' &= z\cos\chi - y\,\mathrm{sen}\,\chi. \end{aligned} \tag{2.19}$$

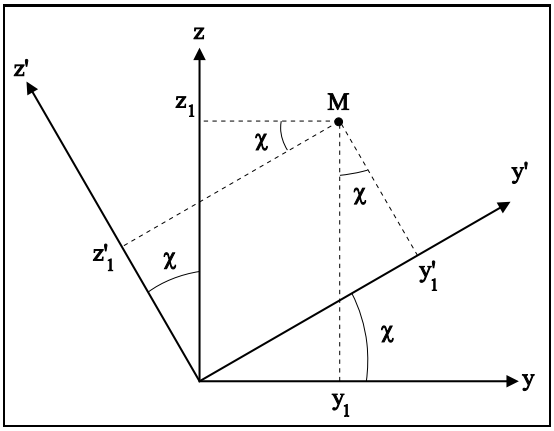


Figura 2.25: Rotación de los dos sistemas de coordenadas sobre el plano $y - z$.

Si se introducen en las ecuaciones 2.19 las equivalencias dadas por 2.17 y 2.18 resulta

$$\begin{aligned} \cos\theta' \cos\varphi' &= \cos\theta \cos\varphi \\ \cos\theta' \operatorname{sen}\varphi' &= \cos\theta \operatorname{sen}\varphi \cos\chi + \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\chi \\ \operatorname{sen}\theta' &= \operatorname{sen}\theta \cos\chi - \cos\theta \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\chi. \end{aligned} \tag{2.20}$$

Estas expresiones son suficientes para obtener las transformaciones entre los sistemas astronómicos de coordenadas descritos en apartados anteriores.

2.8.2 *Cambio entre coordenadas horizontales y horarias*

Observemos la figura 2.26. Consideremos a la vez las identificaciones siguientes: como eje x, x' tomamos la dirección del oeste, como eje y la dirección del sur, como eje z la dirección del cenit, como eje y' la dirección sur sobre el ecuador celeste y como eje z' el eje del mundo. Entonces podemos aplicar las ecuaciones de transformación general 2.20.

En este caso, para pasar de las coordenadas (x, y, z) a (x', y', z') realizamos una rotación alrededor del eje x con un ángulo θ igual al que media entre la dirección del cenit y la dirección del polo norte celeste. Este ángulo vale $\chi = 90° - \Phi$

A partir de la figura 2.26 se deduce que

$$\begin{aligned} \varphi &= 90° - a \quad ; \quad \varphi' = 90° - H \\ \theta &= h \quad\quad\;\; ; \quad \theta' = \delta. \end{aligned} \tag{2.21}$$

Hay que tener en cuenta que no se utiliza la coordenada ascensión recta, α, sino el ángulo horario H, ya que no conocemos la posición del punto vernal.

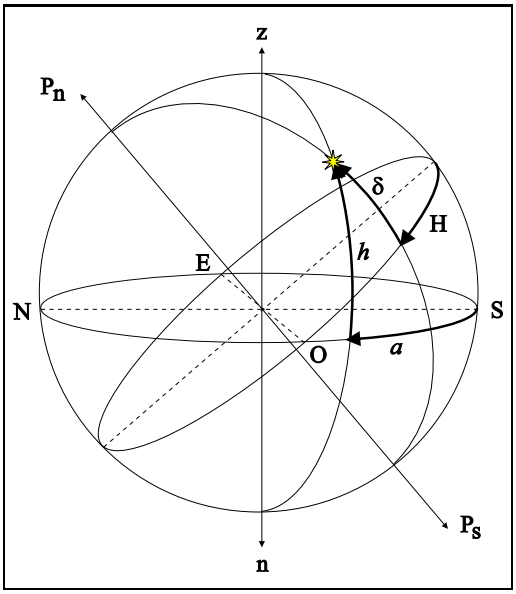


Figura 2.26: Cambio de coordenadas horizontales a horarias.

Si se sustituye en 2.20 se tiene:

$$\begin{aligned}
\cos\delta\cos(90^\circ - H) &= \cos h\cos(90^\circ - a)\\
\cos\delta\,\mathrm{sen}(90^\circ - H) &= \cos h\,\mathrm{sen}(90^\circ - a)\cos(90^\circ - \Phi) + \mathrm{sen}\,h\,\mathrm{sen}(90 - \Phi)\\
\mathrm{sen}\,\delta &= \mathrm{sen}\,h\cos(90^\circ - \Phi)\\
&\quad - \cos h\,\mathrm{sen}(90^\circ - a)\,\mathrm{sen}(90 - \Phi),
\end{aligned} \tag{2.22}$$

que se reduce a

$$\begin{aligned}
\cos\delta\,\mathrm{sen}\,H &= \cos h\,\mathrm{sen}\,a\\
\cos\delta\cos H &= \cos h\cos a\,\mathrm{sen}\,\Phi + \mathrm{sen}\,h\cos\Phi\\
\mathrm{sen}\,\delta &= \mathrm{sen}\,h\,\mathrm{sen}\,\Phi - \cos h\cos a\cos\Phi.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Para deducir las transformaciones inversas, de horarias a horizontales, solo hay que aplicar un giro con un ángulo $\chi = -(90^\circ - \Phi)$. En este caso,

$$\begin{array}{lllllll}
\varphi &=& 90^\circ - H & \qquad \varphi' &=& 90^\circ - a\\
\theta &=& \delta & \qquad \theta' &=& h.
\end{array} \tag{2.24}$$

Yendo a las ecuaciones 2.20 resulta

$$\begin{aligned}
\cos h\,\mathrm{sen}\,a &= \cos\delta\,\mathrm{sen}\,H\\
\cos h\cos a &= \cos\delta\cos H\,\mathrm{sen}\,\Phi - \mathrm{sen}\,\delta\cos\Phi\\
\mathrm{sen}\,h &= \mathrm{sen}\,\delta\,\mathrm{sen}\,\Phi + \cos\delta\cos H\cos\Phi.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

2.8.3 *Cambio de coordenadas ecuatoriales a eclípticas*

Observando la figura 2.27, consideremos las identificaciones siguientes: como eje x, x' tomamos la dirección del punto Aries, como eje y la dirección del sur sobre el ecuador, como eje z el eje del mundo, como eje y' la dirección sur sobre la eclíptica, y como eje z' el eje de la eclíptica. Aplicamos ahora las ecuaciones de transformación 2.20.

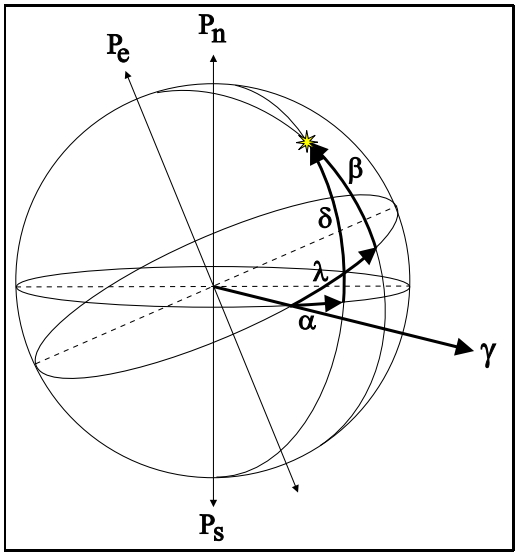


Figura 2.27: Cambio de coordenadas ecuatoriales a eclípticas.

En este caso, para pasar de las coordenadas (x, y, z) a (x', y', z') realizamos una rotación en torno al eje x con un ángulo igual al formado por los ejes del mundo y el de la eclíptica, $\chi = +\epsilon$. La figura 2.27 permite deducir que

$$\begin{array}{rclrcl} \varphi & = & \alpha & \varphi' & = & \lambda \\ \theta & = & \delta & \theta' & = & \beta. \end{array} \tag{2.26}$$

Si acudimos ahora a las ecuaciones 2.20 obtenemos:

$$\begin{aligned} \cos\beta\cos\lambda &= \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\beta\,\mathrm{sen}\,\lambda &= \cos\delta\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\epsilon + \mathrm{sen}\,\delta\,\mathrm{sen}\,\epsilon \\ \mathrm{sen}\,\beta &= \mathrm{sen}\,\delta\cos\epsilon - \cos\delta\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\epsilon. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Para obtener las transformaciones inversas, de eclípticas a ecuatoriales, solo hay que considerar un giro de ángulo $\chi = -\epsilon$. Entonces tendremos

$$\begin{array}{rclrcl} \varphi & = & \lambda & \varphi' & = & \alpha \\ \theta & = & \beta & \theta' & = & \delta. \end{array} \tag{2.28}$$

Si se sustituye en 2.20 resulta

$$\begin{aligned} \cos\delta\cos\alpha &= \cos\beta\cos\lambda \\ \cos\delta\,\mathrm{sen}\,\alpha &= \cos\beta\,\mathrm{sen}\,\lambda\cos\epsilon - \mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,\epsilon \\ \mathrm{sen}\,\delta &= \mathrm{sen}\,\beta\cos\epsilon + \cos\beta\,\mathrm{sen}\,\lambda\,\mathrm{sen}\,\epsilon. \end{aligned} \qquad (2.29)$$