

GUÍA DE LABORATORIO

para las asignaturas de

TÉCNICAS EXPERIMENTALES

del primer ciclo de la Licenciatura en Física

Apéndice: Modelo de memoria I

Medida de la aceleración de la gravedad

J. Pérez García¹ y A. Martínez González²

Técnicas Experimentales en Física General. Grupo A. Subgrupo A1

Práctica realizada el 15 de diciembre de 2004. Curso 2003-2004

Fecha de impresión: martes, 16 de diciembre de 2003

Resumen

En esta práctica se ha realizado un sencillo experimento para determinar la aceleración de la gravedad con precisión. El método se basa en determinar la aceleración de la gravedad para bolas de distintas densidades y extrapolar el resultado para densidad infinita. Con este método se evita la molesta influencia de la resistencia del aire y se obtiene un valor de la aceleración de la gravedad que difiere sólo en 10^{-4} del valor aceptado.

INTRODUCCIÓN

Es bien conocido que la aceleración debida a la gravedad es la misma para todos los cuerpos en caída libre, y es casi constante al movernos sobre la superficie terrestre (Sears y Zemansky 1966) si no nos desplazamos demasiado en altura.

La medida precisa de la aceleración de la gravedad g es un campo de investigación constante por la transcendencia tecnológica que tiene en la actualidad (Marson and Faller 1986, <http://bgi.cnes.fr>).

Uno de los métodos más sencillos para determinar el valor de g consiste en estudiar la caída libre de una pequeña bola. Si el experimento se realiza en el vacío, la segunda ley de Newton nos indica que la caída libre es un movimiento uniformemente acelerado (si la variación en altura no es excesiva y puede considerarse que g no varía), y por ello podremos determinar su aceleración midiendo tiempos y espacios recorridos; en este caso, el resultado será independiente del material de la bola.

Pero si el experimento se realiza en el aire esto ya no es así. Sea cual sea el material de la bola, si el experimento se realiza en el aire, está siempre estará sometida a la fuerza de la gravedad y a la resistencia del aire (que depende de la velocidad). Por lo tanto, para cada bola se obtendrá un valor de g distinto: cuanto mayor sea el peso de la bola, menor será la importancia la resistencia del aire frente a aquella y mayor el valor g obtenido, de tal manera que para una bola con densidad infinita podemos suponer que la resistencia del aire es despreciable frente a la fuerza de la gravedad y el valor de g obtenido corresponderá a la aceleración de la gravedad que se obtendría en vacío.

El presente experimento parte de este hecho: una esfera de un material con densidad cercana al infinito (como una [estrella de neutrones](#)) presenta una resistencia despreciable en aire (Schoch and Winiger 1991). Aunque no podemos obtener dicho material, sí podemos usar esferas de diferente densidad y extrapolar los resultados para densidad infinita. El

¹ pergar@alumni.uv.es

² margon@alumni.uv.es

procedimiento consiste en medir con tanta precisión como sea posible los valores de g para esferas de tungsteno, aluminio, acero y PVC en aire. Los valores de g medidos (g_{exp}) serán menores que nuestro valor verdadero de g , $g_{local} = 9.806315 \text{ ms}^{-2}$, debido al efecto de la resistencia del aire. Extrapolando los resultados experimentales para una bola de densidad infinita obtendremos un valor de g compatible con g_{local} .

MATERIAL Y MÉTODOS

El esquema del montaje del presente experimento se muestra en las Figura 1 y 2. El sistema consta de un sistema neumático para sujetar y dejar caer la bola, y de tres células fotoeléctricas conectadas a cronómetros digitales de precisión y montadas sobre un carril óptico vertical. Una bola se deja libre y tras recorrer un espacio s , pone en marcha el cronómetro al pasar frente a la fotocélula 1 (PHG1); cuando pasa frente a la segunda fotocélula (PHG2) determina el tiempo que ha empleado en recorrer la distancia entre ambas fotocélulas (h_1), y cuando pasa frente a la fotocélula 3 (PHG3) determina el tiempo que ha empleado en recorrer la distancia entre PHG1 y PHG3 (h_2). Este método de tres células fotoeléctricas elimina cualquier error en el mecanismo de lanzamiento de la bola.



Figura 1.- El mecanismo de lanzamiento neumático se muestra en la parte de arriba. Está montado con las tres células fotoeléctricas sobre el carril óptico que ha sido cuidadosamente alineado con la vertical. Uno de nosotros (J. Pérez García) está desconectando la bomba de vacío para iniciar la caída libre de la esfera

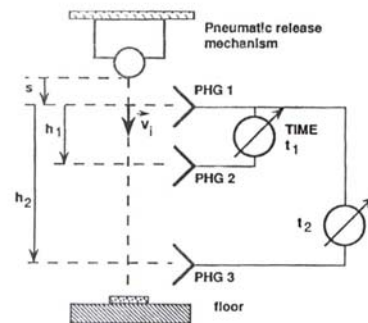


Figura 2.- Método de tres células fotoeléctricas (PHG) para medir g_{exp} (incluyendo la resistencia del aire) para esferas de tungsteno, acero, aluminio y PVC, con diámetros de 20.0 mm. Cualquier velocidad inicial resultante del mecanismo de lanzamiento se cancela mediante este método. La esfera se sujeta por el mecanismo neumático y cae desde una altura $s = 5 \text{ cm}$ antes de ponerse en marcha los dos relojes. $h_1 = 0.5 \text{ m}$, $h_2 = 2 \text{ m}$. Las células fotoeléctricas infrarrojas contienen un dispositivo de disparo Schmitt para poner en marcha y parar los contadores con precisión.

Puesto que sólo es magnética una de las esferas usadas, se ideó el mecanismo de lanzamiento neumático que se muestra en la Figura 3 y se representa esquemáticamente en la Figura 4. Este sistema neumático requiere de una reducida presión para sujetar las bolas que puede obtenerse con una pequeña bomba de vacío o por aspiración mediante la fuerza del pulmón humano. Es bastante fácil sujetar incluso bolas de 100 g.

Los materiales de las bolas usadas en esta práctica han sido PVC (plástico), aluminio, acero y tungsteno. La densidad de este último es muy alta ($\approx 20 \text{ g/cm}^3$). El diámetro de cada esfera es $20.0 \pm 0.05 \text{ mm}$.

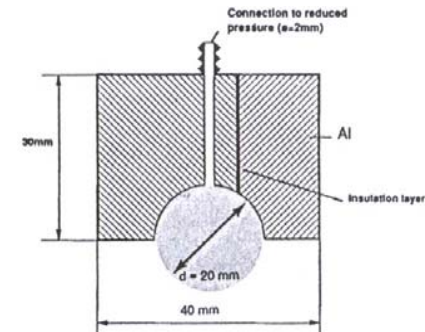
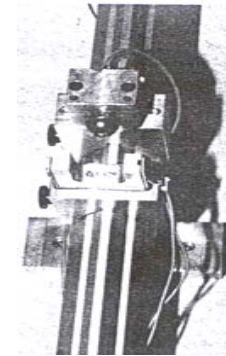


Figura 2. Mecanismo de lanzamiento **Figura 3.** Una pequeña diferencia en la presión es neumático para esferas no magnéticas de suficiente para mantener incluso una esfera de diámetro 20.0 mm. Justo debajo del tungsteno con una masa de 80 g. La capa de aislamiento está la primera de las tres puertas aislamiento se usa para otro tipo de experimentos infrarrojos montadas sobre el carril óptico vertical.

Las alturas $h_1 = 0.5000 \text{ m}$ y $h_2 = 2.0000 \text{ m}$ han sido cuidadosamente ajustadas para encajar dos barras de acero cuyas longitudes se han medido gracias a la firma óptica WILD-LEICA con una sensibilidad de $\pm 0.005 \text{ mm}$. Por lo tanto, se estima que el error es menor que 0.1 mm . Las tres células fotoeléctricas se han preparado en nuestro taller con un disparador Schmitt. Su precisión es de $1 \mu\text{s}$ o $\approx 1/100 \text{ mm}$.

FUNDAMENTO TEÓRICO

Cuando la bola pasa frente a la célula fotoeléctrica 1 lleva una velocidad, v_i , ya que ésta ha caído desde una cierta altura sin determinar, s . Los intervalos de tiempo t_1 y t_2 se miden con dos contadores electrónicos con una sensibilidad de microsegundos. Se supone, además, que la aceleración es constante, $a = g_{exp}$, durante el movimiento. En estas condiciones suponiendo movimiento uniformemente acelerado, se tienen las ecuaciones siguientes:

$$h_1 = v_i t_1 + g_{exp} \frac{t_1^2}{2} \quad (1)$$

$$h_2 = v_i t_2 + g_{exp} \frac{t_2^2}{2} \quad (2)$$

Despejando g_{exp} , se obtiene:

$$g_{exp} = \frac{2(h_2 t_1 - h_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_1 - t_2)} \quad (3)$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La tabla 1 muestra los resultados de nuestro experimento. Como se puede apreciar, el valor medido de la aceleración de la gravedad, g_{exp} , para la esfera de tungsteno difiere sólo en un 1.5 % del valor “oficial” g_{loc} , mientras que las esferas más ligeras de PVC difieren en un 1.8 % debido a la resistencia del flujo del aire, F_{aire} , que relativamente contribuye mucho más. En otras palabras, para la esfera de PVC, F_{aire}/F_G es aproximadamente 13 veces mayor que el correspondiente coeficiente para el tungsteno. Por supuesto, se ha asumido que las velocidades de las esferas al caer tienen casi el mismo valor.

Tabla 1. Medidas realizadas con el método de tres puertas infrarrojas.

1. Material	m (± 0.1 g)	$1/m$ (Kg^{-1})	t_1 (± 20 μs)	t_2 (± 20 μs)	$g_{\text{exp}}(\text{medio})$ (± 0.003 ms^{-2})	$(g_{\text{exp}}-g_{\text{loc}})/g_{\text{loc}}$ (%)
2. Tungsteno	80.4	12.43 $\pm$ 0.015	256330	572040	9.791	-0.15
Acero	32.6	30.7 $\pm$ 0.1	256400	572400	9.772	-0.35
Aluminio	11.5	87.0 $\pm$ 0.8	256650	573500	9.716	-0.93
PVC	5.8	172 $\pm$ 3	256860	575040	9.626	-1.8

Análisis de errores.

En la ecuación (3), g_{exp} es una función de cuatro variables: h_1 , h_2 , t_1 , t_2 . Por tanto, $g_{\text{exp}} = g(h_1, h_2, t_1, t_2)$. Usando el análisis de errores:

$$\sigma_{g_{\text{exp}}} = \sqrt{\left[\frac{\partial g_{\text{exp}}}{\partial h_1} \sigma_{h_1} \right]^2 + \left[\frac{\partial g_{\text{exp}}}{\partial h_2} \sigma_{h_2} \right]^2 + \left[\frac{\partial g_{\text{exp}}}{\partial t_1} \sigma_{t_1} \right]^2 + \left[\frac{\partial g_{\text{exp}}}{\partial t_2} \sigma_{t_2} \right]^2} \quad (4)$$

Derivando y simplificando se obtiene

$$\begin{aligned} [t_1 t_2 (t_1 - t_2)]^2 \sigma_{g_{\text{exp}}}^2 &= [2t_1 t_2^2 (t_1 - t_2) \sigma_{h_1}]^2 + [2t_1^2 t_2 (t_1 - t_2) \sigma_{h_2}]^2 + \\ &+ [2t_2 (h_2 t_1^2 + h_1 t_2^2 - 2h_1 t_1 t_2) \sigma_{t_1}]^2 + \\ &+ [2t_1 (h_1 t_2^2 + h_2 t_1^2 - 2h_2 t_1 t_2) \sigma_{t_2}]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Ya que hemos usado barras de acero a temperatura ambiente (20° C) con longitudes conocidas con precisión entre ± 0.005 mm, se ha estimado que el error en h_1 no es mayor a diez veces el error de la barra, dando $\sigma_{h_1} = \pm 0.05$ mm y $\sigma_{h_2} = \pm 0.1$ mm.

Por supuesto, para obtener esta precisión hemos seguido un sofisticado procedimiento de ajuste usando nuestras propias puertas. Las puertas han sido probadas estáticamente con una hoja de afeitar para invertir la reproducibilidad entre 1/100 mm. Con una velocidad de 1 m s⁻¹ en PHG1, se obtiene un error inferior a 10 μs . Por las dos puertas (inicio y parada) se ha

estimado $\sigma_{t_1} = \sigma_{t_2} = \pm 20$ μs . Pulsando el fotodiodo y midiendo el retraso en la salida de la puerta se obtiene un valor inferior a 1 μs .

De esta forma, se ha llegado a los siguientes resultados, para las contribuciones independientes al error $\sigma_{g_{\text{exp}}}$:

$$\begin{aligned} \text{Contribución de } \sigma_{h_1} &= \pm 0.05 \text{ mm} \rightarrow -1.4 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2} \\ \text{Contribución de } \sigma_{h_2} &= \pm 0.1 \text{ mm} \rightarrow 1.2 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2} \\ \text{Contribución de } \sigma_{t_1} &= \pm 20 \text{ } \mu\text{s} \rightarrow 1.8 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2} \\ \text{Contribución de } \sigma_{t_2} &= \pm 20 \text{ } \mu\text{s} \rightarrow -1.5 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2} \end{aligned}$$

Para el error absoluto de g_{exp} , combinando estas contribuciones de acuerdo con la ecuación (3) resulta $\sigma_{g_{\text{exp}}} \approx 3 \times 10^{-3}$ m s⁻², es decir, un error relativo del 0.3%.

Análisis de los resultados

Al preparar el experimento, realizamos una simulación por ordenador que tuvo en cuenta la resistencia con el aire, $F_{\text{aire}} = kv^2$, que dio el resultado esperado de que la dependencia de g_{exp} frente a $1/m$ (la inversa de la masa de la bola) ha de ser aproximadamente una recta cuando $1/m \rightarrow 0$ o $m \rightarrow \infty$. Por ello, realizamos un ajuste por mínimos cuadrados de los resultados de g_{exp} frente a $1/m$ (Tabla 1). Los resultados de este ajuste se muestran en la figura 5. La extrapolación lineal da $g_{\text{exp}}^\infty = 9.8041 \pm 0.0006$ ms⁻², que difiere sólo en 2.3×10^{-4} de $g_{\text{loc}} 9.806315$ ms⁻².

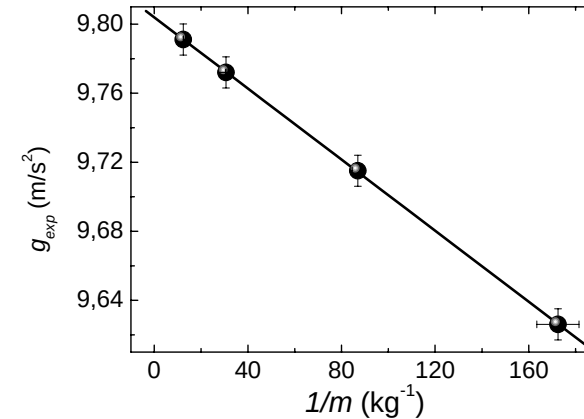


Figura 5. Valores medidos de la aceleración de la gravedad frente a la inversa de la masa del cuerpo en caída libre (puntos). La línea representa el correspondiente ajuste por mínimos cuadrados. El gráfico se ha extrapolado a masa infinita ($1/m=0$). El valor de la gravedad obtenido de la extrapolación vale g_{exp}^∞ y vale 9.8039 ± 0.0004 m/s², y corresponde a la ordenada en el origen del ajuste. La pendiente vale $(1.030 \pm 0.004) \times 10^{-2}$ ms⁻²kg.

CONCLUSIONES

En esta práctica se ha realizado un sencillo experimento de caída libre en el aire de una bola para medir el valor de la aceleración de la gravedad con precisión. El experimento es fácil de llevar a cabo e ilustra cómo se puede eliminar la molesta resistencia del aire, únicamente dejando caer unas esferas del mismo tamaño pero de diferentes materiales y extrapolar el resultado para densidad infinita en la que la resistencia del aire puede considerarse despreciable.

El dispositivo experimental empleado se basa en tres células fotoeléctricas para medir los intervalos de tiempo ($\pm 20\mu\text{s}$) que tarda la bola en recorrer dos longitudes ($\pm 0.1\text{ mm}$). Con ello se obtienen unos valores de g_{exp} ($\pm 0.003\text{ m/s}^2$) que presentan una dependencia lineal frente a $1/m$. Del ajuste por mínimos cuadrados de estos valores y extrapolarlo a densidad infinita se obtiene un valor de $g_{\text{exp}}^{\infty} = 9.8041 \pm 0.0006\text{ ms}^{-2}$, que difiere sólo en 2.3×10^{-4} de g_{loc} .

REFERENCIAS

- Marson J. and Faller J. E. 1986, *g – the acceleration of gravity: its measurement and its importance*, Journal of Physics E **19**, 22-32
- Sears F.W. y Zemansky M.W. 1996, *Física*, editorial Aguilar (1966), pag. 103
- Schoch F. and Winiger W. 1991, *How to Measure g Easily with $\approx 10^{-4}$ Precision in the Beginners' Lab*, The Physics Teacher, February, 98-101