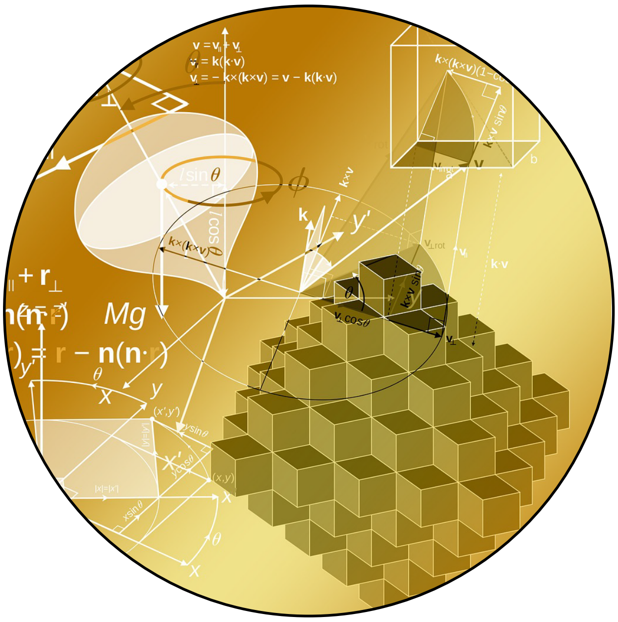
I JID+ Jornades d'Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior



ACTAS DE LAS I JID+

Jornades d'Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior

Burjassot (València), 12 y 13 de julio de 2021

Edita:

Proyecto de Innovación Educativa y Calidad Docente: "Desarrollo de competencias transversales en matemáticas a través de la docencia presencial y on-line." (UV-SFPIE_PID-1353356).

Burjassot (València) 2021

ISBN: 978-84-09-32639-6

En esta publicación se presentan los resúmenes escritos de las comunicaciones de las I JID+ Jornades d’Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior, celebradas en la Facultad de Matemáticas de la Universitat de València los días 12 y 13 de julio de 2021 en el marco del Proyecto de Innovación Educativa “Desarrollo de competencias transversales en matemáticas a través de la docencia presencial y on-line.”

Las jornadas se realizaron en formato semipresencial y se emitieron en directo en formato on-line. Toda la información relativa a las jornadas puede encontrarse en la página web http://www.uv.es/gidmes/Jornadas.html

ÍNDICE

Competiciones de análisis de datos como herramienta docente en el ámbito de la estadística

Miguel A. Martínez Beneito[1], Carmen Armero Cervera[2], Paloma Botella Rocamora[3], David Conesa Guillén[4], Anabel Forte Deltell[5], Carmen Íñiguez Hernández[6], Antonio López Quílez[7], Francisco José Santonja Gómez[8], Óscar Zurriaga Lloréns[9].

[1] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: miguel.a.martinez@uv.es.***
[2] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: carmen.armero@uv.es.***
[3] ***Dirección General de Salud Pública y Adicciones, Conselleria de Sanitat, Av. Cataluña, 21, 46020, València, Spain, e-mail: botella_pal@uv.es.***
[4] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: conesa@uv.es.***
[5] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: anabel.forte@uv.es.***
[6] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: carmen.iniguez@uv.es.***
[7] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: antonio.lopez@uv.es.***
[8] ***Departament d'Estadística i Investigaciò Operativa, Universitat de València, Dr Moliner, 50, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: francisco.santonja@uv.es.***
[9] ***Departamento de Medicina Preventiva y Salud Pública, Ciencias de la Alimentación, Toxicología y Medicina Legal, Universitat de València, Avda. Vicent Andrés Estellés, s/n, 46100, Burjassot, València, Spain, e-mail: oscar.zurriaga@uv.es.***

Data analysis competitions as a teaching tool for statisticians

RESUMEN

Las competiciones de análisis de datos se han venido popularizando durante los últimos años como herramientas de aprendizaje y mejora de competencias estadístico-informáticas de sus participantes, entre otros beneficios. Dichas competiciones retan a sus participantes a conseguir modelos estadísticos con propiedades predictivas tan acertadas como sea posible. El presente trabajo plantea el uso de dichas competiciones en el ámbito académico, concretamente dentro de la asignatura de Modelos Lineales del Máster en Bioestadística de la Universitat de València, como herramienta docente. Estas competiciones desarrollan competencias que habitualmente no resulta tan sencillo de trabajar con herramientas docentes más tradicionales. Este trabajo expone la experiencia docente de dicha aplicación durante el curso académico 2020-21.

Palabras clave: Desarrollo de competencias laborales, Estadística, Modelos predictivos.

ABSTRACT

For the last few years, data analysis competitions have become popular learning tools that allow improving the statistics and information technology skills of their participants. Such competitions challenge their participants to build the statistical model with best predictive features. This work proposes the use of such competitions as teaching tools in an academic context, specifically within the Linear Models course of the Master of Biostatistics of the University of Valencia. These competitions develop skills that are not so easy to develop with traditional teaching tools. This work describes such teaching experience developed during the academic course 2020-21.

Keywords: Labour skills development, Predictive models, Statistics.

INTRODUCCIÓN

Dentro de la comunidad de usuarios del análisis de datos, de un tiempo a esta parte, se han hecho muy populares las competiciones de resolución de problemas estadísticos, o de análisis de datos si se quiere, siendo Kaggle seguramente el más popular de estos servicios. En estas competiciones se propone un problema con una importante componente estadística y equipos de analistas de datos, muchos del entorno académico, compiten para obtener la mejor solución al problema planteado. La propuesta de soluciones en este ámbito requiere el uso de todos los conocimientos y competencias que los grupos pudieran haber desarrollado, para poder presentar soluciones imaginativas, realmente competitivas, en relación a las propuestas del resto de grupos. Estas soluciones invitan a la combinación de distintas estrategias/posibilidades de análisis que, en el caso de estudiantes, no se ceñirían exclusivamente al contenido de una única asignatura sino que admiten la utilización de toda la formación estadística que estos/as pudieran haber adquirido hasta esa fecha. En este sentido el uso de este tipo de herramientas como recurso docente presenta, sin duda, potencial interés.
El Máster en Bioestadística de la Universitat de València goza ya de una trayectoria de más de 10 años y en él se forman anualmente estudiantes con un claro interés por el análisis de datos. Dicho Máster cuenta con una asignatura dedicada a los modelos (de regresión) lineales, en la que se introduce a los/as estudiantes a la modelización estadística, cuyo contenido es posteriormente ampliado/generalizado a un contexto más amplio en posteriores asignaturas. El contenido de dicha asignatura incluye una introducción a los modelos lineales, de manera más tradicional, aunque la asignatura concluye con un par de temas en el que se aborda el uso de este tipo de modelos cuando se dispone de un gran número de covariables, digamos que centenas de ellas. Evidentemente, cuando se dispone de dicho número de covariables las posibilidades de modelización y abordajes distintos son enormes. Por tanto este contexto resulta muy indicado para la propuesta de competiciones de análisis de datos, dada la diversidad de enfoques que podrían seguirse para resolver el problema en cuestión, casi tantos como alumnos/as de la asignatura.

El presente trabajo propone el uso de las competiciones de análisis de datos como herramienta docente. En particular, proponemos su uso dentro de la asignatura de Modelos Linales del Máster en Bioestadística de la Universitat de València y describimos el resultado de dicha aplicación durante el curso académico 2020-21.

METODOLOGÍA

El temario de la asignatura de Modelos Lineales del Máster en Bioestadística de la Universitat de València, contiene la típica introducción a los modelos de regresión Gaussianos, conteniendo dicho temario: inferencia estadística, regresión lineal simple y múltiple, predictores lineales categóricos, interacción entre variables y selección de modelos. En la parte final de la asignatura se introducen también algunos temas más avanzados directamente relacionados con los modelos de regresión con un gran número (cientos o miles) de covariables. Evidentemente, el aumento de la complejidad de estos modelos respecto a los estudiados en la parte inicial del curso es bastante considerable, pasando de modelos con una o unas pocas covariables, a modelos en los que el aumento de la dimensionalidad, y los problemas concretos que ello introduce, supone un reto en sí mismo. Los/as alumnos/as a lo largo del curso se familiarizan con los modelos de regresión con unas pocas covariables, digamos menos de 10. A continuación, y como extensión natural de los temas ya estudiados, se presenta el caso con muchas covariables, donde se requieren técnicas específicas que puedan ofrecer soluciones razonables en este entorno de trabajo tan complejo.
Es en el contexto de los modelos de regresión con un gran número de variables donde se enmarcaría la tarea propuesta como competición de análisis de datos a los/as alumnos/as del Máster en Bioestadística. De manera resumida, el problema que se les plantea vendría a ser lo siguiente: Los datos a modelizar son los de un archivo de sonido del balido de una oveja, a los que hemos añadido cierto ruido aleatorio. Dicho banco de datos, o más bien vector de valores, consta de 19764 observaciones que, teniendo en cuenta que el archivo de sonido ha sido codificado a 8000 herzios, corresponde a un balido de 2.47(=19764/8000) segundos. Se les proporciona el archivo mencionado a los/as estudiantes del curso con el objetivo de que modelicen la media del proceso, haciendo uso de lo aprendido en modelos lineales, de forma que se pueda recuperar la onda/datos del balido de la manera más fiable posible y filtrando el ruido que el archivo original pudiera presentar. Como covariables se les indica que utilicen una base de 876 funciones de Fourier de distintas frecuencias, que serían las variables potencialmente empleables en sus modelos de regresión lineal. Evidentemente, el número de covariables a manejar en este problema es bastante elevado, lo que hace necesario el uso de técnicas de regresión con un gran número de covariables. La propuesta de análisis que se presenta a los/as alumnos/as únicamente detalla el objetivo del estudio, pero no las técnicas de análisis que han de emplear ni cómo han de acometerlo. Es más, en este sentido no tienen limitación ninguna más allá de sus conocimientos estadísticos, tienen total libertad para utilizar cualquier recurso o conocimiento con el fin de alcanzar su objetivo de la forma más acertada posible. La Figura 1 muestra, para los 200 valores iniciales que componen la onda sonora, tanto los datos con ruido que se les proporciona a los/as estudiantes, línea negra, como los datos originales de donde proviene la versión adulterada de los datos, línea roja. El objetivo del trabajo es recomponer, de la manera más precisa posible, la línea roja del gráfico, de la que no disponen información directa sino sólo indirecta a traves de los valores proporcionados por la línea negra.

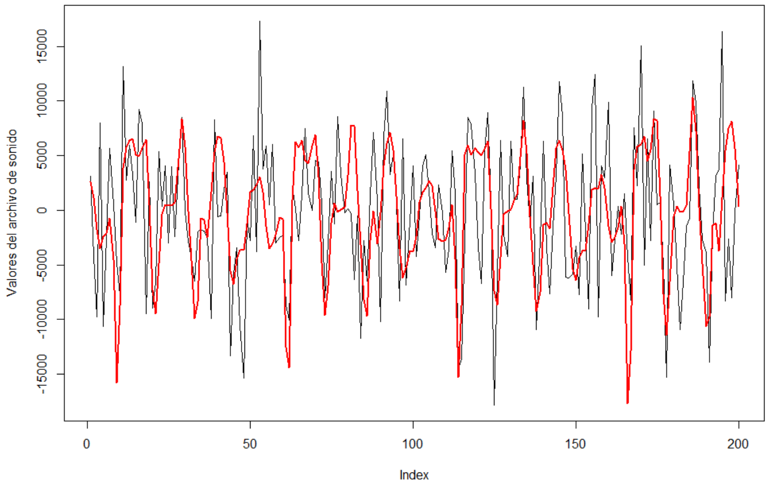


Figura 1: Onda sonora facilitada a los/as alumnos/as (con ruido), línea negra, y onda original (sin ruido), línea roja, que ha de ser reconstruída.

El problema se plantea a los/as estudiantes en los siguientes términos: Se les presenta los 19764 valores correspondientes al archivo de sonido distorsionado, explicándoles que corresponden al alarido de un dinosaurio (el *cabritus hawaianus*) que se acaba de encontrar en una excavación arqueológica en Hawai. Las ondas del alarido han podido ser recuperadas, con algún deterioro (el ruido aleatorio introducido en el archivo de sonido), ya que el animal murió sepultado en una erupción de lava de un volcán y las ondas de su alarido, su último alarido, quedaron impregnadas en la lava. En base a ese hallazgo, y la reconstrucción de la onda de sonido almacenada en la lava solidificada, se supone que seremos capaces, por primera vez, de escuchar el sonido emitido por un dinosaurio, lo que tiene entusiasmada a la Comunidad Científica.
Uno de los problemas a los que se enfrentan habitualmente las competiciones de análisis de datos es el potencial sobreajuste de los modelos estadísticos desarrollados por sus participantes. Concretamente, si los concursantes dispusieran de los datos del alarido que han de reproducir, sin ningún ruido adicional, podrían dedicarse simplemente a ajustar infinidad de modelos, por descabellados que fueran, y determinar aquel de todos ellos que proporcione un mejor ajuste. Dicho modelo podría ofrecer tal ajuste simplemente por azar, no porque sea particularmente bueno en términos explicativos, sino porque en caso de ajustar muchos modelos algunos de los no tan buenos podrían ofrecer un buen ajuste para los datos concretos de los que se dispone, pero no para otros datos adicionales. Este efecto se podría deber al sobreajuste que proporciona dicho modelo de los datos empleados para ajustarlo, lo que hace que su comportamiento para otros datos análogos no sea tan bueno. Este efecto será más probable cuanto más flexibles sean los modelos que se desarrollen, ya que de esta manera la posibilidad de sobreajuste es más clara. Evidentemente, la competición de datos propuesta no querría promover ni premiar ese tipo de procedimientos, producto de la fuerza bruta (número de modelos desarrollados), sino todo lo contrario, ya que dichos modelos no tienen porqué ser buenos para predecir cualquier otro conjunto de datos que pudiéramos analizar.
Para evitar el tipo de situaciones que acabamos de describir se creó una plataforma web

en la que, bajo usuario y contraseña, los/as estudiantes pueden mandar las distintas estimaciones de la onda sonora correspondiente a los modelos estadísticos que hayan ajustado. La plataforma compara los valores predichos de la onda sonora por cada uno de los modelos con los valores de la onda verdadera, sin ruido, para así evaluar la bondad del ajuste llevado a cabo para cada uno de los modelos estadísticos desarrollados. Dicha plataforma permite, para cada usuario/a, comparar el ajuste obtenido con los datos reales en un número limitado de ocasiones, en concreto no más de 25. De esta manera, los/as usuarios/as de la aplicación no pueden dedicarse a probar un número indiscriminado de modelos, sin control, con el objetivo de obtener el mejor ajuste "por fuerza bruta", dada la estricta limitación del número de modelos que se les permite contrastar.

RESULTADOS

Los resultados de la experiencia llevada a cabo en este trabajo han sido muy positivos. La reacción inicial de los/as estudiantes cuando se les plantea el problema es en un primer lugar de asombro, ya que la mayor parte de la asignatura la han dedicado a modelos lineales sencillos de sólo unos pocas covariables. Sin embargo, una vez sobrepuestos a dicha sensación inicial, y ya de manera más fría, la respuesta de los/as alumnos/as es muy positiva. En general, casi todos los/as alumnos/as despliegan gran parte de las herramientas que han podido aprender a lo largo de la asignatura, con lo que buena parte de los objetivos de la actividad quedan sobradamente cumplidos. Sin embargo, al menos 2 de los grupos que entregaron su tarea utilizaron herramientas más allá de las aprendidas a lo largo del curso, por lo que la aportación extra de creatividad que se pretendía desarrollar como objetivo adicional también parece haberse conseguido, al menos en ocasiones concretas. Ambos grupos emplearon ideas de model averaging en las que se promediaban las predicciones de los distintos modelos que se habían desarrollado, al menos aquellos que proporcionaban mejores resultados. La idea formal de model averaging no les había sido introducida a los/as alumnos/as hasta esa fecha en el Máster en Bioestadística, por lo que su uso, de manera intuitiva o quizás algo rudimentaria, fue una grata noticia y un ejemplo de cómo la competición propuesta es un elemento de motivación para los/as alumnos/as introduzcan dosis de creatividad en sus análisis de datos.

En segundo lugar, más allá del alto desempeño observado en la mayoría de los trabajos, también fue una grata sorpresa observar la reacción de los/as alumnos/as al planteamiento, un tanto teatralizado, o si se quiere jocoso, de la actividad con la intención de incrementar la motivación de los/as estudiantes. Así, en la memoria final de la tarea, 2 de los grupos emplearon un tono similar al empleado en su planteamiento, incluso poniendo nombre (evidentemente de manera figurada) a la isla concreta donde se encontró el fosil (*Ni'ihau*), o a la tribu local que colaboró en el hallazgo (*Pu'uwai*). La figura 2 muestra parte de la memoria de uno de los/as alumnos/as en la que se recrea, según su punto de vista, lo que podría haber sido el hallazgo arqueológico que motiva la tarea que se les había encargado.

También, quizás como anécdota, uno de los grupos dio exactamente con el archivo de sonido original que había sido utilizado para generar los datos que se les había proporcionado para llevar a cabo la práctica. Se dieron cuenta de que dicho archivo, contenido en una librería del paquete estadístico R, correspondía al original ya que lo subieron a la aplicación como si fuera el resultado de cualquiera de los modelos que hubieran corrido y vieron que les daba un error de predicción de 0 cuando lo comparaban con la

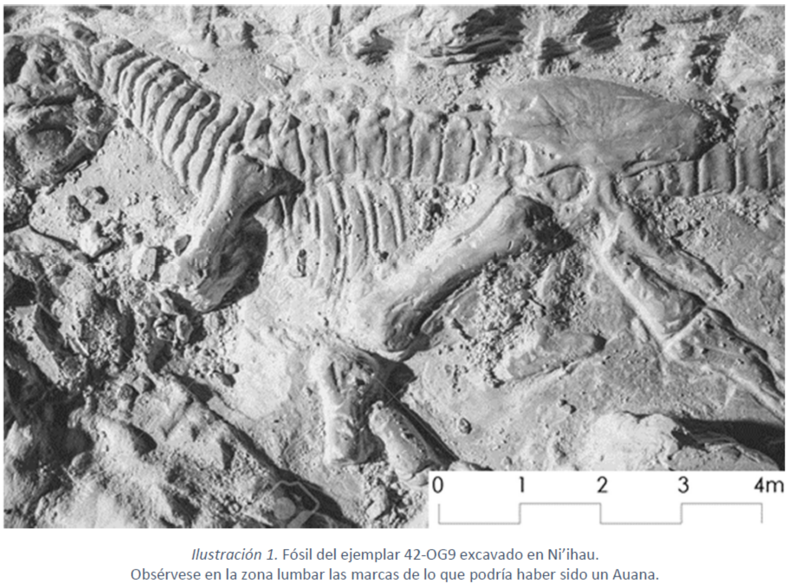


Figura 2: Fragmento de una de las memorias entregadas por los/as alumnos/as donde se recrea el hallazgo arqueológico del *cabritus hawaianus*.

onda sonora original. Evidentemente, dicha solución no fue aportada como su propuesta final ya que no utilizaba el contenido introducido en el curso de Modelos Lineales, pero nuevamente hicieron una descripción en tono distendido de su hallazgo: "Para acabar, decidimos que era más que probable que los datos originales se encontraran ya en internet, debido a que es posible que los/as estudiantes del máster en bioestadística no fueramos los únicos encargados de desencriptar este tan importante hallazgo. Después de navegar por un buen puñado de documentaciones de paquetes de R llegamos a un paquete, que contenía los datos de un artículo que hablaba de algo similar al cabritus hawaianus. Estos datos, parece que guardaban el secreto tan bien guardado del alarido original...".

CONCLUSIONES

La principal impresión de nuestra experiencia es, en términos generales, muy positiva. Creemos que la tarea que se encomienda a los/as alumnos/as les permite desarrollar una competencia laboral que no resulta tan fácil de fomentar con herramientas docentes más tradicionales, como es el uso y combinación de técnicas y conocimientos, sin limitación, de todo aquello estadísticamente relevante que hayan podido aprender hasta la fecha. Habitualmente, las tareas que deben realizar los/as alumnos/as se ciñen al contenido introducido en una asignatura concreta, a diferencia del ámbito laboral en el que tendrán que echar mano de todo aquello que conozcan sin limitarse al contenido estanco de ciertas asignaturas. Esta tarea les permite trabajar dicha competencia que les puede ser de gran utilidad de cara a su perfil laboral.

La respuesta por parte del alumnado ha sobrepasado las expectivas que se tenían inicialmente. Por un lado, el uso y combinación de técnicas estadísticas, en ciertas ocasiones, ha ido más allá de lo que se preveía inicialmente, utilizando incluso nociones estadísticas de combinación de modelos que no se les había introducido a los/as alumnos/as hasta la fecha. Por tanto, el aporte de creatividad de ciertos alumnos/as les ha hecho "descubrir", aunque sea de manera rudimentaria, conceptos-herramientas estadísticas con las que posiblemente se toparán en un futuro en el desempeño de su vida laboral. Gracias a esta tarea han sido capaces de desarrollar por sí solos estas ideas que posiblemente más tarde conocerán laboralmente.

Por último, la respuesta jocosa de parte de los/as alumnos/as en sus memorias finales también ha sido un factor inesperado y muy grato. El talante de dicha respuesta muestra la motivación de los/as alumnos/as por la tarea que se les propone, llevando dicha motivación incluso más allá de lo que originalmente se les propone. Quizás una moraleja importante de esta conclusión sería que los/as estudiantes devuelven, como un espejo, lo que se les ofrece, por lo que el esfuerzo de motivación extra del alumnado que se puede incorporar a muchas tareas, sin duda tiene un retorno directo en su respuesta. En base a nuestra experiencia ese esfuerzo parece merecer la pena.

A día de hoy, dada la satisfacción que percibimos con la actividad planteada, planeamos extrapolarla a la misma materia, de contenidos similares, del Máster en Ciencia de Datos de la Universitat de Valencia. La realización de esta misma actividad en este entorno distinto permitirá conocer y evaluar las particularidades que presentan los enfoques de los/as alumnos/as de ambas titulaciones y mejorar, en cada uno de ellas, los enfoques que presenten mayor debilidad. De la misma manera, también nos planteamos el desarrollo de una competición similar de ánálisis de datos, pero en este caso en el módulo de Modelización Avanzada del propio Máster de Bioestadística de la Universitat de Valencia, en este caso con una propuesta de actividad adaptada al contenido de dicho módulo, evidentemente. Ambas actividades se pondrán en marcha en el curso académico 2021/22, para lo que se ha pedido financiación en la convocatoria de Proyectos de Innovación Docente de esta universidad, en su convocatoria de 2021. Además, en dicha edición de este mismo proyecto, se contemplará la evaluación de cada una de las actividades planteadas, aspecto que por cuestiones técnicas no ha podido ser abordado de manera oportuna en la presente edición del proyecto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo hacen constar, y agradecen, su financiación en la convocatoria de “Ajudes per al desenvolupament de projectes d’innovació educativa per al curs 2020-2021"de la Universitat de València, proyecto código: “UV-SFPIE_PID20-1354272".

El uso de EdPuzzle como herramienta para el aprendizaje de Matemáticas en bachillerato

Cristina Jiménez[1], Ángel Alberto Magreñán[2], Lara Orcos[3]

[1] Departamento de Matemática Aplicada, Universitat Politècnica de València, Camino de Vera, s/n, 46022 Valencia, e-mail: cjimher@doctor.upv.es
[2] Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, Madre de Dios, 53, 26007 Logroño, e-mail: angel-alberto.magrenan@unirioja.es
[3] Facultad de Educación, Universidad Internacional de La Rioja, Avenida de la Paz, 137, Logroño, 26006, La Rioja, España, e-mail: lara.orcos@unir.net

The use of EdPuzzle as a mathematics teaching tool in baccalaureate

RESUMEN

Durante el tiempo que está durando esta pandemia, muchos estudiantes han perdido el hilo de las matemáticas, ya que la situación ha hecho que se deje de ir al aula y, ello ayuda a la desconexión. Para ayudar a vencer esta barrera entre el profesorado y el estudiantado que supone la conexión mediante una pantalla, en la que no se perciben igual la no comprensión o los propios sentimientos del estudiantado hacia un tema concreto, han ido surgiendo alternativas de software y metodologías de aula diferentes para tratar de ayudar a que el estudiantado incremente su interés, o al menos no perderlo, con respecto a la materia. En este sentido queremos mostrar una experiencia práctica en tiempos de COVID, para la enseñanza de matemáticas, en la que se ha hecho uso de EdPuzzle, un software que permite el visionado de vídeos en los que se pueden incrustar preguntas y mostrar que incluso en tiempos de pandemia se puede invertir la clase en una asignatura y materia tan importante para sus futuras vidas como es la matemática. Esta experiencia ha resultado muy positiva e insta a realizar experiencias similares en la época postpandemia.

Palabras clave: Educación matemática, EdPuzzle, Bachillerato, Vídeos, E-Learning.

ABSTRACT

During the time that this pandemic has lasted, many students have lost the thread of mathematics, since the situation has made, them stop going to the classroom and this fact helps to disconnect. To help overcome this barrier between the teacher and the student that involves the connection through a screen, in which the non-understanding or the student's own feelings towards a specific topic are not perceived the same, software alternatives and different classroom methodologies have been emerging to try to help students increase their interest, or at least not lose it, with respect to the subject. In this sense we present a practical experience in times of COVID, for the teaching of mathematics, in which EdPuzzle, a software that allows the viewing of videos in which questions can be embedded, has been used and show that even in the time of a pandemic, the class can be reversed in a subject which is as important for their future lives as mathematics. This experience has been very positive and calls for similar experiences in the post-pandemic era.

Keywords: mathematics education, EdPuzzle, baccalaureate, Videos, E-Learning.

INTRODUCCIÓN

Desde que empezó la pandemia asociada a la COVID-19, el mundo ha tenido que adaptarse y en lo relativo a la docencia más si cabe, ya que como docentes hemos tenido que afrontar una situación para la que muchos no estábamos preparados: clases online en las que se tenía que motivar al estudiantado para que no “desconectase” y no perdiese el temario. En este sentido, la asignatura de matemáticas, dado el rechazo que produce en muchas personas, debido a muchos aspectos como pueden ser la complejidad, la abstracción, etc. era una candidata ideal para dicha desconexión. Se ha tratado de paliar dicho problema haciendo uso de metodologías más atractivas para el estudiantado basadas en el flip classroom y el uso de herramientas tecnológicas que permiten controlar el trabajo que el alumnado realiza en su casa.

El software que hemos creído que más se ajustaba a las necesidades durante este tiempo ha sido EdPuzzle, ya que esta herramienta ha mostrado ser una potente aliada para motivar al estudiante a continuar con el estudio de matemáticas en casa, a través de diferentes vídeos, ya que permite conocer al docente qué estudiantes han visionado el contenido, en qué porcentaje y si han respondido a las preguntas incrustadas que permite introducir, el nivel de profundidad de respuesta y si dicha respuesta es correcta o no. Como además, no sólo se trata de que el estudiante trabaje en casa, y de que lo haga de forma efectiva, sino de que también participe en la clase y comprobar si efectivamente han interiorizado o comprendido los conceptos o no, se diseñó la experiencia de aula online para que estas consistieran en rutinas en las que los estudiantes interactuasen entre ellos a la vez que demostraban la adquisición de conocimientos previos al ponerlos en práctica en la resolución de una serie de ejercicios con un nivel de dificultad creciente.

DEBERES EN CASA

Bajo el paradigma en el que nos vemos inmersos, resulta crucial abogar por metodologías y herramientas adecuadas para nuestros y nuestras estudiantes, quienes están acostumbrados a recibir la información de manera rápida y visual. Tal y como comentan Pozo y Gómez en [16] “los alumnos no están motivados porque no aprenden y no aprenden porque no están motivados” (p. 45). El desinterés mostrado por los alumnos está estrechamente ligado a la metodología de enseñanza-aprendizaje utilizada que no contempla el que el alumnado debe entender, por ejemplo, la funcionalidad de las matemáticas, donde conceptos complejos y abstractos tienen cabida en el mundo real [22]. En el caso concreto de las matemáticas, además, hay que añadir, el elevado nivel de abstracción que conllevan los conceptos matemáticos, de forma que, a fin de poder concretarlos, y con ello, poder evitar la posible aparición de obstáculos epistemológicos, es fundamental desarrollar en el alumnado un aprendizaje significativo que permita hacerle comprender la importancia de las matemáticas para la vida. Es por ello por lo que, a fin de poder atender a sus necesidades, el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se hace cada vez más presente en las aulas [6, 20].

Actualmente disponemos de muchos recursos que pueden ayudar al profesorado a que sus alumnos y alumnas lleguen al conocimiento científico a través de la aplicabilidad, y no explicar los contenidos sólo a través de metodologías tradicionales. Se puede decir, por lo tanto, que el reto de las escuelas tiene que ver con la organización de la información de forma significativa para las alumnas y los alumnos, ya que el problema es su desorden y fragmentación. Resulta importante señalar que las TIC, por sí mismas, no constituyen un método de enseñanza, pero en general facilitan o refuerzan determinados métodos. De esta manera podemos establecer una conexión directa entre el desarrollo de las TIC y las ideas pedagógicas del constructivismo [12, 21].

Este tipo de herramientas mejoran en gran medida la motivación, la participación y el aprendizaje significativo del alumnado, ya que fomentan sus ganas de aprender por el hecho de usar lenguajes y tecnologías que les resultan conocidos [1,5,12].

En el caso concreto de las ciencias y las matemáticas, es necesario preguntarse cómo ha de ser el uso de las TIC desde un enfoque constructivista. Rojano en [17] comenta que se requieren unos modelos específicos de TIC con los siguientes principios:

1. Principio didáctico: las actividades diseñadas deben seguir un tratamiento fenomenológico de los conceptos que se enseñan.
2. Principio de especialización: las herramientas y software han de ser seleccionados según los principios de la didáctica de las ciencias y las matemáticas.

3. Principio cognitivo: las herramientas seleccionadas han de permitir una manipulación directa de los objetos matemáticos y fenómenos científicos.
4. Principio pedagógico: deben promover un aprendizaje colaborativo, así como una interacción entre el docente y el alumnado.
5. Principio de equidad: las herramientas deben permitir al alumnado el acceso a ideas importantes de ciencias y matemáticas.

La tecnología adecuada será aquella que permita el desarrollo de modelos pedagógicos en los que se cumplan estos principios de manera que puedan llegar al conocimiento a través de las TIC, a la vez que mejoran su manejo.

EL VISIONADO DE VIDEOS

Actualmente, el papel de la evaluación formativa está adquiriendo mucha relevancia ya que aboga por un Feedback al alumnado de su proceso de enseñanza-aprendizaje [18]. El desarrollo de aplicaciones o herramientas de tipo cuestionario en las que se pregunta al alumnado por conceptos y se obtiene un resultado inmediato, se ve cada vez más frecuente en las aulas [3].

En este sentido, este tipo de aplicaciones interactivas estimulan la participación activa y la motivación del alumnado [15] además de obtenerse mejoras en el proceso de aprendizaje a través de Sistemas de Respuesta Personal. Estos sistemas registran los resultados por lo que en todo momento el docente tiene constancia y evidencia del progreso del alumnado y de sus resultados [10]. Un ejemplo de este tipo de herramientas es EdPuzzle. Numerosos artículos relativos al empleo de vídeo-cuestionarios avalan el impacto positivo que estos tienen en el proceso de aprendizaje de los estudiantes [7, 9, 11, 14]. Esta herramienta, basada en el uso de video-cuestionarios, permite introducir preguntas, notas, etc. en vídeos tomados de la red o creados por el propio docente obteniendo, así, una lección personalizada. El alumnado puede ver el vídeo y al llegar la pregunta debe contestar para poder continuar. El docente es partícipe del progreso del alumnado en todo momento y de sus errores.

El uso de este tipo de cuestionarios aboga por la metodología conocida como educación inversa o flip teaching, basada en el estudio del material docente por parte del alumnado antes de su exposición en el aula, que permite hacer de esta un espacio en el que se resuelvan problemas, se profundicen conceptos y se trabaje de forma colaborativa [8]. Dicha metodología surge como una evolución de los métodos “peer instruction” [4] y “just-in-time teaching” [13] y su fundamentación se basa en obtener el máximo rendimiento posible de los tiempos en los que el docente se encuentra con el alumnado en aula. De esta forma se favorece el aprendizaje autónomo del alumnado que adquiere un conocimiento a través de la práctica entre iguales, de manera que se intercambian errores, enfoques e impresiones [19].

Durante los meses de confinamiento, muchos han sido los docentes que han optado por trabajar esta metodología a través de EdPuzzle, de forma que antes de tener las sesiones presenciales virtuales con los alumnos y las alumnas, les pedía visualizar por su cuenta los vídeos y así aprovechar el momento de la clase para resolver dudas. Estas experiencias son evidencias claras de cómo los alumnos y las alumnas son capaces de trabajar de una forma autónoma que, además, favorece que aprendan a su propio ritmo. Hay mecanismos que el docente puede poner en práctica para confirmar que el estudiantado ha visto el vídeo por completo y de forma efectiva.

En el caso concreto de las matemáticas en la etapa de Secundaria, el uso de estos video-cuestionarios supone un reto muy interesante para acercar el contenido teórico al alumnado de una forma atractiva, registrando el progreso de sus respuestas y corroborando, a su vez, el logro de su aprendizaje. De esta forma, las clases, tanto si son virtuales como si no lo son, se aprovechan para la resolución de dudas y de problemas relacionados con ese contenido teórico. El estudio llevado a cabo por Wilson en [23], recoge datos de un grupo control, que usó vídeos para trabajar contenidos de Geometría y Medida y otro experimental que trabajó con los mismos vídeos, pero con preguntas embebidas en EdPuzzle. Los resultados mostraron que hubo una mejora significativa en las calificaciones del grupo experimental. Por otro lado, el trabajo de Coa [2], recoge resultados del impacto positivo de la herramienta en el alumnado.

OBJETIVO

En el presente trabajo se presenta el uso de EdPuzzle para el aprendizaje de matemáticas en la etapa de Bachillerato, y se plantea el siguiente objetivo:

- Reflexionar acerca de la adecuación de la herramienta EdPuzzle para el aprendizaje de matemáticas en primero de bachillerato

Así pues, se diseñaron, grabaron y colgaron los vídeos que iban a ser visionados por el estudiantado y cuyo procedimiento se explicará más adelante.

MÉTODO

En la presente sección, se van a describir la muestra con la que se realizó esta prueba piloto y una explicación sobre cómo se llevó a cabo dicha prueba para ilustrar el proceso que se siguió con el estudiantado.

MUESTRA

La muestra con la que ha contado esta investigación ha estado compuesta por un total de 2 grupos de primero de bachillerato en un instituto de la comunidad autónoma de Madrid, cuya profesora se encargó de poner en marcha el procedimiento que se explicará más adelante. El número de participantes en las sesiones, debido a la situación de pandemia y a los problemas acaecidos con la misma, fue variable a lo largo del tiempo, aunque la muestra total fue de 41.

USO DE EDPUZZLE

Durante el periodo que duró el confinamiento domiciliario, los alumnos y alumnas tenían clases online. Antes de dichas clases, tenían a su disposición una serie de vídeos que debían ser vistos por el alumnado, previamente a la clase que iba a tener lugar. Cuando comenzaba la clase online, el estudiantado resumía el contenido de los vídeos y trabajaban de forma colaborativa en problemas que involucraran los contenidos existentes en los vídeos.

RESULTADOS, CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La aplicación de EdPuzzle, ha mostrado buenos resultados entre los estudiantes que lo han usado, dejando claro que con una buena planificación y un diseño adecuado la herramienta puede ser de gran utilidad y, por lo tanto, el objetivo que se planteaba la investigación se ha verificado, aunque antes de su uso se debe invertir tiempo en comprender todas las funcionalidades de la herramienta.

La herramienta EdPuzzle, ofrece al profesorado aspectos muy ventajosos para el proceso de enseñanza aprendizaje ya que no solo puede crear vídeo o cuestionarios, sino que puede conocer el progreso del alumnado en todo momento. Además, el hecho de que el estudiantado vea los vídeos antes hace que los momentos de clase, ya sea virtual o no, se puedan aprovechar para la resolución de dudas o de problemas. Además, el o la docente puede conocer en tiempo real aquella parte los contenidos o procedimientos donde debe hacer hincapié. Por tal motivo, resulta crucial destinar en la clase, unos minutos a repasar el contenido de los vídeos a través de preguntas al estudiantado.

Para al alumnado también supone una mejora para su proceso de enseñanza-aprendizaje, tal y como constatan estudios como los de Wilson [24] y Coa [2] en el caso concreto de las matemáticas. Pero no sólo eso, ya que hay otros aspectos que se trabajan y no se puede dejar de lado, como son la autonomía, el pensamiento crítico o la motivación extrínseca, entre otros.

Con respecto a la experiencia, se ha podido constatar a través de la observación directa en las clases online, así como en las respuestas ofrecidas por los estudiantes en los cuestionarios de Kahoot! que el uso de EdPuzzle durante el confinamiento ha sido efectivo y ha permitido la adquisición de conocimientos que permitan la construcción de conocimientos más complejos. Por otro lado, destaca que la gran mayoría de los participantes ha visualizado los vídeos como actividad previa a la clase y a juzgar por las respuestas de la encuesta de satisfacción, esta forma de proceder ha incrementado su motivación y les ha ayudado a no perder la materia o dejarla por la situación vivida.

Por último, como trabajo futuro, y viendo la buena aceptación que ha tenido, se plantean diferentes vías por las que continuar este estudio que pasan por una adaptación de la experiencia a la era postpandemia siguiendo una estructura similar, fomentando el trabajo en equipo y proponiendo otro tipo de actividades más acordes a la situación e incluso proponiendo que sean ellos mismos quienes generen vídeos explicando los conocimientos que han adquirido.

ACKNOWLEDGEMENT

La investigación del segundo autor (Á.A. Magreñán) ha sido financiada, en parte, por el proyecto “Enriquecimiento y puesta en marcha del Curso de Matemáticas elementales para Maestros: Matebásicas” (PID nº 33) correspondiente a los proyectos de Innovación Docente de la Universidad de La Rioja.

REFERENCIAS

[1] Carrera, D.A.; Álvarez, L.A.. Sistemas de Respuesta en Aula de Libre Distribución para uso con Dispositivos Móviles. Actas V Encuentro Conferencias Chilenas en Tecnologías del Aprendizaje. Arica, 5, 6, y 7 de agosto de 2015, (2015)

[2] Coa, R. E. Aprendizaje experiencial y el EdPuzzle en la solución de problemas contextualizados de sistemas de ecuaciones de matemática básica en estudiantes de una universidad privada 2018-I. (Master´s Thesis). Technological University of Perú. Lima (2018).

[3] Córdoba, M. Implantación de un modelo pluridisciplinar de evaluación formativa continua mediante la realización y análisis de pruebas objetivas desde nuevas plataformas ON-LINE (2016).

[4] Crouch, C. H. & Mazur, E. Peer instruction: Ten years of experience and results. American Journal of Physics, 69(9), 970-977 (2001).

[5] Del Cerro, G. Aprender jugando, resolviendo: diseñando experiencias positivas de aprendizaje. XII Jornadas Internacionales de Innovación Universitaria Educar para transformar: Aprendizaje experiencial (2015).

[6] Fuertes, A; García, M.; Castaño, M.A.; López, E.; Zacares, M.; Cobos, M.; Ferris, R.; Grimaldo, F. Uso de herramientas de respuesta de audiencia en la docencia presencial universitaria. Un primer contacto. Actas de las XXII Jenui. Almería, 6-8 de julio (2016).

[7] Green, K. R., Pinder-Grover, T., & Millunchick, J. M. Impact of screencast technology: Connecting the perception of usefulness and the reality of performance. Journal of Engineering Education, 101(4), 717 (2012).

[8] Jordán, C., Magreñán Á. A., Orcos, L. Considerations about Flip Education in the Teaching of Advanced Mathematics. Education Sciences, 9(3) 227 (2019).

[9] Lloyd, S. A., & Robertson, C. L. Screencast tutorials enhance student learning of statistics. Teaching of Psychology, 39(1), 67-71 (2012).

[10] Mohanan, K. P. Assessing Quality of Teaching in Higher Education. Centre for Development of Teaching and Learning. Recuperado el 21 de noviembre de 2017 de http://cdtl.nus.edu.sg/publications/assess/teach.htm. (2005).

[11] Morris, C., & Chikwa, G. Screencasts: How effective are they and how do students engage with them?. Active Learning in Higher Education, 15(1), 25-37 (2013).

[12] Moya, M.M.; Carrasco, M.; Jiménez, M.A.; Ramón, A.; Soler, C.; Vaello, M.T. El aprendizaje basado en juegos: experiencias docentes en la aplicación de la plataforma virtual "Kahoot". Actas XIV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Alicante, 30 de junio y 1 de julio de 2016 (2016).

[13] Novak, G. M., Gavrin, A., Wolfgang, C., Patterson, E. Just-in-time teaching: Blending active learning with web technology. New Jersey, USA: Prentice Hall PTR (1999).

[14] Orcos, L. Blázquez, P. J., Curto, M. Molina, F. J. Magreñán, Á, A.. Use of Kahoot and EdPuzzle by Smartphone in the Classroom: The Design of a Methodological Proposal. In L. Uden, D. Liberona, J. Ristvej (Eds.). 7th International Workshop, LTEC 2018 (pp. 37-47). https://doi.org/10.1007/978-3-319-95522-3_4 (2018).

[15] Pintor, E., Gargantilla, P., Herreros, B., López, M. El aprendizaje basado en juegos: experiencias docentes en la aplicación de la plataforma virtual "Kahoot". XI Jornadas Internacionales de Innovación Universitaria. Educar para transformar (2014).

[16] Pozo, J. I. y Gómez, M. A. Aprender y enseñar ciencia. Del conocimiento cotidiano al conocimiento científico. Sexta edición. Madrid: Ediciones Morata S. L. (2009).

[17] Rojano, T. M. Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. La revista iberoamericana de educación 33 (2006).

[18] Romero-Martín, R., Castejón-Oliva, F. J., López-Pastor, V. Divergencias del alumnado y del profesorado universitario sobre las dificultades para aplicar la evaluación formativa. RELIEVE-Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa, 21(1) (2015).

[19] Sein-Echaluce, M.L., Fidalgo- Blanco, Á., García Peñalvo, F. J. Trabajo en equipo y Flip teaching para mejorar el aprendizaje activo del alumnado. Proceedings del IV Congreso internacional sobre aprendizaje, Innovación y Competitividad, ESPAÑA 610-615 (2017).

[20] Silvernail, D. L., Pinkham, C. A., Wintle, S. E., Walker, L. C. & Bartlett, C. L. A Middle School One-to-One Laptop Program: The Maine Experience. Education Technology, 13. (2011).

[21] Slavin, R.E., Madden, N. A., Dola, L. J., Wasik, B.A. Every Child, Every School: Success for All. Thousand Oaks, California: Corwin Press (1996).

[22] Vázquez, A. y Manassero, M. El declive de las actitudes hacia la ciencia de los estudiantes: un indicador inquietante para la educación científica. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 5 (3), 274-292 (2008).

[23] Wilson, A. The Flipped Approach: The Use of Embedded Questions in Math Videos. (Master thesis). University of Texas, El Paso (2016).

Modelización matemática para la formación de futuros maestros de Educación Primaria

Carmen Melchor[1], Marta Pla-Castells[1], Gisela Chaparro[1]

[1] ***Departament de Didàctica de la Matemàtica - Facultat de Magisteri, Universitat de València, Av. Tarongers 4, 46022 València, Spain, e-mail: carmen.melchor-borja@uv.es.***

Mathematical modeling for the training of future primary school teachers

RESUMEN

La modelización matemática es un proceso de resolución de problemas contextualizados que implica la elaboración de un modelo matemático para describir el fenómeno estudiado. En el presente trabajo se pretende contribuir a la idea de que la introducción de tareas de modelización en la formación de futuros maestros hace aflorar sus carencias en competencia matemática. En el presente estudio se llevará a cabo una comparación entre dos grupos de estudiantes de magisterio que resuelven la misma tarea de modelización. Uno de los grupos ha recibido formación en resolución de tareas de modelización y el otro no. Los resultados apuntan a que la formación en la resolución de este tipo de tareas puede ayudar a reducir el tipo de errores matemáticos conceptuales y procedimentales cometidos.

Palabras clave: modelización matemática, formación de maestros, análisis de errores

ABSTRACT

Mathematical modeling is a contextualized problem solving process that involves the development of a mathematical model to describe the phenomenon under study. The present work aims to contribute to the idea that the introduction of modeling tasks in the training of future teachers brings out their deficiencies in mathematical competence. In the present study, a comparison will be carried out between two groups of prospective teachers who solve the same modeling task. One of the groups has received training in solving modeling tasks and the other has not. Results show that training in solving this type of tasks can help to reduce conceptual and procedural mathematical errors.

Keywords: mathematical modeling, prospective teacher' training, error analysis

INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

La educación matemática tiene como uno de sus principales objetivos que los estudiantes obtengan las competencias necesarias para ser capaces de afrontar y darle sentido a situaciones de la vida cotidiana. Esto puede hacerse a través de las llamadas *competencias de modelización*. La competencias de modelización implican competencias adaptativas por parte de los estudiantes, más habituados a tener competencias rutinarias. Hatano [1] define la competencia adaptativa como «la habilidad de aplicar procedimientos aprendidos con significado de manera flexible y creativa» y la opone a la competencia rutinaria definida como «simplemente ser capaces de completar las tareas escolares matemáticas de forma rápida y correcta sin entenderlas de manera profunda».

La modelización matemática es un proceso de resolución de problemas contextualizados que implica la elaboración de un modelo matemático para describir el fenómeno estudiado. Estos procesos involucran la resolución de tareas «abiertas, complejas, reales y auténticas» [2]. Trabajos como los de [3] y [4] demuestran que el uso de tareas de modelización fomenta un aprendizaje significativo en los estudiantes de todos los niveles educativos. En estos trabajos se pone de manifiesto que la utilización de este tipo de actividades promueve las aptitudes necesarias para poder utilizar las matemáticas fuera del aula, así como el cambio en la percepción de los alumnos sobre la utilidad de las matemáticas para resolver situaciones de tareas significativas en la vida real [5].

El hecho de que los maestros y profesores de matemáticas en formación en la Universidad puedan obtener estas competencias de modelización mediante tareas de modelización complejas se ha investigado en varios estudios. La mayoría de ellos son informes de buenas prácticas sobre un curso de modelización junto con sus reflexiones (véase [6], [7], [8]). Sin embargo, los resultados de estos estudios muestran un cambio en la universidad de los estudiantes universitarios o de los profesores en activo sobre las matemáticas, simplemente por el hecho de enfrentarse a problemas de modelización. Ahora bien, los tres obstáculos esenciales para que los profesores de primaria y secundaria enseñen modelización son el diseño de actividades, el tiempo necesario para llevarlas a cabo y la evaluación de las mismas.

En el presente trabajo se pretende contribuir a la idea de que la introducción de tareas de modelización en la formación de futuros maestros hace aflorar sus carencias en competencia matemática y que la formación en la resolución de este tipo de tareas puede ayudar a reducir el tipo de errores conceptuales y procedimentales cometidos. Se llevará a cabo una comparación entre dos grupos de estudiantes de magisterio que resuelven la misma tarea de modelización. Uno de los grupos ha recibido formación en la resolución, diseño y puesta en práctica en el aula de tareas de modelización y el otro no.

METODOLOGÍA

Para la consecución de los objetivos planteados, se ha llevado un análisis de las producciones escritas de las resoluciones de una tarea de modelización por dos grupos naturales del grado en maestro de Educación Primaria. Llamaremos a cada uno de ellos Grupo 1 y Grupo 2, respectivamente.

Los estudiantes del Grupo 1 cursaban la asignatura “Propuestas didácticas con ciencias y matemáticas” impartida en el tercer curso del grado. Esta asignatura es predominantemente práctica y junto con otras asignaturas conforma el itinerario de Ciencias y Matemáticas dentro del grado. Además, esta asignatura se orienta al análisis de los contenidos en ciencias y matemáticas de la etapa de Educación Primaria, con un enfoque curricular. En ella, se pretende estudiar, fundamentar, seleccionar, diseñar o elaborar y evaluar propuestas y actividades didácticas que sustenten y favorezcan la enseñanza y aprendizaje de las disciplinas científico-técnicas.

Los estudiantes del Grupo 2 estaban cursando la asignatura “Propuestas didácticas de matemáticas”, la cual se imparte en el tercer curso del grado y está incluida dentro del mismo itinerario de Ciencias y Matemáticas. Esta asignatura está orientada a facilitar que el alumnado sea competente en la elaboración de diferentes tipos de propuestas de enseñanza y actividades para las clases de matemáticas de Educación Primaria. Por ello, en esta asignatura, se presentan, analizan y utilizan varios tipos de recursos que pueden ayudar y facilitar el trabajo del docente en el diseño y puesta en práctica de estas propuestas. Entre los distintos tipos de propuestas que los alumnos deben conocer y dominar, están las tareas de modelización matemática.

La tarea que se propuso a ambos grupos y que es objeto de análisis en el presente trabajo fue la siguiente.

“Mi amigo Vicente decidió irse a Castellón a fiestas de Magdalena para oír un buen concierto de fiestas. Cuando llegó a la Plaza Mayor no cabía un alfiler. Discutiendo con su mejor amiga, llegaron a la conclusión de que había 3000 personas en la plaza contando las personas de pie y las que estaban sentadas en las sillas que había puesto el ayuntamiento. ¿Crees que Vicente tiene razón o ha exagerado un poquito?”

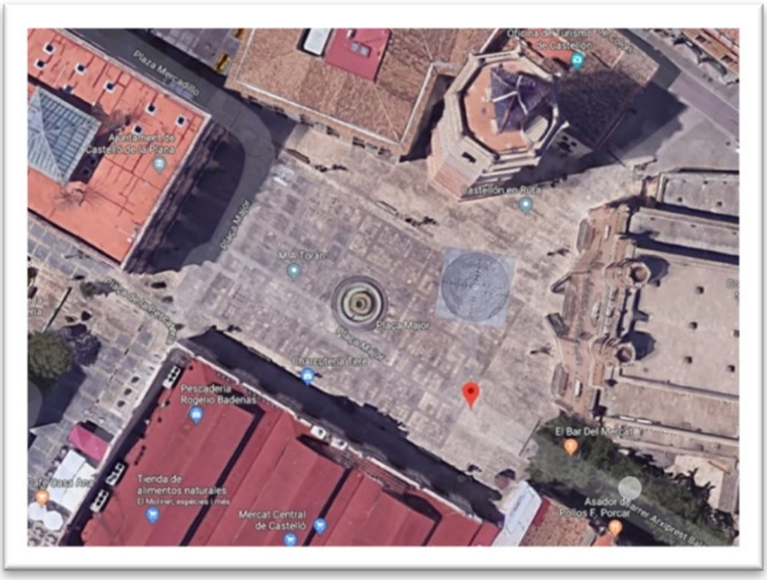


Figura 1: Imagen proporcionada en el enunciado del problema.
(Fuente: Google Maps)

La tarea, que suponía un problema de modelización relacionado con la medida de magnitudes, se resolvió de manera individual por todos los alumnos de ambos grupos.

El alumnado del Grupo 1 tuvo que realizar la tarea como ejercicio introductorio a la asignatura. Fue planteado al final de la primera sesión de clase y los estudiantes no habían recibido formación en modelización matemática en ninguna asignatura del grado. Por el contrario, el estudiantado del Grupo 2 recibió, durante toda la asignatura “Propuestas didácticas en matemáticas”, contenidos relativos a la resolución, creación e implantación en aula de propuestas de modelización matemática. En las últimas sesiones de la asignatura se proporcionó al alumnado del Grupo 2 una colección de tareas de modelización sobre medida de magnitudes entre las cuáles estaba el problema cuya resolución se analiza en este trabajo.

El experimento con el Grupo 1 se llevó a cabo durante el segundo cuatrimestre del curso 2020/21. La sesión se desarrolló de manera virtual debido a las restricciones de movilidad ocasionadas por la pandemia de la COVID-19. Durante la sesión online se trataron contenidos sobre procesos de aprendizaje por investigación remarcando que la integración de contenido y procesos plantea muchos retos didácticos. No se abordó ningún contenido específico sobre modelización matemática y, al finalizar la sesión, se enunció el problema para que cada estudiante lo resolviera de manera individual. Surgieron dudas referidas a la falta de datos del enunciado, pero no se resolvieron y simplemente se indicó que podían hacer las estimaciones que consideraran pertinentes tal y como lo harían si el problema hubiese sido planteado en su vida real. Se indicó que pensaran en una situación normal sin tener en cuenta restricciones de espacio por pandemia.
La tarea con el Grupo 2 se planteó al final del segundo cuatrimestre del curso 2018/19 en condiciones normales de presencialidad. Como ya se ha mencionado anteriormente, el estudiantado del Grupo 2 recibió, durante toda la asignatura “Propuestas didácticas en matemáticas”, contenidos relativos a la resolución, creación e implantación en aula de propuestas de modelización matemática con lo que ya estaban familiarizados con la resolución de tareas abiertas y complejas con ausencia casi total de datos. Ahora bien, durante el transcurso de toda la asignatura, los estudiantes estuvieron trabajando por grupos con lo que no estaban acostumbrados a resolver tareas de modelización de forma individual. Se les proporcionaron varios enunciados entre los que estaba el que es objeto de estudio en este trabajo y no se les proporcionó ninguna ayuda ni explicación adicional.

ANALISIS DE LA EXPERIENCIA Y RESULTADOS

Para el análisis de las producciones escritas de ambos grupos, se ha llevado a cabo una enumeración de los errores más frecuentes ilustrando cada uno de ellos con algunos ejemplos.

Análisis de las producciones escritas del Grupo 1

1. Omisión de elementos de complejidad y estimación de medidas incorrecta o poco realista

En este primer error, vamos a tener en cuenta la omisión de aquellos elementos necesarios para una buena estimación del número de personas a las que hace referencia el enunciado del problema. Estos elementos pueden ser, entre otros, la consideración del espacio no utilizable ocupado por un escenario y la fuente central de la plaza o la consideración de que hubiera personas de pie y sentadas para asistir al concierto. Además, se hace hincapié en la estimación del espacio que puede ocupar cada persona, ya sea de pie o sentada.
Como puede observarse en la Figura 2, en esta resolución no se consideran los elementos de complejidad que aparecen en el problema. Además, se lleva a cabo una medición errónea sobre Google Maps ya que el rectángulo de mayor superficie que se podría dibujar sobre la Plaza Mayor ocuparía aproximadamente unos 1400 m^2. Finalmente, en este mismo ejemplo, se asume que el espacio que ocupa una persona de pie es de 1 metro cuadrado y sentada 2 m^2, lo cual es un espacio demasiado grande en ambos casos si se indica que no cabe ni un alfiler.

En la Figura 3, de nuevo, no se consideran el escenario y la fuente como elementos de complejidad y se asume que en cada metro cuadrado habrá dos personas sentadas, lo cual es una estimación poco realista.

Según la fotografía que se muestra de la Plaza Mayor de Castellón, podría determinar la siguiente estimación:

Se observa que tiene forma de rectángulo, por ello a partir de Google Maps se han calculado las distancias de largo y de ancho, suponiendo su forma rectangular. Estas distancias eran 48 metros de ancho y 85 metros de largo respectivamente. Después, tras multiplicar estas dos medidas, se ha obtenido un valor aproximado de superficie total de 4.080 m^2.

Mirando en Internet y a partir de la información que proporciona el enunciado ("No cabía ni un alfiler"), se estima que las personas que estaban de pie ocupaban un espacio de un metro cuadrado aproximadamente y las personas que estaban sentadas (aproximadamente 1/3 del total), ocupaban 2 metros cuadrados de superficie por persona.

Por tanto, las 3.000 personas que había supuesto Vicente ocuparían un total de 4.000 m^2, que es aproximadamente el total de la superficie estimada.

En definitiva, ¡Vicente estaba en lo cierto, no cabía ni un alfiler!

Figura 2: Ejemplo en el que no se consideran elementos de complejidad, se realizan mediciones incorrectas y aparece una estimación poco realista

(2) La Plaza Mayor mide 2000 m^2 (medido desde internet)

4 personas / m^2 → de pie

2 personas / m^2 → sentadas

En la plaza habían 3000 personas (según Vicente)

Aproximando a 3 personas / m^2 → $\underbrace{2000 \times 3 = 6000 \text{ personas}}_{\text{(aproximadamente)}}$.

→ Vicente no ha exagerado.

Figura 3: Ejemplo en el que no se consideran elementos de complejidad y aparece una estimación poco realista

2. Sobreutilización de la regla de tres

Existen diversos estudios que analizan el uso de la regla de tres para la resolución de problemas del tipo "*missing value word-problem* (en inglés)" ya que puede darse una excesiva linealización de los problemas cuando no hay necesidad de hacerlo [9]. Se han encontrado una gran cantidad de resoluciones con este tipo de error conceptual que pasamos a ejemplificar brevemente.

En el tramo de respuesta que representa Figura 4 se observa la utilización innecesaria de la regla de tres. La alumna, en lugar de directamente multiplicar, necesita apoyarse en esta técnica para deducir cuántas personas caben en 825 m^2 si en un metro cuadrado cabe una persona. Este caso demuestra que no se entiende qué es una multiplicación y qué tipo de problemas modeliza. En este caso, en el que la proporción lleva explícita la razón de proporción (1 persona en 1 m^2) la alumna sigue usando la regla de tres ya que ha interiorizado el carácter procedimental de la proporción sin tener en cuenta los conceptos que la sustentan.

En el caso de la Figura 5 se empieza asumiendo que una persona, sin especificar si

Teniendo en cuenta que en 1m^2 caben 1,5 personas de pie y que en 1m^2 cabe 1 persona sentada, calculamos:

<u>CANTIDAD DE PERSONAS SENTADAS:</u>

1 m^2 → 1 persona

825 m^2 → x personas

X = (825 · 1) : 1 = 825 personas

<u>Resultado</u> = sentadas caben 825 personas.

Figura 4: Sobreutilización de la regla de tres

Respuesta: una persona ocupa aproximadamente 4 metros cuadrados y en el supuesto que la plaza mida unos 1400 metros cuadrados podemos descubrir si la teoría que propone el menor es cierta o no mediante una regla de tres:

¿Si dos personas ocupan 2 metros cuadrados (de manera estimada) cuántas personas caben en 1400 metros cuadrados?

2 personas → 1 metro cuadrado

x personas → 1400 metros cuadrados

(1400 × 2) / 1 = 2800 personas

Figura 5: Sobreutilización de la regla de tres y otros errores

sentada o de pie, ocupa 4 m^2. Esta suposición es, desde luego, una estimación muy poco realista. No obstante, lo relevante de este ejemplo es que esta información no se vuelve a utilizar, sino que se asume que en un metro cuadrado caben dos personas y, a continuación, se utiliza una regla de tres innecesaria donde una persona ocupa 1 m^2. Tampoco en este caso se consideran elementos de complejidad.

3. Utilización incorrecta de unidades de medida

Uno de los ejemplos más significativos de la utilización incorrecta de las unidades de medida lo encontramos en la Figura 6. En la resolución que se muestra de ejemplo, la alumna confunde las magnitudes de longitud y área, no sabiendo trabajar correctamente con las dimensiones ni con la transformación de unidades entre ellas.

Ocupación silla 60cm, 0.6 m cuadrados ocupación personas de pie: 0.2 metros cuadrados por persona

Área de la plaza mayor: unos 1800 m cuadrados

1800/0.6 son: 3000 personas por tanto si estuvieran todos sentados si sería posible que hubiera tal cantidad, teniendo en cuenta que había además personas de pie y que estas ocupan menos aún si sería posible.

Figura 6: Utilización incorrecta de unidades de medida

En la Figura 6 se explica que una silla ocupa 60 centímetros lineales y, a continuación, esta medida se transforma, erróneamente, en metros cuadrados. En este caso vemos, por una parte, un error de confusión al elegir la unidad correcta para representar la superficie que ocupa una silla. Por otro lado, en el caso de que se tratara de una errata de escritura y el estudiante quisiera referirse a centímetros cuadrados, la conversión a metros cuadrados también sería incorrecta ya que 60 cm^2 son 0.006 m^2 (el tamaño de una tarjeta de crédito). Por otro lado, si la estudiante consideraba que la silla tenía forma cuadrada con lado 60 cm, la superficie de la silla sería 0.36 m^2 y no la cantidad que vemos en la resolución.

Considerando que las medidas de la Plaza Mayor de Castellón son 25 metros de ancho y 45 metros de largo y que por cada metro se pueden poner dos sillas, el resultado total de sillas en la plaza serían 2250.

45x25= 1125 m^2

1125x2=2250 sillas en la plaza

Figura 7: Utilización incorrecta de unidades de medida

Por otra parte, en la Figura 7, el estudiante afirma que en cada metro lineal se pueden poner dos sillas y, en realidad, se refiere a que caben dos sillas por metro cuadrado. En este ejemplo, aunque operativamente no haya errores, observamos un uso incorrecto del lenguaje matemático. En particular, del uso de la unidad de magnitud adecuada.

4. Suposiciones que no se utilizan

- En un concierto, el espacio necesario mínimo por persona es de 1m^2, por ejemplo, un concierto de 250m^2 será para 250 personas.
- Hay que tener en cuenta que las sillas ocupan 2m^2, y que hay que dejar 1,5 m de distancia entre silla y silla para la circulación de las gente. Aunque las sillas, solo ocuparan la mitad de la plaza.
- También hay que contar con el escenario para el grupo invitado, que tendrá una altura de 20 o 40 cms para que todos lo vean, y 12 metro de largo y ancho.
- Hay que tener en cuenta las salidas de emergencia.
- Y realizando cálculos a mano alzada, hallamos que la plaza mayor tiene un área de 2400m^s, y por lo tanto una capacidad de 2400 personas.

Figura 8: Suposiciones que no se utilizan

En la Figura 8 se llevan a cabo diversas suposiciones sobre el espacio que ocupan las sillas y la distancia entre ellas que, posteriormente, no se utilizan. Únicamente se emplea la hipótesis que en un metro cuadrado cabe como mínimo una persona. Por tanto, si la plaza tiene 2400 m^2 de superficie, entonces cabrán 2400 personas. Sin embargo, la conclusión es contradictoria, pues se menciona que se tiene en cuenta la gente sentada, que se asume que ocupa 2 m^2 cada una, el espacio que ocupa el escenario y las salidas de emergencia y esta información no se emplea para reducir los 2400 m^2 de la plaza. También en este caso se estiman medidas de manera poco realista.

5. Error de inversión

El error de inversión hace referencia a la elección de la operación inversa a la correcta en la resolución de un problema matemático. Como puede observarse en la Figura 9, el estudiante comente un error de inversión pues divide en lugar de multiplicar. Asume que en un metro cuadrado caben tres personas y, como la plaza dice que tiene una superficie de 5500 m^2, entonces divide esta área entre tres para obtener la estimación pedida.

> Gracias a la app de google mapas, he podido medir más o menos cuántos metros tiene la Plaza Mayor de Castellón, tiene 50m de altura y 110m de base. Por lo que el área de la plaza será de 5500m^2. Si llegamos a la conclusión de que hay aproximadamente 5500m cuadrados de plaza, y sabiendo que la cantidad de personas que caben en un metro cuadrado oscila entre 3 o 4; dividiendo 5500 entre 3, para saber la cantidad de personas que caben en la plaza, saldría que caben 1833 personas, lejos del número que había estimado Vicente.

Figura 9: Error de inversión

6. Validación incoherente

Una de las características más importantes de las tareas de modelización es la interpretación del resultado obtenido en relación con el problema dado para obtener resultados reales [10]. En el ejemplo mostrado en la Figura 10 se observa una validación incoherente para concluir el problema, pues el argumento para sostener la viabilidad de la afirmación de Vicente se basa en la población total de Castellón. Esta afirmación se presenta desligada de los cálculos realizados durante la resolución por el estudiante y del planteamiento de resolución del enunciado del problema.

> Para solucionar este presunto problema o esta curiosidad hemos empezado midiendo (de forma generosa) la Plaza Mayor de Castellón con la herramienta Google Maps. Así pues, esta medición nos dice que la plaza tiene, aproximadamente, 1.871,42m² (adjuntamos foto al final de la actividad). Siendo nosotros aún más generosos lo redondearemos a 1.900m² para trabajar con números exactos. Supongamos que destina 200m² para montar el escenario de dicho concierto. De esos 1.700m² restantes, 600 m² los destinan a poner sillas (cada metro cuadrado caben 2 sillas) y 1.100m² para la gente que está de pie. Como dicen que no cabe ni un alfiler, en el mejor de los casos, podrían haber tres personas por metro cuadrado.
>
> Esto nos da los siguientes datos:
>
> - Personas que ocupan sillas, 1.200
> - Personas que están de pie, 3.300
> - Total de personas que asisten al acto 4.500
>
> Teniendo en cuenta estos datos, además de que la población total de Castellón es de 170.244 habitantes en el año 2016 según la OMS, es probable que asistieran más de 3.000 personas en el concierto de fiestas.

Figura 10: Ejemplo en el que se valida incoherentemente

Análisis de las producciones escritas del Grupo 2

En el Grupo 2, únicamente se ha detectado un error y es del tipo sobreutilización de la regla de tres. Esta situación era de esperar pues, como se ha comentado anteriormente, este alumnado había recibido formación en modelización matemática durante todo el curso. No solamente no se han cometido errores en cuanto a la consecución del ciclo de modelización, sino que se han reducido los errores matemáticos conceptuales y procedimentales respecto al Grupo 1.

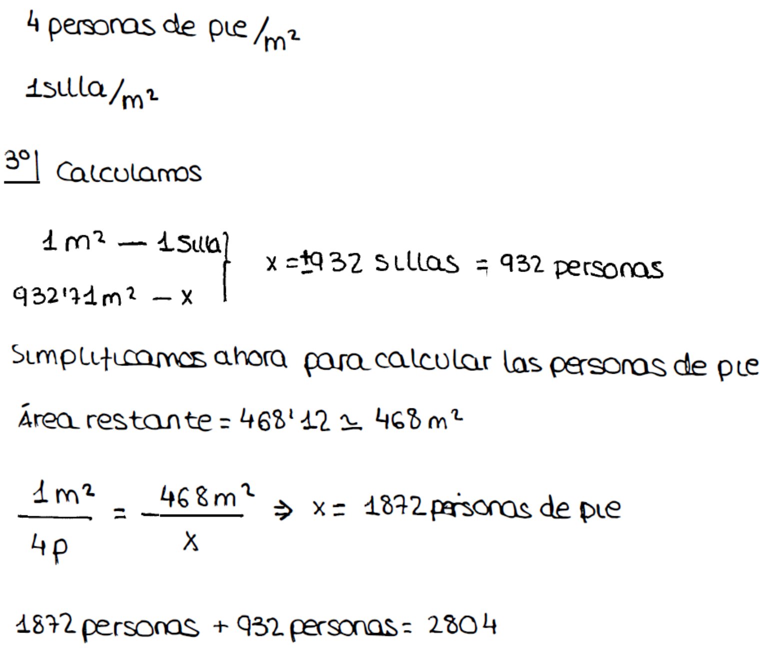


Figura 11: Ejemplo de utilización innecesario de la regla de tres en el Grupo 2

Resumen de errores

En el análisis de resultados que se realizó de las producciones escritas de las resoluciones del Grupo 1 se pudo observar que, en la mayoría de resoluciones analizadas, los estudiantes cometen más de un error de los seis que se enumeran. Estos errores disminuyeron considerablemente en las producciones escritas de los estudiantes del Grupo 2. En la Tabla 1 puede observarse un resumen con la frecuencia con la que se ha cometido cada uno de los errores con la clasificación expuesta en este trabajo.

Tabla 1: Frecuencias de cada uno de los errores por grupo.

Tipo de error	***Frec. Grupo 1***	***Frec. Grupo 2***
Error 1	64 %	
Error 2	16 %	18 %
Error 3	7 %	
Error 4	9 %	
Error 5	4 %	
Error 6	23 %	
Sin errores	18 %	82 %

Fuente: Elaboración propia a partir de datos públicos.

CONCLUSIONES

El presente estudio forma parte de un estudio más amplio, donde se pretende categorizar los errores procedimentales y conceptuales que comenten los futuros maestros de Educación Primaria al resolver una tarea de modelización relacionada con la medida de magnitudes.

El estudio se está realizando con tres problemas de modelización donde se analizan las respuestas de los alumnos del grado de Maestro/a en Educación Primaria de la Universitat de Valencia. Los grupos elegidos son grupos naturales de futuros maestros y las resoluciones pueden ser individuales, de manera que sólo se recogen producciones escritas, o grupales, en donde las evidencias incluyen la grabación en audio de las discusiones del grupo durante la resolución.

En este trabajo, se ha corroborado, por una parte, que los errores matemáticos conceptuales y procedimentales cometidos por los estudiantes al resolver una tarea de medida de magnitudes compleja y abierta se asemejan a los encontrados en estudios anteriores de las autoras [11] y, por otra parte, que la introducción en las asignaturas de grado de la modelización matemática puede contribuir a la reducción de estas carencias en los futuros profesores de primaria. Ahora bien, esta investigación se encuentra en una fase muy preliminar que habrá que corroborar con estudios que involucren más resoluciones para confirmar lo que apuntan los resultados de la literatura especializada.

REFERENCIAS

[1] Hatano, G. (2003). Foreword. En A.J Baroody, y A. Dowker (ed.) *The Development of Arithmetic Concepts and Skills*, xi-xiii. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

[2] Maaß, K. (2006). What are modeling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(2), 113-142.

[3] Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37–68.

[4] Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 38*(3), 302–310.

[5] Palm, T. (2007). Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. En W. Blum et al. (Eds.), *Applications and modelling in mathematics education; new ICMI studies series no. 10* (pp. 201–208). New York: Springer.

[6] Blomhøj, M., y Hoff Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work—Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *ZDM—Mathematics Education, 38*(2), 163–177.

[7] Schwarz, B., y Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling in school – Experiences from a project integrating school and university. In D. Pitta-Pantazi y G. Philippou (Eds.), *CERME 5 – Proceedings of the fourth congress of the European Society for Research in mathematics education* (pp. 2180–2189).

[8] Maaß, K., y Gurlitt, J. (2011). LEMA—Professional development of teachers in relation to mathematics modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri y G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 629–639). Dordrecht: Springer.

[9] Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., y Verschaffel, L. (2008). The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' overuse of linearity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 311-342.

[10] Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM Mathematics Education, 38*(2), 86-95.

[11] Pla-Castells, M., Melchor Borja, C. y Chaparro, G. (en prensa, 2021). Errores y dificultades de los futuros maestros de educación primaria al afrontar un problema de modelización asociado a la medida de magnitudes. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas.*

Motivar en clase a través de problemas actuales

Vicente José Bevia Escrig[1], Esther Sanabria Codesal[2]

[1] Instituto Universitário de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, vibees@doctor.upv.es
[2] Departamento de Matemática Aplicada, Universitat Politècnica de València, C/ Camino de vera s/n, 46022 Valencia, Spain, esanabri@mat.upv.es

Motivate in class by using contemporary problems

RESUMEN

“Las matemáticas son el lenguaje en el que Dios escribió el universo". Estas célebres palabras dichas por Galileo nos recuerdan una verdad fundamental: las matemáticas aparecen por todos lados. Más allá de los clásicos ejemplos que motivan el uso de las matemáticas, cabe preguntarse: ¿pueden sernos útiles los problemas actuales? En este trabajo expondremos como hemos tratado de motivar al alumnado a entender mejor y a disfrutar con las matemáticas mediante uno de los proyectos más futuristas de nuestra época: el Hyperloop.

Palabras clave: Tecnología, Aprendizaje de matemáticas

ABSTRACT

"Mathematics is the language in which God wrote the universe." These famous words spoken by Galileo remind us of a fundamental truth: mathematics is everywhere. Beyond the classic examples that motivate the use of mathematics, it is worth asking: what about today's problems? Can they not be useful? We will analyze how students can be motivated to learn and enjoy mathematics through one of the most futuristic projects of our time: the Hyperloop.

Keywords: Technology, Mathematics learning

INTRODUCCIÓN

La formación integral de profesionales cualificados es el principal objetivo de la enseñanza universitaria. Para ello, El Real Decreto 1125/2003, de 5 de septiembre, publicado el 18 de septiembre de 2013 en el Boletín Oficial del Estado (BOE) [1], así como sus sucesivos ajustes, establece en las titulaciones universitarias oficiales de Grado un sistema europeo de créditos (ECTS), que se estructuran a través de asignaturas en las diferentes áreas de conocimiento, adecuadas a cada perfil. Los contenidos de estas asignaturas se definen en base a competencias científicas que permitan al alumnado desarrollar con éxito su actividad profesional. Por tanto, es muy relevante que los alumnos adquieran dichas competencias al superar las asignaturas, es decir, demuestren los conocimientos, las habilidades y actitudes, transversales y específicas, asociados a cada una de ellas. Para facilitar este proceso, especialmente en materias básicas como las matemáticas, es importante elegir una metodología docente adecuada.

Actualmente, la tecnología empieza a introducirse desde la educación primaria en las aulas, cada vez más instituciones dinamizan la enseñanza mediante el uso de proyectos donde se trabajan problemas realistas, a través de dispositivos y simulaciones disponibles, gracias a la democratización de las nuevas tecnologías (TIC) en nuestra sociedad.

En los niveles de educación superior, prácticamente la totalidad del alumnado maneja con soltura aplicaciones o programas informáticos, que facilitan visualizar ejemplos prácticos que facilitan su aprendizaje y aumentan la motivación, siempre y cuando se consiga despertar el interés del alumno por la utilidad de los conocimientos que pretendemos transmitir.

En este sentido, parece una opción interesante utilizar un proyecto como Hyperloop [2], para involucrar a los estudiantes de los grados de ingeniería en asignaturas como matemáticas, física o química, materias básicas en todos los grados de esta rama, que en general les resultan demasiado teóricas y poco relacionadas con sus intereses profesionales.

Hyperloop es un concepto de transporte, formulado por el célebre Elon Musk, que combina la velocidad y el alcance de un avión con el consumo energético y la infraestructura de un tren. Está basado principalmente en el transporte de cápsulas que levitan mediante fuerzas electromagnéticas dentro de túneles a baja presión, las cuales tendrían instalado un compresor (turbina) para evitar problemas asociados con la presión del aire a velocidades cercanas a la del sonido. La Universitat Politècnica de València (UPV) es, desde hace varios años, hogar de uno de los equipos universitarios más punteros del mundo en el desarrollo de prototipos Hyperloop a pequeña escala, algo fundamental para probar y asentar la tecnología necesaria para diseñar prototipos a tamaño real.

El objetivo principal de este trabajo consiste en mostrar a los alumnos del Grado de Ingeniería Mecánica de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño (ETSID) de la UPV, cómo los contenidos impartidos en la asignatura Matemáticas I tienen múltiples aplicaciones en su área de interés, utilizando el desarrollo de prototipos como Hyperloop. Se ha propuesto motivar el aprendizaje del concepto de curva de interpolación y algunas técnicas de cálculo a partir de la modelización de un problema real. Los estudiantes llegan a conclusiones acerca de la necesidad de conocer la teoría y las técnicas de interpolación y, pese a que la modelización matemática del problema puede haberles sido difícil en un principio, con un poco de ayuda consiguen realizar una modelización buena acerca del problema a tratar.

Sin embargo, consideramos que este trabajo puede ser extrapolado a otros grados, ya que el equipo Hyperloop de la UPV está formado por 46 personas de todas las áreas del conocimiento, desde ingenieros aeroespaciales, mecánicos, electrónicos, matemáticos hasta graduados en bellas artes y economía.

METODOLOGÍA

Técnicas empleadas

Nuestro objetivo de motivar al alumno a través de la resolución de problemas aplicados, lo llevamos a cabo principalmente en las prácticas de la asignatura, donde utilizamos el programa *Mathematica* de Wolfram [3], ya que con la ayuda de este software podemos resolver de forma mucho más rápida y visual los problemas planteados, integrando fácilmente los conocimientos impartidos en la teoría de la asignatura.

La elección de este programa, responde a dos motivos principales:

- La UPV tiene acceso a este software con una licencia de campus y todos los alumnos tienen la posibilidad de descargarse una versión de alumno de Mathematica, con la que pueden practicar de forma no presencial en sus propios ordenadores.

- *Mathematica* es un software muy versátil, con sintaxis bastante intuitiva y mucha información en la ayuda, por lo que resulta una interesante herramienta de cálculo para la realización y comprobación de ejercicios y problemas. Además ofrece muchas posibilidades para las representaciones gráficas, aspecto que ayuda mucho a la hora de visualizar los ejemplos.

Utilizamos las prácticas informáticas, principalmente, para facilitar la resolución de problemas con cálculos largos o excesivamente complicados planteados en clase, con el objetivo de que el alumno afiance los conocimientos adquiridos en la materia y aprenda el correcto manejo del programa.

En nuestro caso, pretendemos además encontrar la conexión entre la teoría explicada en la asignatura y problemas "realistas" que muestren a los alumnos la aplicación de esta en sus áreas de interés profesional. Para ello, empezamos cada práctica presentando los comandos específicos de *Mathematica* que utilizaremos en el desarrollo de los ejercicios, para realizar, a continuación, algunos ejemplos y plantear ejercicios relacionados con el tema tratado, que tengan una aplicación lo más actual posible de los contenidos trabajados.

Como ejemplo, mostraremos un caso práctico que utilizamos en clase a mediados del segundo cuatrimestre, en la parte del temario correspondiente al álgebra lineal, donde trabajamos los sistemas de ecuaciones lineales, así como la obtención de sus posibles soluciones. En particular, cuando trabajamos con sistemas incompatibles, es decir, sin solución, introducimos el método de mínimos cuadrados para obtener el mejor resultado posible. En este mismo contexto, podemos encontrar la regresión lineal, que supone encontrar los coeficientes que permiten aproximar, por una recta, una serie de puntos de una manera óptima.

Para aplicar estos conceptos en los prototipos de Hyperloop, consideramos que como en todo vehículo móvil, las irregularidades del terreno por el que debe circular provocan vibraciones y oscilaciones indeseadas. Para ello, se deben instalar amortiguadores y muelles, tanto para mejorar el confort de los viajeros como por la integridad de la estructura en sí misma del prototipo. En la Figura 1 se puede observar el sistema de control vertical diseñado e instalado en el prototipo *IGNIS*.

Figura 1: Sistema de control vertical. (Fuente: Hyperloop UPV)

La Figura 2 muestra cómo actúa el sistema en su conjunto ante una perturbación en el raíl.

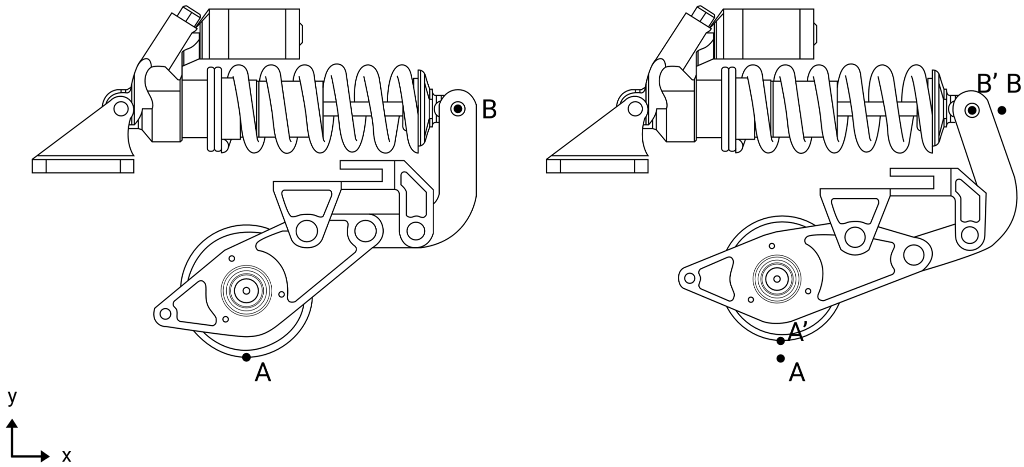


Figura 2: Sistema no deformado (izquierda) y deformado (derecha). (Fuente: Hyperloop UPV)

Aunque hay varias maneras de abordar este problema, una de ellas es utilizar geometría básica, para calcular cómo afecta una deformación vertical en la rueda a la deformación en el muelle. Para saber si un determinado muelle es útil para nuestro propósito, es necesario comprobar cómo actúan las fuerzas en él y debemos realizar un experimento de compresión en todos los muelles que pretendamos utilizar en este tipo de diseño.

Para realizar dicho experimente es necesario comprimir y descomprimir el muelle varias veces, con el objetivo de recoger los datos de la fuerza que ha ejercido en cada momento. Estos datos se reflejan en una gráfica como la de la Figura 3.

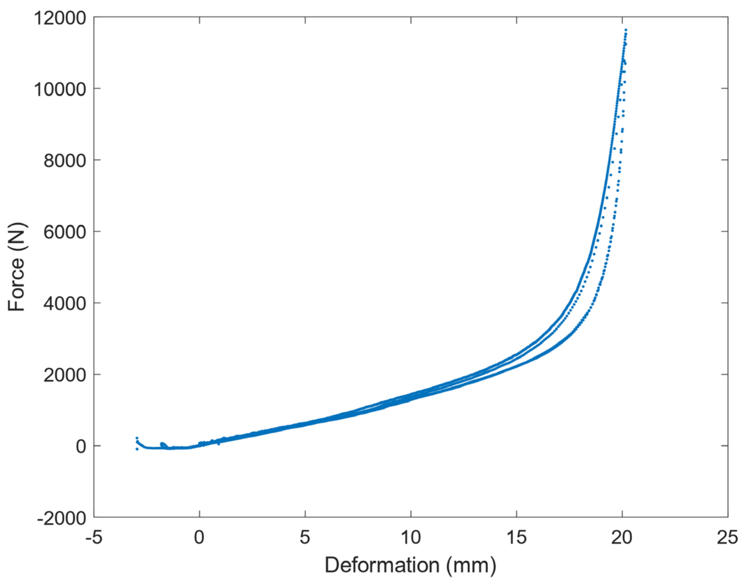


Figura 3: Relación Fuerza-Compresión de un muelle real.

Con estos datos, el alumno deberá realizar un ajuste polinómico por mínimos cuadrados y ver qué grado de polinomio le permite obtener un buen ajuste.

Una versión más sofisticada de este problema, que se puede plantear para los alumnos interesados en el tema, consiste en preparar una función suplementaria para que, dado el ajuste obtenido pueda ver cómo afecta una elección u otra en las fuerzas tangenciales y normales del muelle y, estas a su vez, a la dinámica general del prototipo que estamos analizando.

RESULTADOS

Para evaluar esta metodología y su influencia en la adquisición de las competencias asociadas a la asignatura, hemos planteado una encuesta a los 29 alumnos del grupo de la tarde, para ver si esta actividad les ha ayudado en la asignatura de Matemáticas I. Hemos obtenido la respuesta de 9 de los 29 alumnos, es decir, aproximadamente de un 31% del grupo.

La encuesta consiste en un formulario on-line elaborado con la herramienta Google Docs, utilizando una Escala de Likert como medida, ya que según J. C Nunnally [4] las escalas sumativas constituyen el mejor método para el escalamiento de actitudes verbalizadas.

Para elaborar dicho formulario, hemos extraído de la guía docente [5] las competencias genéricas y específicas propias de la materia y hemos pedido a los alumnos que puntúen en qué medida piensan que la metodología utilizada en la asignatura Matemáticas I ha contribuido a adquirir cada una de estas competencias según el baremo 1=Nada, 5=Mucho [6, 7].

En concreto, se han valorado las competencias listadas en la Tabla 1, donde hemos asignado un código que utilizaremos en las siguiente gráfica.

Tabla 1: Códigos asignados a las competencias de Matemáticas I.

Competencia	*Código*
Resolución de problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería	c1
Conocimiento en materias básicas y tecnológicas	c2
Capacidad de resolver problemas, razonamiento crítico y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en Ingeniería Industrial	c3
Capacidad de integrarse y colaborar en un entorno multidisciplinar	c4

En este mismo cuestionario hemos incluido un texto libre: “Describe las competencias que en tu opinión debería aportar la asignatura de Matemáticas I y si crees que las has alcanzado con la metodología aplicada".

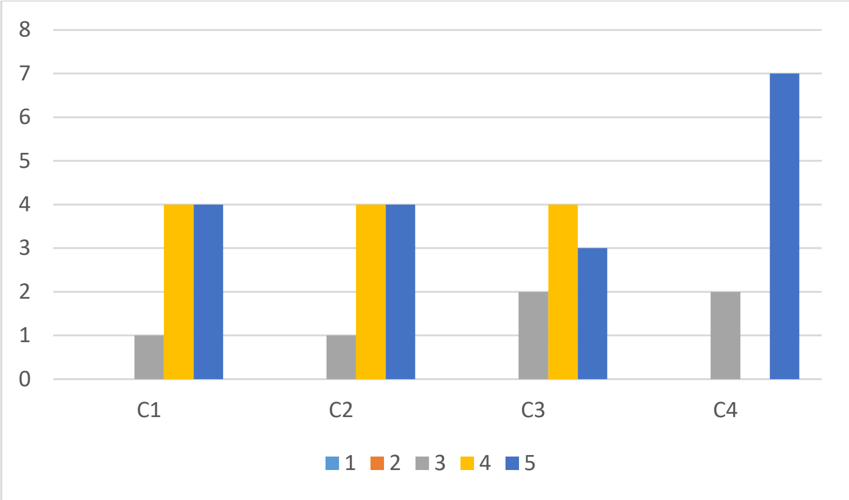


Figura 4: Frecuencia de las competencias.

En la Figura 4 podemos observar la frecuencia obtenida para cada una de las competencias. En general el alumnado está satisfecho con las competencias adquiridas puesto que la mayor frecuencia de puntuaciones está en el 4 y el 5.

Transcribimos a continuación algunas de las respuestas obtenidas en la pregunta abierta del formulario y observamos que, en general, los alumnos están satisfechos con su adquisición de competencias, así como con la metodología utilizada, como indican los siguientes comentarios:

- "Debería ayudar al desarrollo de la lógica para resolver problemas, y en este caso lo ha conseguido"
- "Aprender a resolver problemas por uno mismo y encontrar nuevas maneras para ello, sí lo he aprendido"
- "Si creo que he alcanzado todas las competencias que se enseñan en la asignatura gracias a la manera metodología aplicada y a todos materiales que se han puesto a nuestra disposición"
- "En mi opinión, las matemáticas deben ser útiles para la resolución de problemas relacionados con la ingeniería. Y en este curso hemos podido adquirir conocimientos que nos son útiles en nuestra carrera para resolver problemas más complejos".

Aunque se ha considerado insuficiente el tratamiento de algunos tópicos como indica el comentario: "Me ha faltado un poco de integrales, pero por lo demás ha estado muy bien".

CONCLUSIONES

Del análisis realizado de nuestra propuesta inicial, podemos concluir que existe un elevado grado de satisfacción del alumnado con la metodología empleada para transmitir las aplicaciones prácticas de los conocimientos de la asignatura, independientemente de la competencia que se evalúe.

A pesar de todo, queda patente que es necesario hacer mayor hincapié en algunos temas y aumentar en lo posible el uso de problemas actuales para justificar la aplicación práctica de los métodos matemáticos explicados en la asignatura, debido a la evidente necesidad de conexión del graduado en ingeniería mecánica con las necesidades del mundo real.

REFERENCIAS

[1] BOE-A-2003-17643. *Real Decreto 1125/2003*.
Página web: < https://www.boe.es/eli/es/rd/2003/09/05/1125> [Consulta: 16 de julio de 2021]

[2] Universitat Politècnica de València. Hyperloop.
Página web: <https://hyperloopupv.com/es/inicio/> [Consulta: 16 de julio de 2021]

[3] Wolfram. Página web: <Wolfram: Computation Meets Knowledge> [Consulta: 16 de julio de 2021]

[4] Nunnally, J. C., Psychometric Theory, Mac Graw-Hill, New York, (1987).

[5] Universitat Politècnica de València. Grado en Ingeniería Mecánica. Guía Docente Matemáticas I (curso 2019-2020).
Página web: <http://www.upv.es/titulaciones/GIM/menu_1015238c.html>[Consulta: 16 de julio de 2021]

[6] Morales Vallejo P., Guía para construir escalas de actitudes, Universidad Pontificia Comillas, Madrid, (2010)

[7] Briones G., Métodos y Técnicas de Investigación para las Ciencias Sociales, Trillas, México, (1995).

¿Qué me cuentas? El relato como instrumento docente para adultos

Rafael Rivera[1], Macarena Trujillo[2]

[1] rafariveraherraez@gmail.com
[2] Dpto. de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de València, Camino de Vera s/n, 46022 València, Spain, matrugui@mat.upv.es

What's up? The storytelling as a teaching tool for adults

RESUMEN

El contar historias (o storytelling) es un recurso ampliamente utilizado en docencia. En esta comunicación presentamos la aplicación de esta herramienta en un seminario sobre matemáticas con adultos. En concreto, el alumnado son miembros de la asociación Amics de la Nau Gran de la Universidad de Valencia, profesionales universitarios en activo o jubilados de más de 55 años. El objetivo de la investigación es determinar si el contar historias con contenido matemático a un público adulto supone un facilitador del aprendizaje. Las historias han sido creadas por nosotros con contenidos transversales y enfocados a la vida cotidiana. Analizando los resultados podemos concluir que el contar historias, además de ser un facilitador del aprendizaje, ayuda a la comprensión de los contenidos del seminario. Por otro lado, los participantes subrayaron que las historias eran pertinentes con respecto a los temas tratados y que fueron relevantes en el desarrollo del seminario.

Palabras clave: storytelling, relatos matemáticos, docencia con adultos.

ABSTRACT

The storytelling is a widely used resource in teaching. In this communication we present the application of this tool in a mathematics seminar with adults. Specifically, the participants are members of the Amics de la Nau Gran association of the University of Valencia, retired or active university professionals older than 55 years. The objective of the research is to determine if the storytelling with mathematical content and adult audience is a facilitator of learning. The stories were created by us with transversal content and focused on everyday life. Analyzing the results, we can conclude that storytelling, in addition to being a facilitator of learning, helps to understand the contents of the seminar. On the other hand, the participants considered that the stories were in concordance with respect to the topics discussed and that they were relevant in the development of the seminar.

Keywords: storytelling, mathematical stories, adults teaching.

INTRODUCCIÓN

El binomio enseñanza-aprendizaje está permanentemente en movimiento, en revisión, porque resulta algo fundamental en nuestras vidas. Se basa en dos pilares, el conocimiento que queremos transmitir y la manera en la que queremos hacerlo, y ambos están empapados de progreso y transformación. No se están quietos. El conocimiento tiene que ver con el rigor, con el manejo de la materia en cuestión. La comunicación tiene que ver con la capacidad de ilusionar, de sentirse a gusto en ese viaje de querer más. En esta comunicación queremos centrarnos en el segundo aspecto, es decir, en cómo comunicar (enseñar y aprender) buscando siempre esa transformación imprescindible que nos permita llegar más allá.

Las nuevas formas de transmitir conocimiento tienen mucho que ver con la transversalidad, con las relaciones, con la red de sabidurías. Saber es relacionar, y resulta imprescindible establecer vínculos entre las diferentes disciplinas, para así multiplicar sus efectos y entenderlas en toda su dimensión, dentro siempre de un contexto más amplio. Esa creemos que es una manera básica de incentivar el aprendizaje, de despertar el apetito por el conocimiento. Es como permitir que las ideas se conviertan en cerezas y estiren unas de otras, revoltosas, conectadas, creando ese escenario que permite una visión del mundo más completa. Si el mundo es incomprensible observado desde un solo punto de vista, los conocimientos son más difíciles de adquirir explicados de una manera aislada. Por ello entendemos que es necesario reforzar esa transversalidad en la enseñanza y buscar instrumentos nuevos, y no tan nuevos, que sirvan a ese objetivo. En ese sentido hemos vuelto la mirada hacia la narrativa que, en definitiva, es la manera más antigua de transmitir conocimientos.

Contar historias (conocido también como storytelling) es una herramienta de aprendizaje cuyos múltiples resultados están comprobados [1]. Independientemente del formato, el relato transmite conocimientos, cultura, perspectivas, y abre la mirada a otros puntos de vista [2]. Con las historias, el alumnado explora nuevas situaciones y escenarios, desarrollando a la vez el pensamiento crítico al tratar de comparar y relacionar la literatura con su propia realidad [2]. Convencidos de ello, hemos querido escarbar en algo tan básico en el ser humano como es la narrativa. La capacidad de contar algo.

Generalmente el storytelling se utiliza en disciplinas más humanísticas, menos científicas. Sin embargo, dados sus beneficios, son cada vez más frecuentes las referencias de su uso en disciplinas como las matemáticas. Aunque en esta materia su utilización en las aulas de matemáticas de primaria o secundaria es más amplia (ver por ejemplo [3]-[5]), discretamente se ha extendido también a la Educación Superior [6,7].

En nuestro caso, aunque previamente habíamos experimentado en Educación Superior, la experiencia que mostramos está centrada en un seminario de aprendizaje de matemáticas, pero en adultos muy especiales. La pregunta de investigación que pretendemos responder es: ¿contar historias como herramienta de aprendizaje tiene las mismas ventajas en un alumnado adulto tan especial como el de esta experiencia? El método que proponemos es sencillo.

Introducir el relato en la docencia de adultos como elemento generador de conocimiento porque supone nuevas líneas de entrada, diversas, hacia la idea central objeto de aprendizaje. El objetivo, por tanto, es responder a la pregunta de investigación que nos hacemos y consiste en determinar si el contar historias con contenido matemático a un público adulto supone un facilitador del aprendizaje.

METODOLOGÍA

En el storytelling podemos utilizar tanto un relato existente, como uno escrito para el caso concreto; en ambos casos el texto se convierte en el punto de partida. Nosotros hemos optado por elaborar nuestros propios relatos porque buscábamos enlazar el contenido matemático con algo cotidiano, pero no convirtiendo problemas matemáticos o ejercicios en cuentos o acertijos.

La preparación de ese instrumento es el primer paso del proceso, un paso en el que ya empezamos a aprender porque hemos de descubrir las ideas implícitas y explícitas que queremos que contenga, y que basculan alrededor del objeto de aprendizaje. Es fundamental la elección de ese texto, que ha de ser un relato entero, cerrado, que empieza y acaba, que tiene un desarrollo narrativo y un contenido adecuado. Y ha de tener una característica importante, la capacidad de emocionar.

El texto se lee o se cuenta al empezar o durante la clase. Leerlo puede generar una cierta solemnidad interesante que podemos utilizar como valor añadido. Contarlo puede reforzar la espontaneidad, el hecho más coloquial. Ambos son valores a considerar.

A continuación se establece un debate, una conversación acerca de la oportunidad del cuento, de la historia. No se trata de un comentario de texto al uso, sino de la reflexión colectiva acerca del relato, esa que ha de propiciar miradas diferentes hacia el objeto del aprendizaje.

Después del debate se recogen las ideas centrales, se complementan, se ordenan, y se articula un modelo teórico disciplinar alrededor de la idea central. Por último se establecen las conclusiones.

Nuestra experiencia en este tipo de enseñanza es doble.

Por un lado, hemos incluido actuaciones puntuales dentro del programa oficial de nuestras asignaturas de Matemáticas y de Urbanismo en segundo curso del Grado en Fundamentos de la Arquitectura de la Universitat Politècnica de València. Estas actuaciones, han supuesto puntos de referencias, llamadas de atención, como complemento de la docencia reglada. Pero no han sido una metodología continuada durante todo el curso sino acciones aisladas para experimentar y comprobar la eficacia docente del relato. En cualquier caso se trataba de empezar a asumir ese reto de sumar nuestras disciplinas al método del storytelling. En esta experiencia parcial no tenemos resultados específicos sobre el método, dado que solo era un sistema complementario. En cualquier caso, la valoración que el alumnado hizo a esos cursos, globalmente considerados, fue muy alta. Y nuestra percepción reforzó que la narrativa podía ser un instrumento potente que había colaborado para obtener esta valoración favorable.

Por otro lado, y dado que entendimos que podía ser una propuesta a desarrollar, la hemos puesto en marcha en un caso más concreto. Los participantes son unos adultos muy especiales puesto que son miembros de la asociación Amics de la Nau Gran, de la Universidad de Valencia, profesionales universitarios en activo o jubilados mayores de 55 años. Es por tanto en este caso un seminario para adultos "Las matemáticas de nuestras vidas" en las que hemos querido que la narrativa fuera el eje central y de la que sí hemos recogido evidencias. Desde ese eje hemos puesto en valor el razonamiento matemático, el lenguaje, la abstracción de los símbolos y los números, lo que supone operar y, con ello, evidenciar la capacidad que tienen las matemáticas para entender otros mundos, otras dimensiones. Queríamos poner en primer plano unas matemáticas que se expanden, que llegan más allá, que se convierten en mestizas. La transversalidad que tanto nos interesa queríamos que apareciera de manera natural. Por eso esta metodología, porque pensamos que los relatos siempre son un vehículo transversal, y pretendíamos reforzar ese sentido para que nos devolvieran muchos aprendizajes.

Estábamos convencidos, y queríamos confirmar que la narrativa es un instrumento útil, facilitador del aprendizaje sin perder el rigor necesario que requiere la materia en sí. No se trata de trivializar el conocimiento, se trata de desarrollar la materia utilizando un método diferente.

Esta es una experiencia muy reciente que, en el desarrollo de las diferentes sesiones (no presenciales, dada la situación social), ya percibimos un interés añadido por parte de los asistentes que entendieron la fortaleza de ese eje secuencial que formaban relato, debate, elaboración y conclusión. En total fueron 4 sesiones de aproximadamente una hora y media.

Para tener evidencias que nos permitieran establecer si nuestro objetivo se había alcanzado preparamos un breve cuestionario en Google Forms. El cuestionario constaba de cuatro preguntas, las tres primeras a valorar con una escala de Likert, y la última con una escala numérica lineal. Además incluimos la posibilidad de dejar una ventana por si querían realizar algún comentario al margen de las cuatro cuestiones planteadas que fueron las siguientes:

- Las historias leídas en el seminario han sido pertinentes con respecto a los temas tratados.
- Las historias ayudan a la comprensión de los contenidos del seminario.
- Las historias son un facilitador para el aprendizaje de los contenidos del seminario.
- Relevancia de las historias en el desarrollo del seminario.

RESULTADOS

De la eficacia docente se dedujeron muchas vertientes no-previstas que añadieron interés al aprendizaje pero, además, se generó un clima efectivo y afectivo que abonaba considerablemente el escenario docente y la predisposición al aprendizaje. Es necesario recordar que las personas adscritas al seminario tenían todas ellas un pasado universitario, de diferentes especialidades, lo cual suponía para nosotros una responsabilidad añadida. Sin

embargo, esta circunstancia hizo que, a partir de sus conocimientos, apareciera un interés manifiesto por lo que podían descubrir.
Un total de 21 personas contestaron el cuestionario sobre una media de 24 asistentes. La Figura 1 resume los resultados obtenidos en respuesta a las tres primeras cuestiones planteadas. Como puede observarse (Fig. 1A), el 100% de las personas que rellenaron el formulario estaban de acuerdo con que las historias supusieron un facilitador de aprendizaje, y de ellas un 71% estaba incluso totalmente de acuerdo. Un mayor porcentaje, el 76%, consideró estar totalmente de acuerdo con que las historias ayudaban a la comprensión de los contenidos (Fig. 1B) y el 24% restante estaba de acuerdo. Finalmente, el porcentaje más elevado de personas totalmente de acuerdo, un 86%, se obtuvo al responder a la cuestión de si las historias leídas en el seminario habían sido pertinentes con respecto a los temas tratados (Fig. 1C).

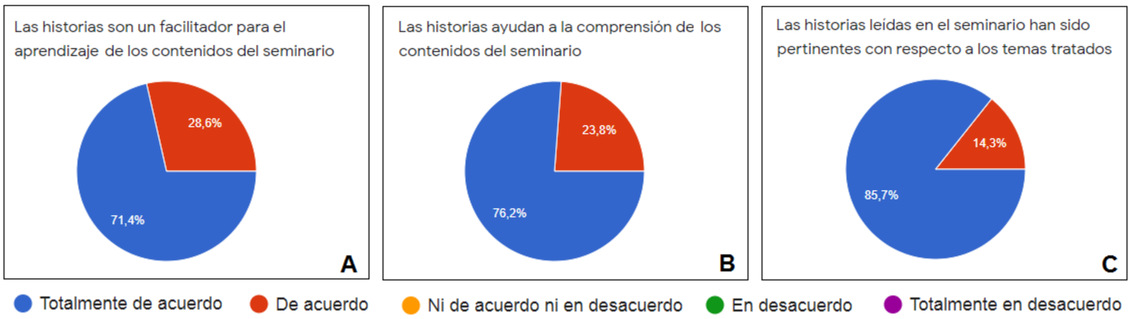


Figura 1: Respuestas de los participantes a las preguntas con escala de Likert.

Las Figura 2 muestra la distribución de las respuestas en relación a la relevancia de las historias en el desarrollo del seminario. La nota media obtenida fue de un 8.6.

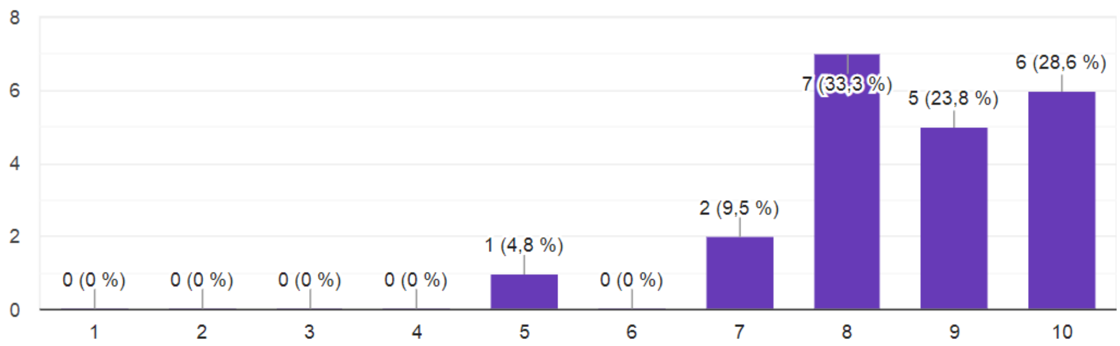


Figura 2: Respuestas de los participantes a la pregunta sobre la relevancia de las historias con el desarrollo del seminario.

Los comentarios de respuesta abierta de los participantes refuerzan estos resultados y además mencionan otras características a subrayar en las historias como la transversalidad o la creación de un clima de aprendizaje más distendido. Algunos de estos comentarios fueron:

“Considero que las historias aportan en el aprendizaje de las matemáticas, no solo una ayuda para comprenderlas, también para retener mejor los conceptos relacionados con ellas. Además rompen con los estereotipos de unas matemáticas demasiado serías, aburridas y rígidas.”

“Las historias son muy adecuadas, entrelazando la vida cotidiana con la interpretación de las matemáticas.”

DISCUSIÓN

Desde “los cuentos que nos contaron” cuando éramos niños, o niñas, y que escuchábamos embelesados alimentando nuestra imaginación, hasta las historias de adultos que recogen esa tradición de contar lo que nos pasa, la narrativa siempre supone un amasijo de ideas, metáforas, propuestas, ejemplos, situaciones, hilvanadas todas por un hilo conductor que permite su comprensión, su implicación, y multiplica los efectos. Todo ello porque cada uno se mete en ese relato, lo completa, lo personaliza, lo vive y, mezclando las diferentes ideas, aprende. Los resultados de la experiencia muestran que los participantes del seminario consideran que las historias no solo han sido un facilitador del aprendizaje, sino que además ayudan a la comprensión de los contenidos del seminario.

Nosotros hemos querido crear nuestros propios textos porque nuestra intención era homogeneizar la caligrafía de los relatos con el tono general de las exposiciones; sin que, en ningún, caso aparecieran como un añadido forzado. Era un riesgo que decidimos correr. De los resultados hemos deducido que ha habido acierto en la redacción de las historias porque los participantes las han considerado muy pertinentes con el contenido del seminario y de hecho, les dan una relevancia muy elevada en el desarrollo del seminario. Dotar a estas historias de un contenido transversal también ha sido bien acogido. Sin embargo, podríamos haber utilizado materiales que otros autores con acierto han creado. Para ello, existen muchos recursos y en diferentes formatos, que cubren todos los niveles de enseñanza. Algunos ejemplos: Cuentos con cuentas, de Miguel de Guzman [8], un libro de cuentos orientados a un público infantil; Cuentos y Matemáticas para estudiantes de secundaria, que además de cuentos incluye orientaciones didácticas [9]; los diversos cuentos para estudiantes de Bachiller y Grado que se pueden encontrar en las webs de Aula de Pensamiento Matemático [10], el Aula Abierta de Matemáticas [11], o en el blog matemático de Luis Miguel Iglesias Albarrán [12]. También existen novelas como La fórmula preferida del profesor [13], El curioso incidente del perro a media noche [14], o El teorema del loro [14], entre otros muchos; incluso películas como *Ramanujan. El hombre que conocía el infinito* o *Flatland*.

La frase “érase una vez” supone un aldabonazo en una clase. Es el principio, y anuncia lo inesperado. Es abrir una puerta enorme, que a su vez abre otras que dan paso a todos los conocimientos que están detrás. Y ese préstamo que supone decir: prestadme atención, se convierte en una donación voluntaria e interesada, en el mejor sentido de la palabra. Al fin y al cabo, una de las ventajas

que subraya el storytelling es la captación de la atención por parte del alumnado. Y otra, como han subrayado los participantes del seminario, la creación de un clima muy particular.
Por otra parte, la narrativa puede incorporar otro gran instrumento docente: el juego. Y nos referimos especialmente al juego de palabras, cuando la traviesa j atraviesa la palabra fuego y la convierte en juego, o cuando la g hace de las suyas y hace del tráfico un gráfico. O más aun, cuando el doble sentido (un concepto matemático multiplicador) amplía el significado de un párrafo y agudiza los sentidos (los hace dobles) estimulando la inteligencia. Al fin y al cabo, la palabra, con todo su potencial, es el centro del universo docente.

CONCLUSIÓN

La conclusión nos parece clara. Una materia, aparentemente áspera y dificultosa, puede transformarse en un conocimiento atractivo y expandido si adoptamos la metodología adecuada y nos acercamos al alumnado utilizando la narrativa y el debate, las historias adecuadas y su desmenuzamiento. Todo ello sin perder ni un ápice de rigor o de esencia de la propia disciplina. No se trata de dulcificar el aprendizaje, sino de acercarlo y, con este objetivo, contar historias sigue siendo un recurso tan válido en la docencia con niños como con adultos.

Para nosotros ha sido una experiencia muy gratificante y clarificadora. La abstracción, la transversalidad, la capacidad de interpretar el mundo desde otros puntos de vista, el análisis, y el valor del razonamiento, han aflorado para convertirse en instrumentos poderosos del aprendizaje. Nosotros mismos, con esta experiencia, hemos descubierto también la riqueza de preparar los textos y trabajar la materia desde otras perspectivas, y el efecto expansivo que producen cuando se exponen al debate.

REFERENCIAS

[1] Duveskog, M., Tedre, M., Islas, C., & Sutinen, E. Life Planning by Digital Storytelling in a Primary School in Rural Tanzania. Educational Technology & Society, 15(4), 225–237 (2012).
[2] Tolisano, S R. (2009). How-to-guide: digital Storytelling, Tools for Educators (web log comment): < http://langwitches.org/blog/wp-content/uploads/2009/12/Digital-Storytelling-Guide-by-Silvia-Rosenthal-Tolisano.pdf> [consulta febrero de 2021]
[3] Toor, A., Mgombelo, J. Teaching mathematics through storytelling: Engaging the 'being' of a student in mathematics. CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Charles University in Prague, Prague, Czech Republic. pp. 3276-3282. hal-01289881 (2015).
[4] Goral, M., Meyers, C. Using storytelling to teach mathematics concepts. Australian Primary Mathematics Classroom, 11(1), 4-. (2006).
[5] Ochoviet, C., Schaffel V. La narración oral de cuentos y la lectura literaria en el aula de matemáticas. Campus Ediciones. 2017.
[6] Harding A. Storytelling for Tertiary Mathematics Students (2017). In: Kaiser G.,

Forgasz H., Graven M., Kuzniak A., Simmt E., Xu B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_12
[7] Homolka, R., & Stephens, G.A Triple Play: Mathematics, Baseball, And Storytelling. 2010 Annual Conference & Exposition, Louisville, Kentucky. 10.18260/1-2—16859
[8] De Guzmán, M. Cuentos con cuentas. Nivola libros y Ediciones S. L. 2016.
[9] Martín Corujo, J. A. Cuentos y matemáticas. Edición: Dirección general de ordenación e innovación educativa de la consejería de educación, cultura y deportes del gobierno de Canarias. Canarias, 2000.
[10] Aula de Pensamiento Matemático. <http://www2.innovacioneducativa.upm.es /pensamientomatematico/node/215> [consulta marzo de 2021].
[11] Aula Abierta de Matemáticas. <https://matematicasiesoja.wordpress.com/> [Consulta marzo de 2021].
[12] MatemáTICas: 1,1,2,3,5,8,13… Blog matemático del Luis Miguel Iglesias Albarrán. <https://matematicas11235813.luismiglesias.es/> [consulta mayo de 2021].
[13] Ogawa, Y. La fórmula preferida del profesor. Editorial Funambulista. 2003.
[14] Haddon, M. El curioso incidente del perro a media noche. Salamandra editorial. 2004.
[15] Guedj, D. El teorema del loro: novela para aprender matemáticas. Anagrama editorial. 2002.

Una experiencia matemática en la red social *TikTok*

Alejandra Herranz Castejón[1], Julio José Moyano Fernández[2]

[1] Universitat Jaume I, Avgda. Sos Baynat s/n, 12070 Castelló de la Plana (Castellón), Spain, al339514@uji.es
[2] Departament de Matemàtiques, Universitat Jaume I, Avgda. Sos Baynat s/n, 12071 Castelló de la Plana (Castellón), Spain, moyano@uji.es

An experience on Mathematics in the social network *TikTok*

RESUMEN

El presente trabajo tiene como propósito compartir los objetivos, la metodología y la estrategia comunicativa de un canal de matemáticas en la red social *TikTok* dirigido a fomentar la divulgación de las matemáticas, en sus conceptos e ideas, tanto entre el estudiantado de niveles preuniversitarios y universitarios como entre un público general.

Palabras clave: red social, matemáticas, aprendizaje en red, divulgación.

ABSTRACT

The aim of this work is to share the objectives, methodology, and communication strategy of the experience of a profile oriented to mathematical learning in the social network *TikTok*. This is thought as a form of popularization of concepts and ideas in Mathematics among pupils and students, as well as among a general audience.

Keywords: social network, mathematics, online learning, popularization.

INTRODUCCIÓN

La complejidad creciente del mundo en que vivimos, mucho más interconectado y demandante de la inmediatez que en el pasado, se encuentra con un sistema educativo que, si bien ha dado respuesta satisfactoria a los problemas precedentes, no termina de acomodarse a las necesidades del presente. Dado que la educación es, por su propia naturaleza, un asunto que concierne al futuro mucho más que al tiempo pretérito, son necesarias reflexiones y debates que ayuden a aunar puntos de vista entre los diversos elementos educativos en aras de una acción conjunta que permita dar solución a los problemas que la contemporaneidad plantea: el sistema educativo no puede, ni debe, sustraerse a las demandas sociales, puesto que es la misma sociedad la razón de ser de la existencia de un sistema educativo.

Cualquier cambio de paradigma comporta una resistencia inherente explicada muchas veces por una confusa alusión a la autoridad de la tradición, cuando las más de las veces lo que se oculta tras inapelable invocación es la inercia de la costumbre heredada y el acomodo que ofrece la seguridad de lo conocido. Sin embargo, el propio hacer de la ciencia nos enseña en su historia que, a la larga, es ciertamente vana ilusión oponerse a los cambios radicales que el signo de los tiempos va insertando; es pertinente recordar aquí el análisis de las revoluciones científicas debido a Thomas Kuhn y su «inercia del paradigma» [2].

Un paradigma del siglo XXI en la transmisión de la información es la generalización del uso de internet y su principal consecuencia: el acceso a una cantidad ingente de información en cualquier momento; es decir, en última instancia la aparición de lo que se ha dado en llamar el *big data*. Ello hace que los sistemas educativos de aprendizaje basados en la memorización, por más que hayan resultado útiles en el pasado, queden obsoletos y hayan de ser substituidos por habilidades nuevas: por ejemplo, la búsqueda de técnicas que faciliten el acceso a la información requerida en un tiempo razonable. Parece que se impone como problema nuevo a resolver, por tanto, el cribado de información, esto es, la selección, la priorización y el desecho de datos.

Ahora bien: ¿cómo incorporar el nuevo paradigma en la vieja escuela? La dificultad intrínseca de la educación se hace más patente aún, si cabe, en este tiempo de encrucijada: como ya señalaba por ejemplo Hannah Arendt [1], se trata de asimilar el hecho de que un educando ha de ser instruido por personas que pertenecen al mundo al que el educando ha llegado y, por lo tanto, le transmiten sus propias ideas que son, por definición, parte del pasado más que parte del futuro que el actual educando va a contribuir a construir. ¿Cómo hacer que el profesorado, educado en el mundo de ayer, adapte sus enseñanzas para el mundo del mañana? ¿Cómo hacer que el alumnado comprenda las dificultades que el profesorado encuentra? ¿Cómo explicar a la sociedad que el sistema educativo no se reduce a un mecanismo controlable en instantes, como si de un termostato se tratara? No es fácil, y no creemos que los cambios profundos puedan ver sus frutos en una generación, por más que los problemas sean acuciantes. Pero la dificultad no es excusa para la parálisis y, a nuestro parecer, se habrían de dar pasos, analizar estrategias y probar métodos que contribuyan a una reconciliación entre lo que se espera y de lo que se dispone. Los autores ya hemos advertido de ciertas precauciones que convendría tener en consideración, y de ciertas actitudes que podrían resultar contraproducentes, como la sistematización del cambio por el mero cambio, sin atender a las circunstancias que lo generan [4],[5]. Y muchos educadores han descrito las amenazas que, a su juicio, acechan, lo que parece confirmar lo inevitable del cambio [3],[7]. Es, por lo tanto, muy pertinente el debate en el espacio público sobre la cuestión educativa.

Con el ánimo tanto de participar en (y animar a) este debate deseable, como de implementar una modesta contribución que pudiera conectar los sistemas clásico y emergente, los autores de esta comunicación nos planteamos crear un canal de comunicación con el alumnado en particular, y con la sociedad en general, dentro del paradigma comunicativo aludido anteriormente, es decir, internet. El medio específico elegido es la red social *TikTok* por dos motivos fundamentalmente:

(i) Es la red social más extendida entre los jóvenes y cuya *app* fue la más descargada en 2020 en España.
(ii) Se basa esencialmente en la grabación de vídeos que se pueden realizar con el propio dispositivo al que está asociada la *app*, normalmente un teléfono móvil.

No obstante, existen algunas contrapartidas a la elección de esta red social:

(i) Estaba ligada fundamentalmente a contenido lúdico.
(ii) Se consideraba una especie de reserva inexpugnable para los adolescentes, por lo que no se consideraba socialmente aceptable las incursiones de otros colectivos.
(iii) Los vídeos que se prefieren ver tienen una duración máxima de un minuto (aunque la plataforma admite vídeos de mayor duración).
(iv) *TikTok* no es excesivamente claro con sus algoritmos de priorización de vídeos subidos (lo que hace en última instancia que los vídeos en cuestión sean vistos por más o menos personas).

Los primeros dos problemas se han solventado con la propia evolución de la red social: los contenidos se han diversificado y los *influencers* y marcas, así como personajes famosos han creado perfiles en *TikTok* que han ido atrayendo a todo tipo de usuarios. El cuarto de los problemas permanece sin resolver, y el tercero condiciona decisivamente el uso que nuestro canal hace de esta red social, cf. [6].

En estas notas se pretende describir este proyecto, indicando los objetivos, la metodología y la estrategia mantenida. Se incluirán algunos ejemplos del canal como experiencias paradigmáticas. Dada la novedad de la red social y, más particularmente, de nuestro canal, algunas de las observaciones que se realicen habrán de ser tenidas en cuenta como meras percepciones. Se confía en que la compartición de esta experiencia pueda ayudar a otras personas involucradas de diversas maneras en el mundo educativo a enfrentarse con el reto del cambio de paradigma que ya está operativo. Este es, en definitiva, el objetivo primordial perseguido con la escritura de estas líneas.

ESTRATEGIA DE COMUNICACIÓN

Todo canal en una red social orientado a la presentación de unos contenidos ha de tener una estrategia comunicativa que le permita atraer de forma efectiva el interés de usuarios. El canal de *TikTok* que estamos tratando va dirigido tanto al fomento de la curiosidad científica como a la solución de potenciales preguntas específicas relacionadas con las matemáticas que pueden tener los seguidores. En este sentido, se diseñan cinco líneas de estrategia:

1) Curso cero: explicación de fundamentos matemáticos (definición de número primo, reglas de proporcionalidad, teoremas clásicos de geometría…).
2) Curiosidades: comportamientos matemáticos que puedan causar extrañeza o perplejidad a los oyentes (relacionados con la probabilidad, la estadística, la matemática aplicada…).
3) Historia y filosofía: aspectos histórico-filosóficos relacionados con las matemáticas que puedan ser de interés general (biografías, la visión griega de las matemáticas, sistemas de numeración…).
4) Pregunta al profesor: aspectos de la carrera académica del profesor, más personales, que hagan un canal más humano y, por tanto, atraigan la atención.
5) Curso avanzado: aspectos que muestren las dificultades propias de las matemáticas (qué es una serie, conjeturas famosas…).

El canal se llama *jj.matemáticas*, y hace relación explícita al tipo de contenidos que ofrece, así como al nombre del comunicador-imagen del canal (*jj* son las iniciales de su nombre de pila). La inclusión de este elemento personalista pretender dar una visión más «humanizada» de las matemáticas, al asociarlas con una persona concreta.

OBJETIVOS

Más allá de los errores procedimentales y conceptuales, en el trato con el estudiantado recién llegado a la universidad se observan dos carencias:

- Dificultades de entendimiento y expresión de lenguaje, tanto matemático como no matemático. Por ejemplo, se han detectado dificultades para diferenciar la expresión «la base» de «una base» en el contexto de espacios vectoriales que tan importante resulta como reflejo de la unicidad. También es uno de los problemas fundamentales la distinción entre una letra, digamos x, usada como tal, y utilizada como medio de representación de un objeto matemático: es un hecho contrastado una y otra vez en el aula que parte del alumnado no comprende una igualdad del tipo «$x=y$» como la que puede salir en la definición de aplicación inyectiva.

- Dificultad para la emulación de técnicas de resolución de problemas que trasciendan los procedimientos meramente algorítmicos. Salvar esta dificultad es ciertamente complicado, pues es la pregunta que anida radicalmente en el concepto de creatividad.

Por otro lado, en la sociedad se percibe, a grandes rasgos, un rechazo a lo matemático en particular (y a lo científico-técnico en general) como parte integrante de una cultura general.

METODOLOGÍA

Para tratar de entender el origen de estos hechos, así como pulsar en un público general potenciales intentos de subsanación de tales carencias, los autores de este trabajo decidimos crear un canal en la red social *TikTok* (elección justificada anteriormente) basado en la visualización de vídeos cortos con contenidos tanto académicos como divulgativos. Al no ser (ni pretenderlo) una clase al uso, no se puede hablar de lección magistral, aunque a veces se privilegie el uso de la oralidad para la comunicación; en otras ocasiones es la imagen lo que prima. Consideramos importantes las tres características siguientes:

- Referencia personal: que el canal esté asociado a una persona, a quien se puedan formular preguntas y con quien se pueda establecer una comunicación.
- Simplicidad: dada la estructura de la red social, los contenidos expuestos (o muchos de ellos, al menos) han de ser sencillos tanto en su extensión como en su explicación. Ello no ha de ser óbice para dejar clara la intrínseca dificultad de las matemáticas.
- Plasticidad: las explicaciones se apoyan, más allá de las palabras, en componentes hechos a mano, o en sencillos esquemas realizados en una pizarra. La cercanía que da lo *hecho a mano* es una invitación a intentarlo por uno mismo, creemos. A veces, las grandes exposiciones efectuadas con impresionantes imágenes realizadas con ayuda de un ordenador son impactantes, pero imponen una barrera mental imaginaria entre comunicador y receptor, al considerarlo este demasiado alejado de su potencial de acción.

Algunas de las contribuciones son puramente visuales y se complementan con música popular entre los y las jóvenes, en aras de una mayor difusión.

RESULTADOS

El canal publicó su primer vídeo el 17 de marzo de 2021. Desde entonces, hasta el 15 de julio de 2021 son 62 los vídeos publicados. La repercusión de un vídeo se puede medir a partir del número de visualizaciones que ha recibido. En este sentido hay 7 que poseen más de 75000, a saber:

(i) 1800000 visualizaciones: el famoso algoritmo de multiplicación visual llamado muchas veces japonés.
(ii) 670000 visualizaciones: un experimento con el principio de los vasos comunicantes.
(iii) 119000 visualizaciones: sistema de numeración romano y un algoritmo de la suma en ese sistema.
(iv) 105000 visualizaciones: ¿por qué no hay premio Nobel de matemáticas?
(v) 97200 visualizaciones: suma de la serie 1/2 + 1/4 + 1/8 + …
(vi) 85800 visualizaciones: un problema de sumar y restar un mismo porcentaje a cierta cantidad.
(vii) 76300 visualizaciones: enumeración de las ramas de las matemáticas.

El impacto de estos números es relativo, y de momento no podemos comparar las cifras con canales en español dirigidos al mismo tipo de público, debido a su inexistencia. Por dar una idea del alcance del canal, este posee a fecha de 15 de julio de 2021 un total de 10402 seguidores. Cada vídeo posee un sistema que registra si un usuario o una usuaria ha manifestado que el vídeo le gusta: en total se suman 239200 «me gustan».

CONCLUSIONES

Aunque el presente análisis no es un trabajo estrictamente académico, se pueden extraer algunas conclusiones de utilidad en el aula o en futuras actividades de similares características a partir de la observación de estos primeros meses de vida del canal en la red social *TikTok*:

1. El usuario o la usuaria media no tiene una preferencia por las matemáticas, pero tampoco una predisposición en contra, de forma que el reto de encontrar un tema que le interese en un formato que le atraiga puede suscitar un interés latente o apagado por una falsa concepción de lo que las matemáticas son u ofrecen.
2. Existe un interés por saber la utilidad práctica de las matemáticas que los matemáticos y las matemáticas tienen que ser capaces de explicar, tanto a nivel técnico (en la labor docente) como divulgativo.
3. El lenguaje excesivamente técnico supone una barrera comunicativa que se ha de superar de dos maneras distintas, dependiendo de a quién vayan dirigidas nuestras explicaciones: o bien simplificando el formalismo si se está divulgando, o bien explicando primero el formalismo si estamos ejerciendo nuestra labor docente.
4. El desconocimiento de la ciencia lleva al escepticismo y a las falsas

creencias, por un lado, o a una postura de admiración o mistificación de la ciencia por el otro lado, que en nada convienen al buen hacer de la ciencia. Explicar a la sociedad los logros y los límites de la ciencia ayuda en este sentido.

5. La diferencia de mentalidad entre las generaciones jóvenes y las no tan jóvenes que se manifiesta de manera natural en el aula puede ser salvada por un acercamiento del docente al mundo del estudiante en el contexto de las redes sociales. Entender las circunstancias que rodean al estudiantado puede traducirse en un mejor conocimiento de las condiciones reales en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje y, por tanto, en una mejora de las prácticas docentes que revierta en un aprendizaje más sólido.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado en el marco de la financiación concedida en virtud del Proyecto de Innovación Educativa (tipo B) nº 3955, año 2021, dentro del Grupo de Innovación Educativa IEALYGEO de la Universitat Jaume I de Castelló.

REFERENCIAS

[1] Arendt, H. La condición humana. *Paidós, Barcelona, 2017.*

[2] Kuhn, Th. S. La estructura de las revoluciones científicas. *Fondo de Cultura Económica, México, 2014.*

[3] Luri Medrano, G. La escuela no es un parque de atracciones. *Ariel, Barcelona, 2020.*

[4] Herranz Castejón, A., Moyano-Fernández, J.J. Creatividad y crítica en la enseñanza de las matemáticas. En «VV. AA.: Actas del congreso virtual: Avances en tecnologías, innovación, y desafíos de la educación superior-ATIDES 2018» (pp. 245-256). Castellón de la Plana, Publicacions de la Universitat Jaume I, Serie Innovació educativa 19, 2018. ISBN 978-84-17429-54-6.

[5] Herranz Castejón, A., Moyano-Fernández, J.J. Reflexiones sobre la innovación educativa. En «VV. AA.: Actas del congreso virtual: Avances en tecnologías, innovación, y desafíos de la educación superior-ATIDES 2020» (pp. 293-304). Castellón de la Plana, Publicacions de la Universitat Jaume I, Serie Innovació educativa 24, 2018. ISBN 978-84-18432-34-7.

[6] Martínez, F. El libro de TikTok. *Social Business, Anaya, Madrid, 2021.*

[7] Navarra, A. Devaluación continua. *Tusquets, Barcelona, 2019.*

Uso del Sistema Tutorial Inteligente HINTS en la formación matemática de las maestras y maestros de infantil de la Universitat de València

Pascual D. Diago[1], Ismael Cabero-Fayos[2], José Antonio González-Calero[3], David Arnau[1], Yuyan Wu[1] y Miguel Arevalillo-Herráez[1]

[1] ***Universitat de València, e-mail: Pascual.Diago@uv.es***
[2] ***Universitat Jaume I de Castelló***
[3] ***Universidad de Castilla-La Mancha***

Use of the Intelligent Tutorial System HINTS in the mathematical training of Early Childhood teachers at the Universitat de València

RESUMEN

En esta comunicación se presenta una propuesta de innovación docente basada en el uso del sistema tutorial inteligente HINTS. El objetivo es mostrar cómo HINTS puede ser considerado como instrumento metodológico original para el autoaprendizaje y el análisis crítico en relación a los contenidos propios de la didáctica de la resolución de problemas. Se presenta un caso particular llevado a cabo durante el curso 20/21 con las alumnas y alumnos de la asignatura de Didáctica de las Matemáticas de la Educación Infantil (Facultat de Magisteri de la Universitat de València). A partir de esta experiencia podemos concluir que el uso docente de HINTS permite establecer mecanismos para la mejora de la competencia de las futuras maestras y maestros a la hora de articular su instrucción de la resolución aritmética de problemas verbales mediante el uso de los nombres de las cantidades y no sobre su valor numérico.

Palabras clave: Sistema Tutorial Inteligente, Formación de Maestros, Resolución de problemas, Problemas verbales

ABSTRACT

This communication presents a proposal for teaching innovation based on the use of the Intelligent Tutorial System HINTS. The objective is to show how HINTS can be considered as an original methodological instrument for self-learning and critical analysis in relation to the contents of the didactics of problem solving. A particular case carried out during the 20/21 academic year with the students of the subject of Didactics of Mathematics in Early Childhood Education (Facultat de Magisteri of the Universitat de València) is presented. From this experience we can conclude that the teaching use of HINTS allows establishing mechanisms to improve the competence of future teachers when it comes to articulating

their instruction in the arithmetic resolution of verbal problems through the use of the names of quantities and not on its numerical value.

Keywords: Intelligent Tutorial System, Teacher Training, Problem Solving, Word Problems

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas verbales aritmético-algebraicos es considerada, tradicionalmente, una de las mayores debilidades del conocimiento de los maestros y maestras en formación [1]. Numerosos estudios han puesto de manifiesto la existencia de una relación entre la competencia en la resolución de problemas verbales y la comprensión lectora [2].

Esta propuesta de innovación forma parte de un proyecto de investigación que pretende determinar el potencial del sistema tutorial inteligente (STI) HINTS (*Hypergraph based INtelligent Tutoring System*, Figura 1) [3, 4] como una herramienta heurística que combina una instrucción explícita de contenidos de la didáctica de la matemática con una instrucción implícita, y por lo tanto apartada de los contenidos y cánones de niveles educativos inferiores, de los contenidos matemáticos. De esta manera se pretende evitar el rechazo asociado a situaciones matemáticas ya presentadas en niveles educativos anteriores [5]. Concretamente en este trabajo nos proponemos dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

(PI) ¿Una intervención basada en tres sesiones de trabajo con HINTS permite mejorar la competencia de los futuros maestros y maestras en resolución aritmética de problemas verbales?

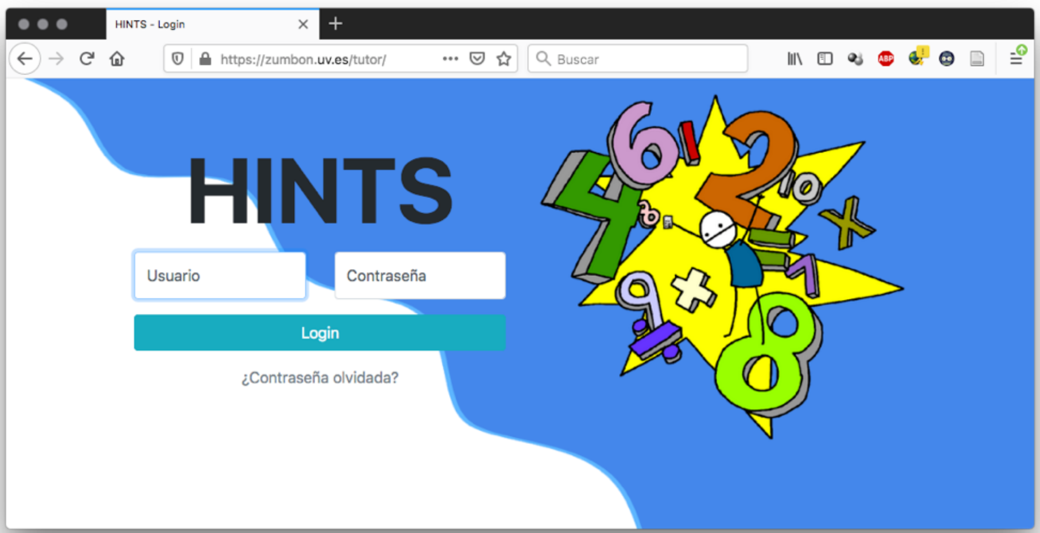


Figura 1: Página principal de HINTS

Para responder al objetivo anterior hemos llevado a cabo un montaje experimental durante el curso académico 20/21. Los participantes fueron 70 estudiantes del último curso del Grado en Maestro/Maestra de Educación Infantil de la Universitat de València. La intervención estuvo orientada a la resolución de problemas con el STI HINTS. El grupo de control hizo uso de una versión en la que el sistema proporcionaba los valores numéricos de las cantidades, mientras que para el grupo experimental se presentaron los nombres de las cantidades. En esta comunicación presentamos los resultados asociados a la instrucción implícita de contenidos matemáticos. Como describiremos, la comparativa de cuestionarios pre- y post-intervención permitirá dar respuesta a la pregunta de investigación formulada.

El uso de entornos tecnológicos en resolución de problemas

La investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas, y en especial de la resolución de problemas, se ha beneficiado en los últimos años del fuerte desarrollo tecnológico [6]. En especial, podemos discernir dos claros enfoques en la manera en la que estos sistemas tecnológicos han tomado el papel del profesor: i) tutorizando el proceso de resolución del problema; y ii) generando secuencias de problemas adaptados a las características del resolutor. Bajo este último enfoque incluiríamos los sistemas tutoriales inteligentes. Los STIs son capaces tanto de supervisar las vías de resolución tomadas por el resolutor, como de ofrecer ayudas a demanda durante el proceso de resolución. Como ejemplos de estos sistemas aplicados a la resolución de problemas podemos nombrar a AnimalWatch [7], ANIMATE [8], HERON [9], HINTS [10], MathCAL [11] o Ms. Lindquist [12].

La competencia en resolución de problemas en la formación de maestros y maestras

Con el objetivo de “obtener un conocimiento útil para la formulación de políticas de contratación y formación de una nueva generación de profesorado con capacidad para enseñar de manera eficaz las matemáticas escolares” se llevó a cabo entre los años 2006 y 2012 el *Teacher and Education Development Study in Mathematics* (TEDS-M) [13]. Diecisiete países participaron en este estudio, siendo España uno de ellos. Nuestro país únicamente participó en el subestudio dirigido a evaluar la formación inicial del profesorado de primaria. En especial, uno de los centros que participó en este subestudio fue la antigua Escola Universitària de Magisteri “Ausiàs March” (actualmente Facultat de Magisteri) de la Universitat de València. A nivel español los resultados situaron a España en el penúltimo nivel de su grupo (la última posición la ocupó Filipinas) tanto en conocimiento matemático como en conocimiento de la didáctica de la matemática.

Estudios posteriores han seguido mostrando indicadores similares, como es el caso de [14], en el que se concluye que de un grupo de 174 futuros maestros y maestras españoles un tercio de los participantes no alcanza la competencia matemática de sexto de primaria; y que existe una fuerte correlación negativa entre actitud hacia las matemáticas y ansiedad matemática. Como se señala en el estudio de Socas [5], el origen de estas relaciones podría ser la consecuencia de un rechazo desarrollado en etapas educativas anteriores. De hecho, la importancia del problema puede ser aumentada por el hecho de que en España el acceso a las titulaciones de magisterio no exige haber cursado matemáticas en bachillerato. Lo anterior provoca una importante hetereogeneidad (una parte de los estudiantes han sido formados en matemáticas en bachiller y otra no) en los grupos de futuros maestros y maestras de primaria e infantil donde el profesorado universitario debemos impartir asignaturas ligadas al contenido matemático y al contenido de la didáctica de la matemática.

METODOLOGÍA

Bajo estas premisas, durante el curso 20/21 hemos planteado un diseño cuasi-experimental en el que se ha pretendido evaluar el potencial de una secuencia de enseñanza sobre resolución aritmética de problemas verbales mediante HINTS. En este diseño se ha contado con un grupo experimental y un grupo control. En la condición experimental, el alumnado debía resolver los problemas utilizando exclusivamente los nombres de las cantidades, mientras que en el grupo de control la resolución se articulaba a partir de los valores numéricos de las cantidades.

Participantes

Los sujetos participantes fueron 70 estudiantes de último curso del Grado de Maestro/Maestra en Educación Infantil del curso académico 20/21 de la Universitat de València. Los participantes fueron divididos en un grupo experimental y uno de control, formados por la misma cantidad de estudiantes.

Instrumento de recogida de datos

Con el fin de responder a la pregunta de investigación planteada, se diseñó un cuestionario (cuestionario Pre) formado por 9 problemas verbales con al menos una lectura aritmética asociada. A partir de este primer cuestionario se diseñó un cuestionario Post formado igualmente por 9 problemas que tenían la característica de ser estructuralmente isomorfos [15] a los del cuestionario Pre (i.e., misma estructura matemática pero distinta superficie, ver Tabla 1).

Tabla 1: Ejemplo de dos problemas isomorfos utilizados en los cuestionarios pre y post con la misma estructura semántica compuesta por dos etapas (combinación e isomorfismo de medidas).

Problema	*Enunciado*
P1-Pre	En un club de tenis tienen dos carros con 105 y 287 pelotas, respectivamente. Las van a poner en botes de 7 pelotas para utilizarlas en un torneo. ¿Cuántos botes serán necesarios?
P1-Post	Disponemos de dos contenedores con 396 y 117 kg de patatas, respectivamente. Para su venta, deben envasarse en bolsas que contengan 9 kg. ¿Cuántas bolsas serán necesarias?

Procedimiento

La principal ventaja del uso de HINTS con respecto a la resolución tradicional de lápiz y papel es que el sistema es capaz de validar la resolución de un problema aritmético-algebraico en cada paso. Así, en el entorno HINTS los y las usuarias introducen las operaciones aritméticas que constituyen una solución y el propio sistema les indica la validez o no de las mismas. La introducción de las operaciones se realiza usando una botonera (ver Figura 2) en la que desde un principio aparecen las cantidades conocidas. A medida que se determina el valor de las cantidades desconocidas, el sistema crea nuevos botones para hacer posible se uso. De este modo, el uso de HINTS insta a los y las estudiantes a centrarse en la identificación del esquema conceptual de las operaciones matemáticas asociadas en cada paso de la resolución del problema, desligándolas del cálculo, que el propio sistema se encarga de realizar.

Figura 2: Ejemplo de problema aritmético planteado en HINTS

La intervención con HINTS se diseñó con una duración de 3 semanas, con una sesión por semana en la que los y las estudiantes trabajaban de forma autónoma con el STI durante menos de una hora resolviendo 8 problemas. Como ya se ha especificado, el grupo de control utilizó una versión de HINTS en la que se mostraban los valores de las cantidades en los botones, mientras que en el grupo experimental se presentaban los nombres de las cantidades (ver Figura 3). Con una semana de anterioridad y posterioridad a la intervención se administraron los cuestionarios pre y post, respectivamente.

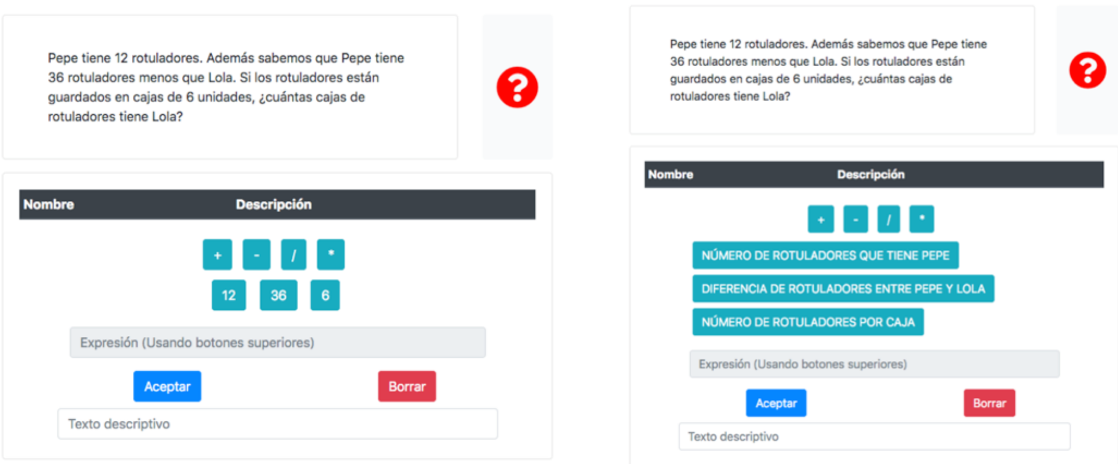


Figura 3: Dos configuraciones de HINTS, las cantidades se describen con "números" (izquierda) o con "palabras" (derecha)

RESULTADOS

Los resultados que mostramos en esta comunicación son preliminares y solo hacen referencia a los valores medios obtenidos en las puntuaciones de los cuestionarios pre y post, que fueron corregidos y codificados de forma binaria, y que se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2: Resultados de las puntuaciones medias (desviación típica) de los cuestionarios pre y post.

CONTROL		***EXPERIMENTAL***	
Pre	***Post***	***Pre***	***Post***
5.39 (2.46)	6.35 (1.85)	4.82 (2.00)	6.00 (1.93)

A partir de estos resultados observamos que, pese a partir de que ambos grupos partieron de un nivel inicial diferente, ambos grupos mejoran sus habilidades en resolución de problemas de matemáticas. En concreto, el grupo que resolvió los problemas usando los nombres de las cantidades (experimental) obtuvo un mayor incremento que el grupo de control.

CONCLUSIONES

Respondiendo a la pregunta de investigación formulada (PI), podemos afirmar que el uso docente de HINTS ha permitido mejorar la competencia de los futuros maestros y maestras en resolución de problemas.

En particular, la separación en grupo control y experimental nos ha permitido observar que el grupo que ha trabajado con HINTS utilizando el nombre de las cantidades (experimental) ha obtenido una mayor competencia en resolución de problemas que el grupo que ha trabajado con HINTS utilizando exclusivamente las cantidades (control). Pese a que es necesario realizar más estudios de campo que confirmen esta tendencia, la diferencia a favor del grupo experimental podría ser debida a que el uso de los nombres de las cantidades, y no de su valor numérico, durante la resolución de un problema potencia la evocación de esquemas conceptuales asociados a la semántica del problema. Es decir, desencadena procesos de lectura comprensiva desde los que se puede perfilar, de manera más precisa, los modelos de situación asociados al contexto descrito en el enunciado. No obstante a pesar de los resultados mostrados aquí, no podemos dejar de mencionar el carácter exploratorio de este trabajo como una de las principales limitaciones. Dado que no se ha controlado el nivel inicial de competencia, no se han podido realizar contrastes de hipótesis más robustos. Se espera en los próximos cursos aumentar la muestra y realizar nuevos análisis derivados de este experimento exploratorio.

La línea de acción futura de este propuesta de innovación/investigación va encaminada a implementar el uso de HINTS en la docencia de los Grados en Maestro/Maestra en Educación Infantil y Primaria de la Universitat de València como una herramienta docente más. Esta acción permitirá que los y las egresadas se beneficien de acciones metodológicas innovadoras en las asignaturas relacionadas con la didáctica de las matemáticas, a la vez que mejorarán su formación como maestros y maestras tanto en contenido didáctico orientado a la educación matemática escolar como en contenido matemático.

Agradecimientos: Investigación realizada al amparo de los proyectos de investigación PGC2018-096463-B-I00 y SBPLY/19/180501/000278; y del proyecto de innovación docente UV-SFPIE_PID20-1351257.

REFERENCIAS

[1] Taplin, M. Preservice teachers' problem-solving processes. *Mathematics Education Research Journal*, 10 (3), 59–75 (1998).

[2] Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. E. The association between mathematical word problems and reading comprehension *Educational Psychology*, 28(4), 409–426 (2008).

[3] Arevalillo-Herráez, M., Arnau, D., & Marco-Giménez, L. Domain-specific knowledge representation and inference engine for an intelligent tutoring system. *Knowledge-Based Systems*, 49, 97–105 (2013).

[4] Arnau, D., Arevalillo-Herráez, M., Puig, L., & González-Calero, J. A. Fundamentals of the design and the operation of an intelligent tutoring system for the learning of the arithmetical and algebraic way of solving word problems. *Computers and Education*, 63, 119 – 130 (2013).

[5] Socas, M. M., Hernández, J. & Palarea, M. M. Dificultades en la resolución de problemas matemáticos para profesores de educación primaria y secundaria. *En J. L. González, J. A. Fernández-Plaza, E. Castro-Rodríguez, M. T. Sánchez-Compaña, C. Fernández, J. L. Lupiáñez y L. Puig (Eds.), Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebráico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* pp. 145-154 (2014).

[6] Rakes, C. R., Valentine, J. C., McGatha, M. B., & Ronau, R. N. Methods of Instructional Improvement in Algebra *Review of Educational Research*, 80 (3), 372–400 (2010).

[7] Beal, C. AnimalWatch: An intelligent tutoring system for algebra readiness. *In R. Azevedo & V. Aleven (Eds.), International Handbook of Metacognition and Learning Technologies*, pp. 337–348 (2013).

[8] Nathan, M. J. Knowledge and situational feedback in a learning environment for algebra story problem solving. *Interactive Learning Environments*, 5 (1), 135–159 (2007).

[9] Reusser, K. Tutoring systems and pedagogical theory: Representational tools for understanding, planning, and reflection in problem solving. *In Computers as Cognitive Tools*, pp. 143–177 (1993).

[10] Arnau, D., Arevalillo-Herráez, M., & González-Calero, J. A. Emulating human supervision in an intelligent tutoring system for arithmetical problem solving. *IEEE Transactions on Learning Technologies*, 7 (2), 155–164 (2014).

[11] Chang, K. E., Sung, Y. T., & Lin, S. F. Computer-assisted learning for mathematical problem solving. *Computers and Education*, 46 (2), 140–151 (2006).

[12] Heffernan, N. T., & Koedinger, K. R. Intelligent tutoring systems are missing the tutor: building a more strategic dialog-based tutor. *In C. P. Rose & R. Freedman (Eds.), Building dialogue systems for tutorial applications; papers of the 2000 AAAI fall symposium*, pp. 14–19, (2000).

[13] Instituto Nacional de Evaluación Educativa. TEDS-M. Estudio internacional sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros. Informe español. *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte* (2012).

[14] Nortes Martínez-Artero, R., & Nortes Checa, A. Competencia matemática, actitud y ansiedad hacia las Matemáticas en futuros maestros. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20 (3), 145-160 (2017).

[15] Cerdán, F. Estudios sobre la familia de problemas aritméticos-algebraicos *Tesis Doctoral* Univeristat de València (2008).

Visualizando las matemáticas en la tercera dimensión a través de Tinkercad

Lucía Rotger García[1], Juan Miguel Ribera Puchades[2]

[1] Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, Edificio CCT (Científico Tecnológico), C/ Madre de Dios, 53, 26004 Logroño (La Rioja), España, lucia.rotger@unirioja.es
[2] Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja, Edificio CCT (Científico Tecnológico), C/ Madre de Dios, 53, 26004 Logroño (La Rioja), España, juan-miguel.ribera@unirioja.es

Mathematical visualization in the third dimension through Tinkercad

RESUMEN

En esta comunicación se presenta una propuesta para modelizar matemáticamente el mundo tridimensional que nos rodea. Para ello, se muestran las posibilidades que ofrece la aplicación web gratuita de modelado tridimensional Tinkercad. Por un lado, se detallan las características de esta herramienta y, por otro lado, se presenta una propuesta de aula y otras funcionalidades de interés que esta ofrece para el profesorado de matemáticas. Con todo esto, se pretende presentar un recurso tecnológico que puede favorecer la visualización de los objetos tridimensionales y que, a la vez, puede servir de herramienta para el diseño de escenas de Realidad Aumentada o de impresiones 3D.

Palabras clave: Modelado 3D, Tinkercad, visualización.

ABSTRACT

In this communication, it is presented a proposal to mathematically modelling our three-dimensional world. With this aim, it is shown the possibilities offered by the free three-dimensional modelling web application Tinkercad. On the one hand, the characteristics of this tool are detailed, and, on the other hand, it is presented an educative proposal, and other functionalities of interest that it offers for mathematics teachers. Therewith, it is intended to present a technological resource that can foster the visualization of three-dimensional objects, and, at the same time, this can be used as a tool for the design of Augmented Reality scenes or 3D prints.

Keywords: 3D modelling, Tinkercad, visualization

INTRODUCCIÓN

Pertenecemos a un mundo físico tridimensional formado por objetos cuyas características geométricas pueden ser estudiadas matemáticamente desde diferentes áreas de esta ciencia. Para analizar estos objetos puede ser de utilidad el uso de soportes tecnológicos que vayan más allá de los documentos estáticos en PDF o en papel. Es por ello por lo que surge la necesidad de revisar las diferentes herramientas tecnológicas que nos permitan modelizar las figuras geométricas facilitando al estudiantado su análisis. En concreto, para la formación de futuros docentes, puede ser de interés mostrar diferentes alternativas que promuevan la visualización espacial más allá del popular Geogebra. Más aún cuando la visualización espacial es una de las destrezas más importantes para la resolución de problemas de geometría [1], siendo esta destreza uno de los pilares en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
Existen múltiples alternativas para el diseño de elementos tridimensionales, sin embargo, muchas de estas herramientas o bien presentan licencias de elevado coste (AutoCAD, Autodesk Fusion 360, Rhinoceros, Solidworks,…) o bien, aun siendo libres, necesitan de una formación específica en el lenguaje utilizado (OpenSCAD, FreeCAD,…); además, estas herramientas no están diseñadas para el uso docente, sino para el diseño comercial. Por otro lado, para facilitar y promover el uso de herramientas digitales entre el alumnado, uno de los factores determinantes debe ser su fácil manejo sin conocimientos previos y la gratuidad de la herramienta. Es por ello por lo que se presenta una propuesta basada en una herramienta que cumple con todas estas características: Tinkercad.
Tinkercad es un programa de modelado 3D en línea y gratuito que se ejecuta desde un navegador web. Aunque el programa fue lanzado en 2011, se ha convertido en una herramienta popular tanto para el diseño de objetos imprimibles en 3D como para la introducción a la construcción de figuras geométricas sólidas.
Por todo esto, el objetivo de esta propuesta es el de presentar una experiencia de aula realizada con alumnado del Grado de Educación Primaria de la Universidad de La Rioja en la que se presenta el programa Tinkercad a los futuros docentes. Además, esta propuesta se complementa con diferentes funcionalidades que presenta el programa Tinkercad que pueden ser de interés para el profesorado en Matemáticas en general.

METODOLOGÍA

Presentación del programa Tinkercad

Para la realización de esta experiencia, es necesario que cada uno de los participantes disponga de un dispositivo electrónico con pantalla, preferiblemente, un ordenador. Aunque, dado que Tinkercad es una aplicación Web, también puede ser utilizado con tabletas digitales e incluso con teléfonos

móviles.
La propuesta se inicia con una presentación del acceso al programa Tinkercad. El registro en la plataforma permite tanto el guardado web de las diferentes creaciones como la búsqueda y clasificación de diseños de otros usuarios.
Una vez se accede a la herramienta de diseño, se presentan los diferentes menús que se pueden encontrar en la plataforma (Figura 1). Empezando con los menús de visualización disponibles en la parte izquierda de la pantalla, siguiendo con los menús de edición en la parte superior y continuando a la derecha con la biblioteca de formas. Una de las herramientas básicas es la de "agrupar" que, junto con la opción de visualizar como "hueco" una forma, nos permite realizar las operaciones lógicas básicas con los objetos tridimensionales. En las formas disponibles en la biblioteca se pueden encontrar tanto formas básicas como herramientas para el diseño de formas geométricas sólidas. Además, se dispone la opción de importar y exportar los objetos diseñados en diferentes formatos como obj o stl.

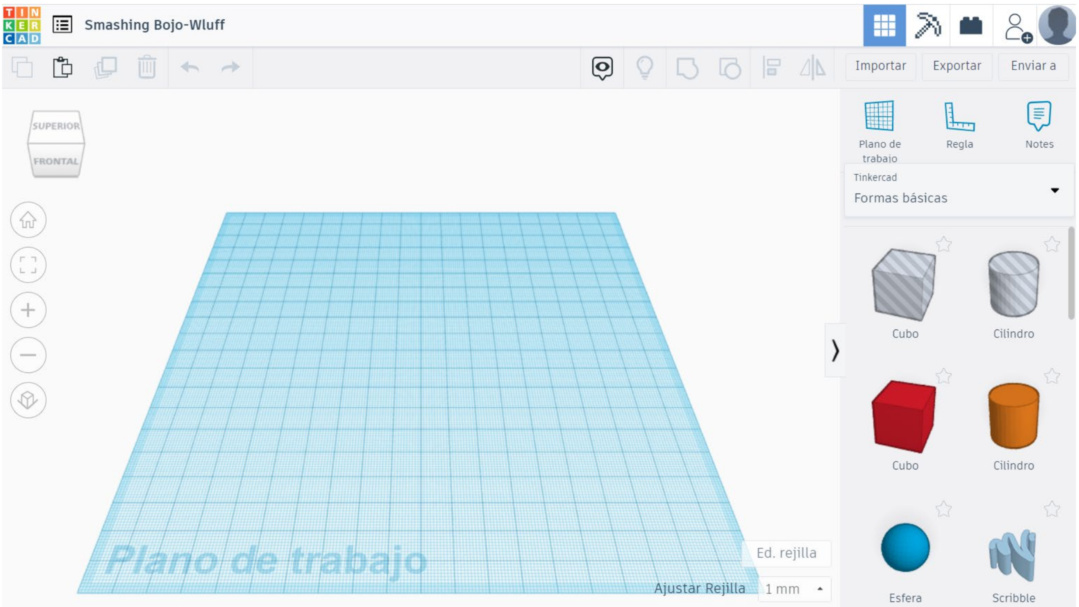


Figura 1: Vista inicial de la herramienta de diseño de Tinkercad.
(Fuente: Elaboración propia sobre Tinkercad)

Ejemplo de uso de Tinkercad para el diseño tridimensional
Una vez presentada la herramienta, se propone utilizarla para el diseño de una figura geométrica que cumpla unas características determinadas. Para ello, se propone al alumnado el problema "Hallar el tapón" de Yakov Perelman [2]: "Dada una tablilla con tres agujeros (Figura 2): uno cuadrado, otro rectangular y otro redondo; ¿puede existir un tapón cuya forma sea tal que permita tapar estos tres agujeros?".

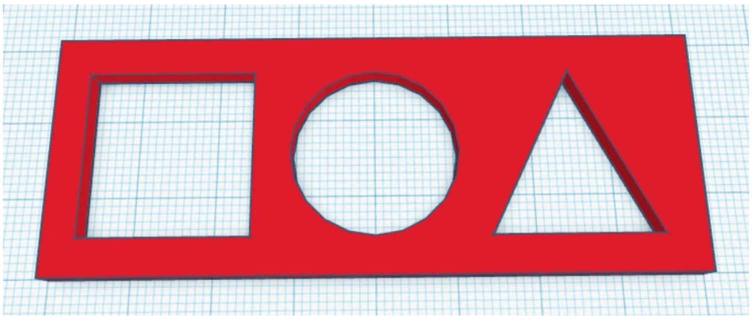


Figura 2: Tablilla con los tres orificios del problema “Hallar el tapón”.
(Fuente: Elaboración propia sobre Tinkercad a partir de [2])

Para dar respuesta a la pregunta se propone que el alumnado disponga de acceso a la tablilla presentada anteriormente. Para ello, se puede dejar disponible a través de un enlace para compartir (como este: https://www.tinkercad.com/things/jUWQErjxwOm) donde primeramente se puede observar desde diferentes perspectivas para después abrir el objeto en el modo diseño. En esta visualización inicial se permite cambiar la perspectiva desde la que observamos el objeto, pero no modificar su aspecto. Por defecto, los proyectos elaborados se mantienen privados, pero se puede modificar su visibilidad a públicos y compartir el enlace, como en este caso.
Después de realizar un debate con el alumnado sobre la existencia de dicha figura y su forma, se procede a la elaboración de esta.
Primero, se parte de un cubo, una de las formas básicas disponibles, cuyas dimensiones coincidan con el orificio existente en la tablilla. Posteriormente, se genera un cilindro y se debate de nuevo sobre la posibilidad de encajar estas dos figuras en los orificios de la tablilla. De esta manera se llega a la conclusión que el cilindro encaja en dos de los tres y que por tanto, si se modifica se podrá introducir en los tres orificios. Para esta última modificación se necesitará un prisma triangular, además de utilizar las herramientas de “agrupar” y la opción de convertir a “hueco” de los objetos tridimensionales.

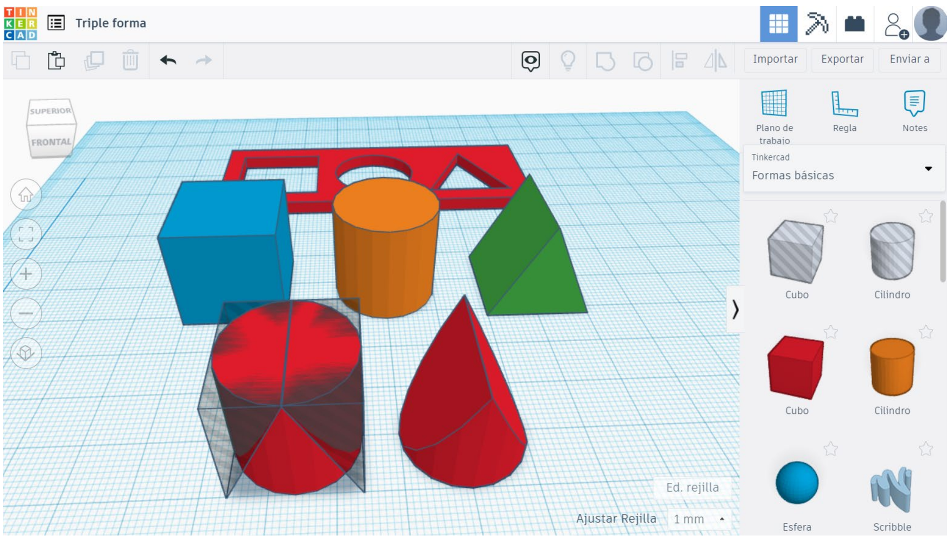


Figura 3: Fases del proceso de creación del tapón.
(Fuente: Elaboración propia sobre Tinkercad)

El resultado de este proceso puede ser consultado en la página https://www.tinkercad.com/things/a6lYnMujUjA.
Siguiendo la propuesta de Perelman [2], se puede proponer al alumnado tablillas con orificios de diferentes formas que favorezcan la creatividad y la visión espacial entre los futuros maestros, incluso se puede proponer que creen las suyas propias. De esta forma, los objetos tridimensionales que sirvan de tapones en dichas tablillas podrán ser generados a partir de las operaciones lógicas de construcción de las figuras geométricas disponibles en la plataforma Tinkercad, de forma similar a la comentada.

Otras funciones de interés para la docencia en matemáticas.
Más allá de las formas básicas usadas en el ejemplo anterior, la herramienta presenta otras funcionalidades que favorecen la visualización de objetos matemáticos tridimensionales.
En la sección de generadores de formas se encuentran objetos con parámetros configurables. Por ejemplo, para el análisis de superficies definidas por funciones de dos variables de forma explícita se puede usar el generador de formas "superficie". Entre las opciones de configuración se puede seleccionar el rango de las dos variables que definen la superficie y el grosor de esta.
Otros objetos interesantes son los gráficos de barras o sectores para la visualización de datos, bandas de Möbius, toros, diferentes fractales y varios ejemplos de poliedros; como se puede apreciar en la Figura 4. Además, Tinkercad dispone de una "Galería" con proyectos generados por otros usuarios y de un buscador.

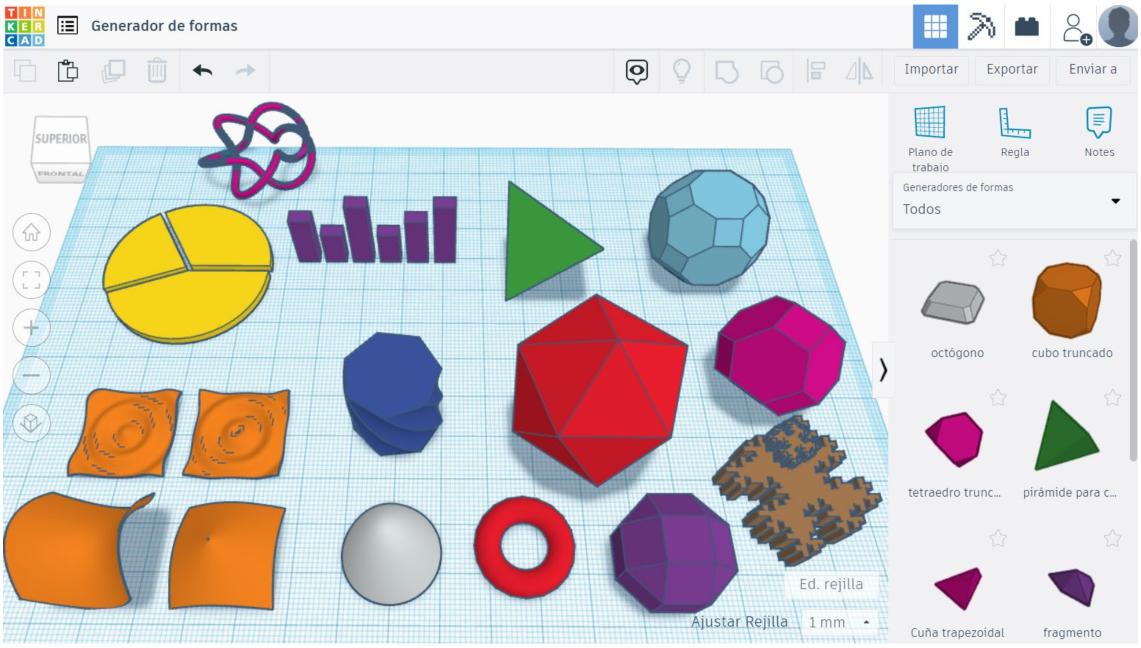


Figura 4: Diferentes objetos disponibles en la sección de "Generadores de formas". (Fuente: Elaboración propia sobre Tinkercad)

CONCLUSIONES

La propuesta presentada pretende mostrar algunas posibles aplicaciones del diseño y el modelado tridimensional en contenidos educativos de matemáticas de diferentes niveles. Partiendo de la presentación inicial de la herramienta, se muestra un ejemplo de entre las múltiples actividades que se pueden proponer en contenidos que van más allá de las construcciones geométricas sólidas. En concreto, el problema abierto presentado muestra un diseño de una figura geométrica diferente a los objetos manipulativos en matemáticas habituales. La secuencia de preguntas propuesta trata de desarrollar las habilidades de visualización, uno de los procesos cognitivos que forma parte de la resolución de problemas de geometría [3]. Más aún, las propuestas de fomento de la creatividad entre el alumnado del Grado en Educación Primaria se convierten en un punto de partida para el futuro diseño de secuencias de actividades de profundización y refuerzo de los contenidos de geometría.

Además, el uso de una herramienta de modelado tridimensional que permite la manipulación de estos objetos a través de dispositivos móviles favorece el desarrollo del pensamiento computacional en el alumnado [4], una destreza que permite mejorar el razonamiento matemático y las técnicas de resolución de problemas entre el estudiantado [5].

A su vez, la propuesta presentada puede ser el punto de partida de otras actividades que mejoren la visualización tridimensional en matemáticas. El uso de otros programas de modelado 3D, como BlocksCAD, permite generar gran parte de los diseños mostrados a partir de la programación por bloques [4], pudiendo establecer propuestas metodológicas en la que se utilicen ambas herramientas. Por otro lado, las aplicaciones de Realidad Aumentada (RA) permiten visualizar los diseños generados con las herramientas anteriores e incluirlos en escenas que combinen lo real y lo virtual de forma interactiva y en tiempo real. Con el uso de dispositivos móviles con cámara y de los programas adecuados se pueden generar marcadores que activen la realidad aumentada en la que poder ampliar, rotar, reducir e incluso interactuar con escenas tridimensionales que incluyan los diseños tridimensionales generados a través de Tinkercad. Más aún, esta herramienta ofrece la posibilidad de exportar las creaciones en archivos disponibles para la impresión 3D, propiciando así, la manipulación física de los diseños generados; una forma de convertir las creaciones virtuales en objetos reales.

AGRADECIMIENTOS

La propuesta presentada ha sido diseñada en el marco del Proyecto de Innovación Docente: “Visualización de las matemáticas e impresión 3D (3DMates)” financiado por la Universidad de La Rioja.

REFERENCIAS

[1] Ramírez, R. *Habilidades de visualización de los alumnos con talento*

matemático. Trabajo de Tesis (2012). Universidad de Granada. Recuperado de: <http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis/verdetalles/7461/descargar> [Consulta: 15 de junio de 2021]

[2] Perelman, Y. *Problemas y experimentos recreativos*. Recuperado de: < http://www.librosmaravillosos.com/problemasyexperimentos/> [Consulta: 15 de junio de 2021]

[3] Duval, R. Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* (pp. 37-51) (1998). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer.

[4] Beltrán-Pellicer, P., Rodríguez-Jaso, C., y Muñoz-Escolano, J. M. Introduciendo BlocksCAD como recurso didáctico en matemáticas. *Suma*, 93, 39-48 (2020).

[5] Pérez, G. y Diago, P.D. Estudio exploratorio sobre lenguajes simbólicos de programación en tareas de resolución de problemas con Bee-bot. *Magister: Revista de Formación del Profesorado e Investigación Educativa,* 30(1 y 2), 9-20 (2018). https://doi.org/10.17811/msg.30.1.2018.9-20