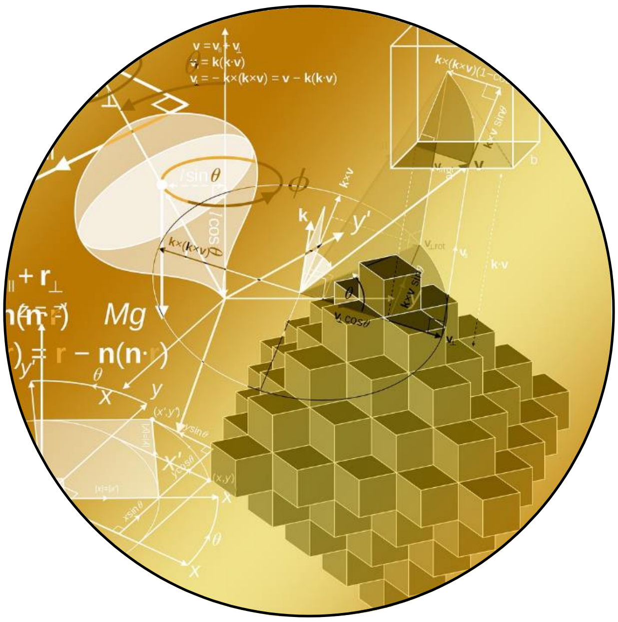
II JID+ Jornades d'Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior



ACTAS DE LAS II JID+

Jornades d’Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior

Burjassot (València), 11 y 12 de julio de 2022

Edita:

Proyecto de Innovación Educativa y Calidad Docente: “Desarrollo de competencias transversales en matemáticas a través de la docencia presencial y on-line.” (UV-SFPIE_PID-1640542).

Burjassot (València) 2022

ISBN: 978-84-09-43280-6

II JID+ Jornades d'Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior

En esta publicación se presentan los resúmenes escritos de las comunicaciones de las II JID+ Jornades d'Innovació Docent en Matemàtiques en Educació Superior, celebradas en la Facultad de Matemáticas de la Universitat de València los días 11 y 12 de julio de 2022 en el marco del Proyecto de Innovación Educativa "Desarrollo de competencias transversales en matemáticas a través de la docencia presencial y on-line. Versión 2.0"

Las jornadas se realizaron en formato semipresencial y se emitieron en directo en formato on-line. Toda la información relativa a las jornadas puede encontrarse en la página web https://www.uv.es/gidmes/IIJIDMES.html

ÍNDICE

Ciencia y Arte: una aproximación

Mariló López, Celia Sánchez, Cristina Sardón

Universidad Politécnica de Madrid, C/ Profesor Aranguren 7, 28040 Madrid (España), marilo.lopez@upm.es, celia.sanchez.barroso@alumnos.upm.es, mariacristina.sardon@upm.es.

Science and Art: an approach

RESUMEN

Este artículo presenta un proyecto de innovación educativa y fomento de la cultura científica cuya finalidad es promover la interacción entre el arte (especialmente la danza) y las ciencias (especialmente la matemática) y evidenciar las posibilidades de su transversalidad entre los estudiantes de todas las edades y el público en general. El proyecto ha implicado a los alumnos de diversos niveles educativos y centros que han colaborado en la búsqueda del apoyo en el arte en general y la danza en particular, para transmitir y entender conceptos de la matemática, la ingeniería y la arquitectura. Han trabajado para mostrar que, a través de la investigación de diversas manifestaciones artísticas, como son las coreografías y los medios audiovisuales, se puede contribuir a la divulgación de las matemáticas.

Palabras clave: Ciencia y Arte, Matemáticas y Danza, Divulgación Matemática.

ABSTRACT

This paper presents an educational innovation and promotion of scientific culture project. The purpose of this study is to promote the interaction between art (especially dance) and science (especially mathematics), as well as demonstrate the possibilities of their transversality, both for students of all ages and the general public. The project focused on motivating students from different levels and centers to use art in general and dance in particular as a way of understanding concepts of mathematics, engineering, and architecture. This was done in such a way that, through the research of different art forms such as choreographies and audiovisual media, they were able to spread mathematics.

Keywords: Science and Art, Mathematics and Dance, Mathematical Disclosure.

INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente en las últimas décadas, el arte y la ciencia han sido tratados como dos disciplinas separadas. Concretando más, matemáticas y danza se consideran materias totalmente alejadas, pero cuando la ciencia y el arte se estudian juntas, es fácil ver el impacto que una tiene sobre la otra.

Existen muchos ejemplos de arte que se enredan con la ciencia a nuestro alrededor (pinturas, mosaicos, esculturas, arquitectura…). En este trabajo nos centraremos en el cruce entre la matemática y la danza mostrando solo algunos ejemplos que ilustran cómo la danza puede ayudarnos a comprender conceptos científicos y cómo la matemática se beneficia cuando se aplica una lente artística. De esta forma, juntos, el arte y la ciencia (las matemáticas y la danza) nos ayudan a interpretar, estudiar y explorar el mundo.

La conexión inicial entre estas dos disciplinas la encontramos en la “creatividad”. Es éste un elemento de presencia clara en la danza, pero si observamos que es necesaria mucha creatividad para lograr avances en la teoría matemática y resolver problemas reales, también lo estará en esta ciencia.

Por otro lado, la danza es una expresión del conocimiento matemático, del manejo del espacio, de la geometría, de las transformaciones geométricas en el plano y en el espacio, de la medida y de las proporciones. Analizando una coreografía somos conscientes de todo ello. En el baile es necesaria una gran capacidad de memorización y concentración y realizar constantes ejercicios de aritmética: un bailarín puede no saber matemáticas, pero tiene una mente matemática y es un experto en geometría del espacio y del movimiento.

Con la propuesta que se presenta y que se ha desarrollado durante el curso 21-22 en la Universidad Politécnica de Madrid, cofinanciada por la FECYT (Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología), se ha querido dar respuesta a cuestiones como: ¿es posible combinar el arte y la ciencia en la docencia?, ¿pueden las matemáticas y la danza apoyarse mutuamente para llegar a la sociedad? En ella se ha apostado por la divulgación de las matemáticas de una forma diferente, uniendo esta ciencia con el baile y fomentando las artes en la educación a todos los niveles y para todo tipo de público.

El proyecto propone que, a través de coreografías creadas por el equipo (un equipo formado por profesorado y estudiantado), se realice un contacto con conceptos matemáticos de manera visual y atractiva. La acción principal realizada en él se ha centrado en la grabación de un documental bailado donde, a través de la danza, se introducen y explican conceptos básicos de ciertas áreas de la matemática. La elaboración del mismo ha sido totalmente de creación propia: guion, coreografías, grabaciones, animaciones y ediciones.

OBJETIVOS

Un proyecto como el realizado con los estudiantes permite que se desarrollen numerosas competencias transversales, muchas de ellas enmarcadas entre las diez competencias más valoradas por los empleadores. Por ejemplo: la comunicación interpersonal, la creatividad, el trabajo en equipo o la implicación e iniciativa, entre otras. Además, la competencia cultural y artística supone el desarrollo de habilidades para expresarse movilizando los propios recursos creativos y para apreciar y disfrutar con las distintas manifestaciones del arte y de la cultura. El fomento de esta competencia, utilizarla como fuente de enriquecimiento y disfrute, ayuda a una completa formación de los estudiantes.

Como se ha adelantado, la actividad principal ha sido la realización de un documental (espectáculo audiovisual) de danza y matemáticas. Tanto para elaborarlo como asistiendo a él como espectador, los estudiantes, a través de la investigación de diversos artistas y de coreografías creadas por el equipo plasmadas en el vídeo, reflexionan y desarrollan un trabajo que aúna los conocimientos técnicos y artísticos que se muestran al público de una manera diferente. De esta forma, los alumnos, por un lado, colaboran y participan en esta investigación y creación, y por otro, asisten a la presentación de los recursos generados.

El objetivo principal de la propuesta se centra en el desarrollo de la innovación educativa y la creatividad, a través de la realización del documental-espectáculo de danza donde se visualizan conceptos puramente matemáticos a través del baile. Se generan así nuevas metodologías que permiten promover, a través de la danza clásica y contemporánea, el acercamiento al conocimiento y al pensamiento matemático. Se trata de una propuesta innovadora centrada en el espectáculo con un importante apoyo audiovisual, donde ciencia y arte muestran sus puntos en común y se funden para mostrar y enseñar a través del baile.

De esta forma, el objetivo primordial de este proyecto es aprovechar el arte y sus habilidades, con especial atención a la danza, para potenciar la comprensión de conceptos de carácter técnico y científico-matemáticos. Se busca:

- Dejar constancia de que realmente no existe brecha entre ciencia y arte.
- Desarrollar en los estudiantes la competencia artística y fomentar la cultura.
- Implicar a los estudiantes en la investigación de diversas manifestaciones artísticas y cómo pueden contribuir a su formación académica y a la difusión de los conceptos científicos y técnicos entre la población. Promover que busquen apoyo en el arte en general y la danza en particular, para transmitir y entender conceptos de la matemática, la ingeniería o la arquitectura.
- Poner de manifiesto que el arte, en particular la danza, puede servir para la divulgación científica y que la ciencia puede inspirar la creación artística.
- Fomentar el interés por la ciencia en las personas que se sienten lejanas a ella pero que sí se sienten atraídas por el mundo del arte. De igual forma, mostrar al científico (a los estudiantes) lo que ciertas actividades artísticas

pueden hacer por la transmisión, comprensión e investigación de conceptos técnicos.

Estamos seguros de que este tipo de propuestas pueden ayudar a la mejora de resultados académicos y a la resolución de deficiencias y contribuirán a:

- Mejorar e incrementar la formación, la cultura y los conocimientos científicos-técnicos del estudiantado.
- Intermediar entre el estudiantado y el colectivo investigador, y la sociedad en general.
- Aumentar la participación del alumnado en el análisis de temas artísticos y de actualidad científica, contribuyendo a generar una opinión crítica.
- Concienciar, formar e informar al estudiantado sobre la importancia de la divulgación científica y del fomento de la cultura artística y científica y de la innovación.
- Fomentar el intercambio de experiencias y la búsqueda de sinergias entre la sociedad y los centros educativos, poniendo en contacto a dos ramas (ciencia y arte) que suelen estar muy alejadas.
- Conseguir que el alumnado sea agente principal en la organización de actividades de divulgación científica relacionadas con el arte que contribuyan a acercar la ciencia, la tecnología y la innovación a la población general.
- Procurar un mayor reconocimiento de la labor divulgativa realizada por los investigadores e investigadoras.

RESULTADOS

El material desarrollado en la propuesta ha sido un audiovisual donde se manifiesta que la danza y las matemáticas se relacionan sobre todo a través del tiempo y el espacio. Puede visualizarse un tráiler del audiovisual en:
https://www.youtube.com/watch?v=ntqcshKRZPg&feature=emb_imp_woyt

Para mostrar esta relación se realiza un breve recorrido a través de diversas ramas. Se comentarán a continuación solo algunas de las tratadas en el mismo.

En el baile, la perspectiva y la imagen son fundamentales y por ello, la geometría ofrece un camino perfecto en las proporciones y formas sobre el escenario. Por ejemplo, algunas figuras del ballet encuentran su excelencia en su inscripción en polígonos (Figura 1).

Figura 1: Bailarines inscritos en polígonos

Además, la danza puede verse como una combinación de círculos, líneas y figuras geométricas, tanto en las posiciones de los bailarines, como en las composiciones de las coreografías (Figuras 2).

Figura 2: Elementos básicos de la geometría presentes en las posiciones de los bailarines

El movimiento entre las posiciones se ejecuta siguiendo el concepto matemático de Isometría (traslaciones, giros, simetrías y composiciones de ellos). Por ejemplo, con relaciones de simetría se genera una sensación de armonía y orden (Figura 3).

Figura 3: Isometrías presentes en las coreografías (simetría)

Este conjunto de los movimientos que dejan invariante el plano donde se inscribe el movimiento y el cuerpo del bailarín (por ejemplo, un giro o una traslación), con su asociada operación de composición, forman una estructura algebraica que los matemáticos denominan como grupo.

La concepción del espacio es fundamental, tanto para los coreógrafos como para los bailarines. La comprensión tradicional de él nos haría verlo como un espacio euclidiano, en el que el movimiento se traza en rectas, y los desplazamientos se realizan por medio de traslaciones y giros.

Pero no solo la geometría está presente en la danza. Por ejemplo, podemos buscar en ella el estudio y la representación de funciones.

En la vida, las decisiones que tomamos, todo lo que hacemos o lo que termina pasando, depende de ciertos acontecimientos, de situaciones, de factores. Es decir, si ocurre tal cosa, ocurrirá otra. Esa idea es lo que lleva a la definición matemática de función y de variable dependiente e independiente. Una función es una asociación entre los elementos de un conjunto A y los de otro conjunto B, en el que a cada elemento de A se le asocia uno de B. Los elementos de B dependen de los de A. El baile es una cadena de dependencias. Por ejemplo, la coreografía depende mucho de la música que se ponga. También los movimientos de unos bailarines pueden influir o desencadenar los movimientos de otros. Es, una especie de acción y reacción.

La asociación de elementos de dos conjuntos, cuando se trata de números reales, permite pintarla como puntos en el plano. Si esos puntos se unen se describen curvas (las gráficas de las funciones). Los bailarines se pasan la vida trazando curvas en el escenario. Se desplazan según las gráficas de curvas y de funciones, el movimiento de sus brazos, sus piernas… describen igualmente curvas.

Las funciones pueden tener o no ciertas propiedades que se reflejan o se aprecian en sus gráficas. Dos de ellas son la continuidad y la derivabilidad.

- La continuidad es fácil de entender: hay curvas de un solo trazo que se podrían dibujar en un papel sin levantar el lápiz. Esas curvas corresponden a funciones continuas. Las puede trazar un bailarín sin dar saltos.
- Si nos ocupamos de cómo cambia la función, estos cambios pueden ser suaves o lo que es lo mismo que su gráfica no presente cambios bruscos o picos, o no. De esta forma, una curva puede ser suave, que su inclinación no cambie bruscamente, que no presente picos. Esa característica la refleja la derivabilidad.

Estas dos características determinan muchos tipos de baile, por ejemplo, el ballet clásico o la danza contemporánea (Figura 4).

Esto ha sido solo una pequeña muestra de la conexión entre las matemáticas y la danza que se ponen de manifiesto y se explican en el proyecto desarrollado. Dado que se van a realizar más proyecciones, se presentarán posteriormente los resultados de las encuestas de las personas asistentes para poder realizar un mejor análisis; los datos con los que se cuentan en la actualidad son todavía escasos ya que corresponden solo a una visualización pública.

Figura 4: Visualización del concepto de derivabilidad a través de la danza

CONCLUSIONES

Con la puesta en marcha del proyecto presentado creemos haber dado respuesta a las preguntas planteadas en la introducción sobre la posibilidad de combinar el arte y la ciencia en la docencia y cómo pueden las matemáticas y la danza apoyarse mutuamente.

Con esta propuesta que consideramos altamente innovadora, hemos apostado por la divulgación de las matemáticas de una forma diferente, uniendo la ciencia y el baile. Nuestra experiencia nos permite afirmar que se hace necesario incorporar nuevas herramientas metodológicas que resulten atractivas para los estudiantes a la vez que fomentar las artes en la educación a todos los niveles. Creemos en la necesidad de otra forma de acercar la ciencia, en la que se ponga el énfasis en las habilidades esenciales de las personas y se fomente la creatividad, la iniciativa personal, el trabajo en equipo y la unión entre la ciencia y el arte. Tenemos la convicción de que esta unión mejora los procesos de aprendizaje, la motivación y la adquisición de habilidades. La buena acogida de este nuevo formato nos ha reafirmado en ello.

Se piensa que la Matemática es una ciencia abstracta que no podemos relacionar con nada y menos con el mundo artístico, pero vivimos en un mundo matematizado, debemos abrir nuestra mente y dar paso a esta maravillosa ciencia.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está parcialmente subvencionado por:
- Proyecto de Innovación Educativa de la Universidad Politécnica de Madrid "Ciencia y Arte", 2021-2022.
- Educación Matemática a través de la Danza: Coreografías STEM (FCT-20-15936). Convocatoria de ayudas para el fomento de la cultura científica, tecnológica y de la innovación FECYT 2020-21.

REFERENCIAS

[1] C. Sardón, La Danza y las Matemáticas (2017). Retrieved from https://inteling.biblioteca.ulpgc.es/2017/12/11/la-danza-y-las-matematicas-un-articulo-de-cristina-sardon/ .

[2] Página web del Aula Taller Museo de las Matemáticas π-ensa (audiovisuales). https://innovacioneducativa.upm.es/museomatematicas/audiovisuales.

[3] Página web de la Plataforma Con-Ciencia Musical. http://concienciamusical-plataforma.blogspot.com/.

[4] V. Liern Carrión, B. Pérez Gladich, V. Pérez León. Música, Danza y Matemáticas, Naturalmente, Suma, 69, 115-120 (2012).

[5] C. Von Renesse, V. Ecke, J. F. Fleron, P. K. Hotchkiss, Discovering the art of Mathematics: Music and dance (2011). Retrieved from https://www.artofmathematics.org/books/dance .

[6] G. Arazo. Las Matemáticas tienen quien les baile, Ddanza (2009). Retrieved from https://www.laie.es/es/editorial/revista-ddanza/11618.

[7] K. Schaffer. Dance and Mathematics: A survey, AMS/MAA Joint Mathematics Meetings (2009).

[8] E. J. Brophy. Motivating Students to Learn, New York/NY: Routledge (2013).

[9] S. Lantarón, M. D. López, S. Merchán, J. Rodrigo, Un proyecto educativo interdisciplinar para el desarrollo del pensamiento lógico a través del teatro interactivo, 2nd Interdisciplinary and Virtual Conference on Arts in Education – CIVAE 2020, 225-229 (2020).

[10] M. D. López, J. Rodrigo, Y. López, S. Carnero, Ciencia en movimiento: coreografías STEM, 2nd Interdisciplinary and Virtual Conference on Arts in Education – CIVAE 2020, 217-219 (2020).

[11] S. Lantarón, M. D. López, S. Merchán, J. Rodrigo Hitos, Educación Matemática a través del teatro y el juego interactivo, ENSEMAT 2020. Usos y Avances en la Docencia de las Matemáticas en las Enseñanzas Universitarias (2020).

¿Cuánto tiempo dedican nuestros alumnos al estudio de nuestra asignatura de Matemática Discreta?

Cristina Jiménez Hernández[1], Cristina Jordán Lluch[2], A. Alberto Magreñán Ruiz[3], Lara Orcos Palma[4]

1

Escuela de doctorado, Universitat Politècnica de València,
cjimher@doctor.upv.es

2

Instituto Universitário de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València,
cjordan@mat.upv.es

3

Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja,
anmagren@unirioja.es

4

Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja,
lara.orcos@unirioja.es

How much time do our students dedicate to the study of our Discrete Mathematics subject?

RESUMEN

La creación del Espacio Europeo de Educación Superior ha favorecido muchos cambios en relación a cómo afrontar la docencia en nuestras aulas. Uno de estos es considerar el número total de horas que el alumno dedica a la asignatura, no solo considerando el tiempo que está en el aula, sino el tiempo de estudio en casa que necesita emplear para superarla. En los últimos años hemos pedido a nuestros estudiantes, en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática de la Universitat Politécnica de València, de asignaturas relacionadas con Matemática Discreta, que, semanalmente, rellenaran una hoja de Excel indicando el tiempo empleado y añadieran todos los comentarios que quisieran sobre el interés del tema, su dificultad, la carga de trabajo esa semana… En este trabajo hemos analizado las respuestas dadas, con el objetivo de tener un mejor perfil de nuestros alumnos y realizar un posible ajuste de cara al curso próximo.

Palabras clave: ECTS, tiempo, matemática discreta.

ABSTRACT

The creation of the European Higher Education Area has encouraged many changes in relation to how to deal with teaching in our classrooms. One of these is to consider the total number of hours that the student dedicates to the subject, not only considering the time spent in the classroom, but also the study time at home that the student needs to spend to pass it. In recent years we have asked our students at the School of Computer Engineering of the Polytechnic University of Valencia, in subjects related to Discrete Mathematics, to fill out an Excel sheet weekly, indicating the time spent and add all the comments they wanted about the interest of the subject, its difficulty, the workload that week... In this work we have analyzed the answers given, in order to have a better profile of our students and make a possible adjustment for the next course.

Keywords: ECTS, time, discrete mathematics.

INTRODUCCIÓN

El tiempo que el estudiante dedica, y debería dedicar, al estudio de una asignatura, con el fin de conseguir alcanzar los objetivos docentes planteados, es algo que siempre ha preocupado y preocupa al profesorado. La Comisión Europea empezó a barajar, hace más de diez años, un sistema de educación universitaria que fuera estándar en la acreditación. El objetivo era que, dentro del Espacio Europeo de Educación Superior (Universidades europeas), el crédito de formación de un titulado no dependiera del país europeo de que se tratara, sino que fueran en todos equivalente[1].
Por otra parte, la creación de este Espacio Europeo de Educación Superior ha favorecido muchos cambios en relación a cómo afrontar la docencia en nuestras aulas, impulsando nuevas metodologías que ponen en valor el trabajo del estudiante; el alumno no debe ser un mero espectador, sino que debe involucrarse de forma activa en el proceso educativo, [2] y [3], y, por tanto, no debe acudir a las clases solo como oyente sino como participante.
Por otra parte, será necesario, además, tener en cuenta las horas dedicadas al estudio de la asignatura fuera del aula. Para medir todo ello se creó la unidad de crédito ECTS que mide el tiempo que el alumno debe dedicar al estudio tras recibir una clase presencial, como podemos leer en el BOE [4]:

Entre las medidas encaminadas a la construcción del Espacio Europeo de Educación Superior se encuentra el establecimiento del Sistema Europeo de Transferencia de Créditos (ECTS) en las titulaciones oficiales de grado y de posgrado. Este sistema […]facilitando las equivalencias y el reconocimiento de estudios realizados en otros países […].
[…]constituye una reformulación conceptual de la organización del currículo de la educación superior mediante su adaptación a los nuevos modelos de formación centrados en el trabajo del estudiante […].

El sistema europeo de transferencia y acumulación de créditos ofrece, asimismo, los instrumentos necesarios para comprender y comparar fácilmente los distintos sistemas educativos, facilitar el reconocimiento de las cualificaciones profesionales y la movilidad nacional e internacional, con reconocimiento completo de los estudios cursados […] fomentar el aprendizaje en cualquier momento de la vida y en cualquier país de la Unión Europea.

Así, a raíz de la implantación de los ECTS, uno de los ítems a rellenar en las guías docentes de cada asignatura, antes del inicio de cada curso, es el número de horas que debe dedicar a cada tema de la asignatura: en clase y fuera de ella. Se establece que un crédito ECTS equivale a 25-30 horas de estudio, de las que 10 serán clase presencial convencional [5].

Figura 1: Equivalencia en horas de un crédito ECTS, y desglose en función del tipo de actividad realizada por el alumno.

Sin embargo, el estudio fuera del aula sigue siendo difícil de calibrar; son muchas las variables, conocidas por todos, a tener en cuenta: la dificultad de la materia, el bagaje del alumno, su interés en la materia, su motivación para estudiarla, el estado físico y emocional en que se encuentra (que obviamente varía de un día a otro y de un estudiante a otro) y, desde luego, sus capacidades para aprender cada materia.

Dado que nuestros alumnos se quejan constantemente de que tienen mucho trabajo y están muy agobiados, para tener una cierta idea del esfuerzo que suponen nuestras clases, decidimos preguntarles directamente. Así, en los últimos años hemos pedido a nuestros estudiantes, en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática de la Universitat Politècnica de València, de asignaturas relacionadas con la Matemática Discreta, que, semanalmente, rellenaran una hoja de Excel indicando el tiempo empleado y añadieran todos los comentarios que quisieran sobre el interés del tema, su dificultad, la carga de trabajo esa semana… con el objetivo de tener un mejor perfil de nuestros alumnos y realizar un posible ajuste cara al curso siguiente.

En este trabajo hemos analizado las respuestas dadas por un grupo de primero de Ciencia de Datos (curso 2019-2020), formado por 37 alumnos de los que contestaron 30, en relación a la asignatura de Matemática Discreta, asignatura de primero de 6 créditos, de los que 4,5 corresponden a teoría y 1,5 a prácticas en laboratorio informático.

METODOLOGÍA

En este trabajo se ha optado por una metodología descriptiva e interpretativa. Se analizan las respuestas dadas por el estudiantado a la encuesta en la que se preguntaba por el número de horas de estudio que dedicaban semanalmente, y si este número de horas guarda alguna relación con la calificación obtenida en la asignatura.

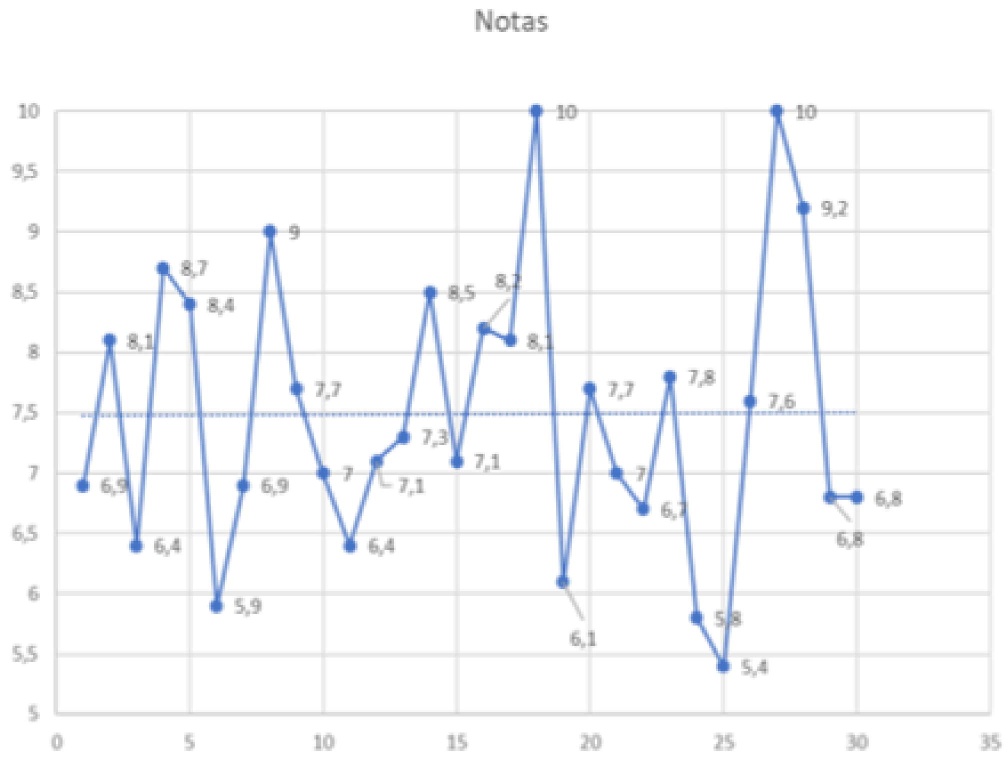


Figura 2: Calificaciones obtenidas por cada uno de los estudiantes.

En los datos mostrados en la Figura 2, donde se han escalado los ejes ya que la nota inferior obtenida era 5,4, puede verse que ningún estudiante ha suspendido la asignatura, y que existen varios que han obtenido notas por encima de 7,5 puntos, por lo que puede considerarse un grupo bueno. Además, según la opinión de la propia docente que ha sido responsable de la asignatura, el grupo era bastante trabajador y con ganas durante todo el tiempo que ha durado la impartición de la misma. Por otra parte, puede observarse en la Figura 3, que la nota media obtenida es de 7.487 y la mediana se sitúa en el 7.2, por lo que los datos pueden considerarse válidos.

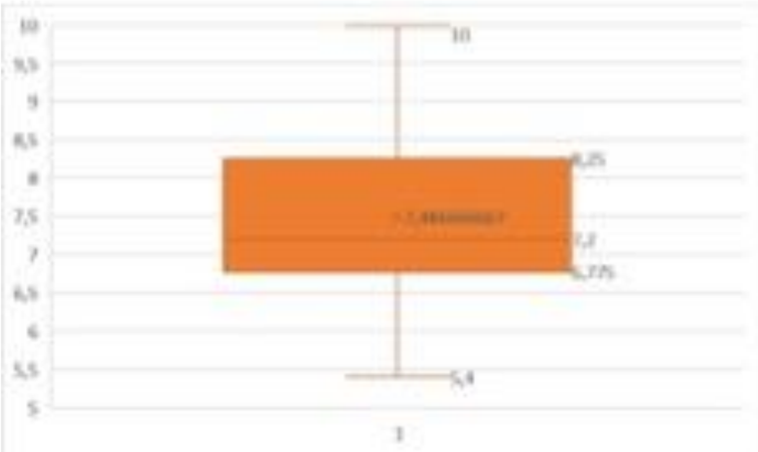


Figura 3: Diagrama de cajas y bigotes de las notas obtenidas por el estudiantado en la asignatura.

Por otro lado, si ahora centramos la atención en el número de horas que el estudiantado indica haber dedicado a la asignatura, en la Figura 4, puede verse cómo el número de horas va desde las 21,17 hasta las 249, es decir, que existe una variabilidad muy alta entre las horas dedicadas por unos estudiantes y por otros. El número de horas medias dedicadas por el estudiantado ha sido de 112, 65 mientras que la mediana es 110,125. Por otro lado, destaca que un cuarto de los estudiantes dedica menos de 65 y otro cuarto dedica más de 152,8.

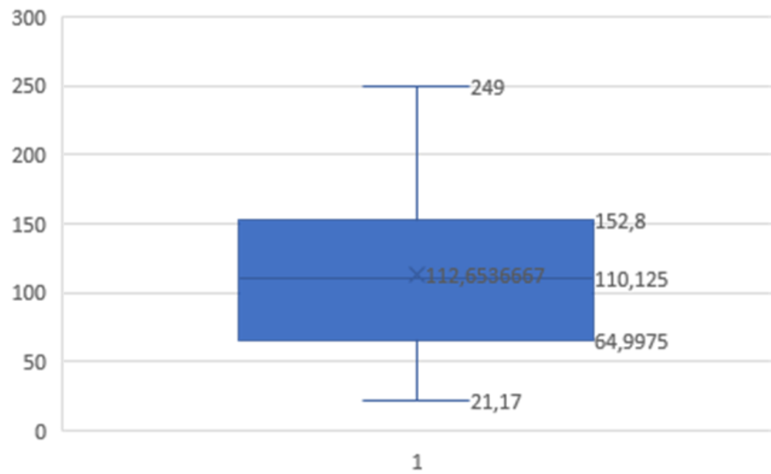


Figura 4: Diagrama de cajas y bigotes de las horas dedicadas por el estudiantado en la asignatura.

Si en lugar de contabilizar datos totales, se observa el número medio de horas semanales, esta varía desde las 4,43 en el mes de septiembre (MT9) hasta las 5,30 en el mes de diciembre (MT12). Además, como puede verse en la Figura 4, el número de horas medias semanales es incremental.

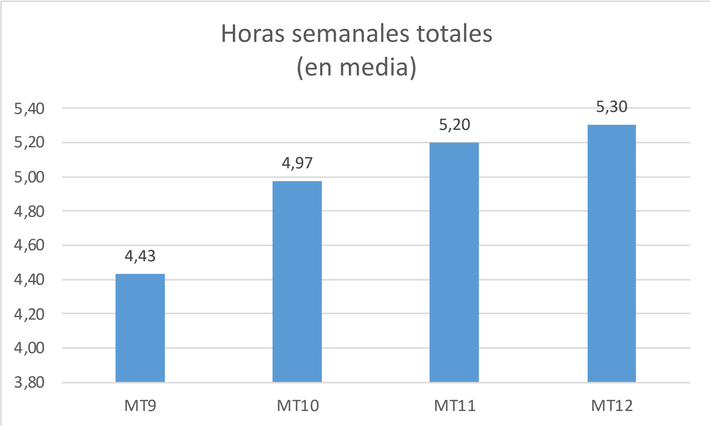


Figura 5: Horas semanales, en media, dedicadas por los estudiantes en cada mes a la asignatura.

Sin embargo, si se considera la teoría y la práctica por separado hay aspectos en los que se diferencian. El primero de ellos, y que puede observarse en la Figura 6, es que el número de horas de teoría se mantiene estable durante los tres primeros meses, aunque en ascenso paulatino, siendo en diciembre es cuando la subida de horas dedicadas al estudio es más acusada. Si analizamos las horas de práctica, ver Figura 7, se observa que los meses de mayor dedicación son octubre y noviembre, bajando en diciembre, algo que puede ser debido precisamente al incremento del número de horas dedicadas a la teoría.

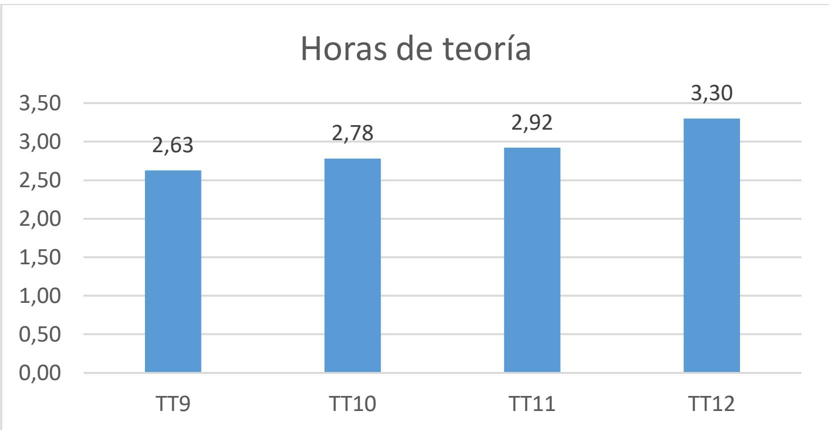


Figura 6: Horas semanales, en media, dedicadas por los estudiantes en cada mes a la teoría de la asignatura.

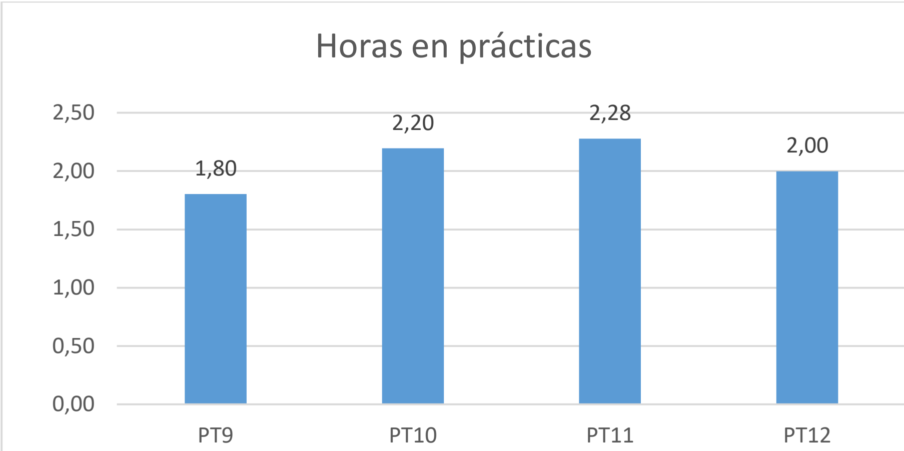


Figura 7: Horas semanales, en media, dedicadas por los estudiantes en cada mes a la práctica de la asignatura.

Viendo las diferencias existentes, la principal pregunta que surge es si el número de horas dedicado al estudio de la asignatura es o no un indicador de que van a obtener una calificación u otra en la asignatura. De los datos obtenidos en la Tabla 1, se desprende que no existe ninguna correlación significativa, por lo que no se puede asegurar que existe una correlación entre las variables. Sin embargo, llama la atención que todas las correlaciones obtenidas son negativas, lo que induce a pensar que cuántas más horas se dedican, peor calificación se obtiene, por lo que realizamos un estudio más pormenorizado.

Tabla 1: Correlaciones entre el número de horas dedicadas y las calificaciones obtenidas.

	Variable	*Coef. de Cor.*	*Sig.*
Calificación	PT9	-0.2	0.289
	PT10	-0.29	0.119
	PT11	-0.17	0.380
	PT12	-0.25	0.182
	MT9	-0.26	0.171
	MT10	-0.24	0.207
	MT11	-0.19	0.304
	MT12	-0.17	0.356
	TT9	-0.13	0.502
	TT10	-0.11	0.578
	TT11	-0.19	0.324
	TT12	-0.03	0.877

Estudiando las calificaciones obtenidas por aquellos estudiantes que han dedicado más horas (parte inferior de la Tabla 2), se observa que las notas no son excesivamente altas. Por otro lado, las calificaciones obtenidas por aquellos que han dedicado menos horas son mejores en general, aunque observamos que la persona que ha estudiado 44,92 es quien saca la calificación más baja.

Tabla 2: Calificaciones obtenidas por el estudiantado que más y que menos horas dedica a la asignatura.

Horas dedicadas	*Calificación obtenida*
21,17	8,1
44,92	5,8
51,25	9,2
53,33	7
167	5,9
202,5	6,4
231	6,1
249	6,4

Si hacemos el análisis al revés, es decir, nos planteamos ver cuántas horas han dedicado los que mayores y menores calificaciones han obtenido, (Tabla 3), se observa que no existe un patrón claro, deduciéndose que un mayor número de horas dedicadas al estudio no garantiza una calificación mayor.

Tabla 3: Relación del número de horas dedicadas al estudio por el alumno y la calificación obtenida por este al finalizar el curso.

Calificación obtenida	*Horas dedicadas*
10	104,25
10	65,33
9,2	51,25
9	66,87
8,7	152,4
8,5	116
6,4	249
6,4	202,5
6,1	231
5,9	167
5,8	44,92
5,4	64

CONCLUSIONES

Somos conscientes de que este estudio tiene varias limitaciones, ya que, por ejemplo, el número de muestra es de tan solo 30 estudiantes de una asignatura en un curso académico y por tanto, no permite obtener conclusiones. Ahora bien, como estudio piloto permite sentar las bases para poder realizar investigaciones similares en un futuro.

Como docentes, es necesario conocer de primera mano, con más encuestas, lo que opina nuestro alumnado sobre el trabajo desarrollado y la dedicación de tiempo a la asignatura. Sin embargo, de los datos obtenidos se desprende que la sensación de dedicación que tiene el estudiantado no va acompañada de calificaciones acordes. Este hecho puede deberse a que las horas de estudio no son efectivas, en términos de concentración o dedicación continuada, ya que las distracciones existentes influyen. Por otro lado, otro aspecto que se considera importante es que el estudiantado manifiesta que esta asignatura es una de las que más trabajo supone mientras que observando el número de horas que indican algunos de ellos, cabe recordar que hemos visto que un 25% de la clase invierte menos de 65 horas, el esfuerzo que realizan no es suficiente.

Por último, se considera que este trabajo puede sentar las bases de un trabajo futuro: concienciar al estudiantado de que el tiempo dedicado al estudio debe ser efectivo, pues, en caso de no serlo, su trabajo no aportará lo suficiente como para plasmarse en resultados, y esto puede conllevar una frustración que vaya acompañada de un posible abandono tanto de las materias, especialmente vinculadas con las matemáticas, como de la propia titulación. Por tanto, se considera fundamental tener en cuenta este aspecto como una de las posibles causas de abandono, y se debe trabajar en esta concienciación, tanto desde las instituciones como desde el profesorado.

REFERENCIAS

[1] Créditos ECTS frente a créditos tradicionales en cursos homologados. Página web: <www.campuseducacion.com/creditos-tradicionales-ects-cursos-oposiciones-maestros-profesores> [Consulta: 19 de julio de 2022]

[2] Bonwell, C., Eison, J. A. Active learning: creating excitement in the classroom*, ASH -ERIC higer education report nº1, George Washington university, School of educationand human development* (1991)

[3] Johnson, D. W., Johnson, R., Smith, K. Active learning: cooperation in the college classroom, *Interaction book Co.*, *Edina* (1991)

[4] <<BOE>> núm. 224, de 18 de septiembre de 2003, páginas 34355 a 34356 [Consulta: 19 de julio de 2022]

[5] Andreu Martí, M. M. et al. Instrucciones para planificar la actividad docente de una asignatura: la guía docente y la programación temporal. Página web: > www.upct.es › guias_docentes> [Consulta: 19 de julio de 2022] Universidad Politécnica de Cartagena

La creación de rúbricas de coevaluación como herramienta de enseñanza-aprendizaje. Una experiencia con los futuros maestros de educación primaria

Marta Pla-Castells[1], Carmen Melchor[1], María-Emilia Garcia-Marques[1]

[1] ***Departament de Didàctica de la Matemàtica - Facultat de Magisteri, Universitat de València, Av. Tarongers 4, 46022 València, Spain, e-mail: marta.pla@uv.es, carmen.melchor-borja@uv.es, emilia.garcia@uv.es***

The creation of co-assessment rubrics as a teaching-learning tool. An experience with future elementary education teachers

RESUMEN

En este trabajo se presenta una experiencia en la que los alumnos de tercer curso del grado de Maestro/a en Educación Primaria diseñan una rúbrica para evaluar el trabajo en grupo cooperativo realizado durante el desarrollo de la asignatura «Propuestas Didácticas en Matemáticas». Esta rúbrica, construida mediante consenso de toda la clase, se utilizó para la coevaluación de los miembros de los diferentes grupos cooperativos de la asignatura. El trabajo en la creación de la rúbrica reforzó en el alumnado la clarificación y asimilación del contenido de la asignatura. Además, dado que la creación de rúbricas de evaluación para evaluar contenidos de matemáticas forma parte de las tareas que un futuro maestro debe saber, la experiencia supuso una mejora en la competencia didáctica de evaluación, que se incluye en la competencia profesional docente, de los estudiantes.

Palabras clave: Evaluación formativa, Coevaluación, Rúbricas, Aprendizaje Cooperativo

ABSTRACT

This paper presents an experience in which the students of the third year of the degree of Primary Education Teacher design a rubric to evaluate the cooperative group work carried out during the development of the subject «Propuestas Didácticas en Matemáticas». This rubric, built by consensus of the whole class, was used for the co-evaluation of the members of the different cooperative groups of the subject. The work on the creation of the rubric reinforced the students' clarification and assimilation of the content of the subject. In addition, given that the creation of evaluation rubrics to evaluate mathematics content is part of the tasks that a future teacher should know, the experience meant an improvement in the students' didactic competence in evaluation, which is included in their professional teaching competence.

Keywords: Formative evaluation, Co-evaluation, Rubrics. Cooperative Learning

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje y trabajo cooperativo en las aulas de cualquier nivel educativo se ha convertido en una potente herramienta metodológica capaz de integrar el aprendizaje de contenidos con la adquisición de competencias fundamentales en el alumnado [1] de todos los niveles educativos [2], [3].

Sin embargo, es habitual encontrar alumnado que interpreta el aprendizaje cooperativo con una simple división de tareas y una presentación conjunta de ellas, en lugar de un trabajo coordinado en busca de objetivos comunes. Esta forma de trabajar, comúnmente denominada trabajo en grupo, dista mucho de un modelo de aprendizaje en el que todos los miembros del grupo se beneficien del potencial del resto [4].

Tal y como se describe en las investigaciones de Johnson y Jonhson [5, 6], para que una situación de aprendizaje se pueda considerar aprendizaje cooperativo debe tener los siguientes elementos: (1) Interdependencia positiva: los resultados y el éxito de todos los miembros del grupo están interconectados. De esta forma, el éxito o el fracaso de cada miembro individual del grupo va a repercutir en el éxito o el fracaso de sus compañeros de grupo; (2) interacción: el alumnado de un mismo grupo debe comunicarse, potenciarse, animarse y retarse entre ellos; (3) responsabilidad individual: donde se evalúa el desempeño de cada miembro del grupo y cada individuo se encarga de forma proactiva de que el grupo funcione; (4) uso adecuado de habilidades sociales: el aprendizaje cooperativo necesita, y a la vez refuerza, habilidades sociales básicas; (5) procesamiento grupal: este sucede cuando el grupo reflexiona conjuntamente sobre qué acciones están ayudando a conseguir los objetivos y cuáles deben modificarse para mejorar la eficiencia del grupo.

Para poder potenciar la interacción, así como mantener el equilibrio entre la interdependencia positiva y la responsabilidad individual, es muy importante diseñar herramientas de evaluación que faciliten la evaluación formativa de cada uno de los alumnos, así como una herramienta de evaluación sumativa que permita conocer el nivel de consecución de los objetivos alcanzados por cada miembro del grupo. Una de las herramientas más utilizadas para este fin son las rúbricas de evaluación en las que se pueden tener en cuenta diferentes criterios para calificar y valorar el trabajo realizado dentro del grupo cooperativo [7, 8]. Además, el uso de rúbricas potencia el aprendizaje del alumnado al guiarles de forma más precisa acerca de lo que se espera de ellos y de qué se considera un trabajo exitoso.

Habitualmente, las rúbricas de evaluación son creadas por el docente que tiene que calificar a los estudiantes. Sin embargo, se ha demostrado que involucrar al alumnado en el proceso de definición de las rúbricas de evaluación potencia la reflexión grupal, aumenta su grado de implicación en la asignatura y facilita que el estudiantado clarifique y explicite los estándares esperados en su aprendizaje [9, 10]. Además, la creación de rúbricas de evaluación es una de las competencias que los estudiantes del grado de Maestro/a en Educación Primaria, como futuros docentes, deben adquirir durante su formación académica.

METODOLOGÍA

En este trabajo se presenta una experiencia de aplicación del aprendizaje cooperativo y la creación conjunta de rúbricas de evaluación en la asignatura «Propuestas Didácticas en Matemáticas» de tercer curso del grado de Maestro/a en Educación Primaria.

Contexto

Los alumnos de tercer curso del grado de Maestro/a en Educación Primaria sobre los que se aplicó esta herramienta metodológica pertenecían al itinerario de «Ciencias y Matemáticas». El contenido de esta asignatura está orientado a facilitar que el estudiantado sea competente en la elaboración de diferentes tipos de propuestas didácticas y actividades para las clases de matemáticas de Educación Primaria. Para ello se presentan, analizan y utilizan diversos tipos de recursos que pueden ayudar y facilitar el trabajo del docente en el diseño y puesta en práctica de tales propuestas. En particular, se trabaja la creación, la resolución y la evaluación de tareas de modelización matemática enfocadas a alumnado de entre seis y doce años.

A raíz de un debate inicial con el alumnado, se descubrió que, a pesar de que a lo largo del grado habían realizado numerosos trabajos en grupo, no habían recibido ninguna formación específica en técnicas de aprendizaje cooperativo. Durante las primeras sesiones de la asignatura se explicaron técnicas de trabajo cooperativo, se pusieron en práctica y se realizaron debates críticos sobre las implicaciones de esta forma de trabajo.

Durante todo el curso se utilizó una metodología activa y práctica en el aula, que llevó a que los alumnos realizaran numerosas actividades trabajando de forma cooperativa en grupos de entre 4 y 5 personas. La distribución del alumnado en grupos fue libre y se agruparon en función de afinidades y experiencias previas en cursos anteriores. Aunque de forma puntual se alteraron esos grupos con el objetivo de ampliar su experiencia, los grupos se mantuvieron estables a lo largo de toda la asignatura. La evaluación de la asignatura recaía en un gran porcentaje en la realización por grupos del diseño de una tarea de modelización enfocada a alumnado de Educación Primaria y la exposición de dicha tarea a través de un vídeo.

Intervención en el aula

La estabilidad de los grupos de trabajo durante el desarrollo de toda la asignatura permitió al alumnado tener una experiencia de trabajo cooperativo a largo plazo,

de manera que se pudiera valorar la implicación de cada uno de los miembros del grupo en el resultado del trabajo final de la asignatura.
Durante las últimas dos sesiones del curso se llevó a cabo la intervención en la que el alumnado debía diseñar de forma conjunta una rúbrica de evaluación para analizar las aportaciones de ellos mismos y de sus compañeros al trabajo en equipo.
Esta intervención se dividió en 3 fases:

Fase 1: Cada grupo de trabajo estable debía crear una rúbrica de coevaluación teniendo en cuenta dos dimensiones

- Dimensión cognitiva: aportaciones de cada miembro del grupo al contenido de la asignatura. Se debía tener en cuenta tanto el trabajo en modelización matemática (matematización horizontal) como el trabajo puramente matemático (matematización vertical).

- Dimensión social: aportaciones de cada miembro del grupo a la consecución exitosa de las tareas y del trabajo cooperativo.

En esta fase se les proporcionaron ejemplos de rúbricas de evaluación, tanto de modelización [11] como de trabajo cooperativo [9], presentes en la literatura especializada para orientarles en el proceso de selección de ítems.

Fase 2: Utilizando una pizarra digital, todos los grupos analizaron y debatieron las propuestas del resto de sus compañeros. En el debate en gran grupo se compararon las diferentes propuestas y se acordaron los ítems de la rúbrica definitiva.

Fase 3: Cada alumno debía evaluarse a sí mismo y a cada miembro de su grupo utilizando la rúbrica consensuada.

RESULTADOS

A pesar de que el alumnado sobre el que se hizo la intervención llevaba dos cursos académicos trabajando de forma grupal, nunca se había realizado una reflexión profunda acerca de qué significaba trabajar cooperativamente y cuáles eran los criterios a tener en cuenta cuando se querían evaluar las aportaciones individuales a un trabajo grupal. Esto produjo que en un primer momento tuvieran dificultades para realizar la tarea propuesta en la fase 1, que se resolvieron mediante debates intragrupos y reflexiones individuales.
Durante la fase 2, en la que analizaron las propuestas de otros compañeros, se produjo un debate entre toda la clase donde se acabaron de clarificar los conceptos y la terminología que debía emplearse en la rúbrica consensuada. Durante el debate, surgieron aspectos importantes en la dimensión social como la participación durante la resolución de las tareas, la capacidad de trabajo en equipo de cada integrante, los roles adoptados y las actitudes frente a las opiniones e intervenciones del resto de compañeros. Asimismo, en la dimensión cognitiva, los ítems más discutidos fueron la creatividad matemática, la capacidad de razonamiento, la comprensión profunda de la realidad de la tarea propuesta y la

capacidad de organización de las ideas necesarias para la resolución exitosa del trabajo propuesto.
Todos los ítems de las propuestas realizadas por los grupos fueron discutidos, ordenados y votados, llegando a la definición de una rúbrica de evaluación común (Figura 1)

Dimensión cognitiva

Ítem	1	2	3	4	5
Capacidad de simplificación y síntesis del problema.					
Capacidad de validar los resultados obtenidos					
Conocimiento matemático vertical					
Capacidad de ver más de un modelo (resolver un problema de diferentes maneras)					
Capacidad de adaptación para intentar entender problemas y modelos que no entiende					
Centra la atención en el trabajo y no atiende cosas personales durante el desarrollo de las tareas					
Capacidad de relacionar con problemas que ya se han resuelto anteriormente					
Capacidad de complementar las ideas de los demás					

Dimensión social

Ítem	1	2	3	4	5
Refuerza positivamente las intervenciones y las ideas de los miembros del grupo					
Respeta los argumentos de los demás					
Facilita la comunicación (incita la participación)					
Asistencia (porcentaje de tiempo que atiende las personas)					
Capacidad de liderazgo (asume que su parte de trabajo es fundamental aporta su parte de solución)					
Importancia de sus contribuciones al trabajo en grupo grupo					

Figura 1: Rúbricas de co-evaluación.
(Fuente: Elaboración propia.)

La ejecución de la fase 3 resultó la más complicada para gran parte del alumnado. Pese haber trabajado durante todo el curso la capacidad crítica, el análisis didáctico y la evaluación, el hecho de evaluarse a sí mismos y a sus compañeros les creaba resistencias, aunque la evaluación fuera anónima. Se insistió por parte de las docentes en la necesidad de tener que superar esas resistencias, ya que la competencia de evaluación es una de las más importantes que deben adquirir en su formación como futuros maestros.
Una vez recogidas las rúbricas de coevaluación, se ajustaron las notas del trabajo grupal según los siguientes criterios

- Dimensión cognitiva
  - Entre 5 y 10 puntos +0
  - Entre 10 y 20 puntos +0,2
  - Entre 20 y 30 puntos +0,4
  - Entre 30 y 40 puntos +0,6
- Dimensión social
  - Entre 5 y 10 puntos +0

- Entre 10 y 20 puntos +0,2
- Entre 20 y 30 puntos +0,4

Una vez realizadas las correcciones a la nota del trabajo grupal de la asignatura, todo el grupo de clase estuvo de acuerdo en la aplicación de esta matización en su nota, proveniente de la autoevaluación y coevaluación por parte de su grupo de trabajo.

CONCLUSIONES

El trabajo presentado ejemplifica la aplicación de técnicas metodológicas de aprendizaje cooperativo y de creación conjunta de rúbricas en una asignatura del grado de Maestro/a en Educación Primaria. Los resultados observados en el aula están en la línea de lo estudiado en la literatura. El aprendizaje activo a través de ejercicios prácticos realizados y reflexionados mediante el trabajo cooperativo hizo que el alumnado se mantuviera conectado con la asignatura y trabajara la competencia de capacidad crítica y reflexión acerca de contenidos matemáticos que pueden resultar complejos como la modelización matemática.
La creación conjunta de una rúbrica de evaluación del trabajo realizado durante la asignatura, construida mediante debate y consenso, se utilizó para la coevaluación de los miembros de los diferentes grupos cooperativos de la asignatura. El trabajo en la creación de la rúbrica reforzó en el alumnado la clarificación y asimilación de los contenidos trabajados en clase y les llevó a resaltar la importancia tanto de la dimensión cognitiva como social del trabajo en equipo. Además, la experiencia supuso una mejora en la competencia didáctica de evaluación, que se incluye en la competencia profesional docente de los estudiantes.
Como trabajo futuro se pretende seguir incorporando la creación de rúbricas como herramienta de aprendizaje y evaluación. Para ello se plantean dos líneas de trabajo. En primer lugar, se van a continuar explorando las dimensiones de la evaluación del trabajo cooperativo para incluir nuevos ítems en la evaluación. En segundo lugar, se pretende incorporar la creación conjunta de rúbricas de evaluación desde el principio de la asignatura para que sirvan no solo como herramienta para iniciar la reflexión sobre las diferentes dimensiones sino que también sirva de guía a la hora de realizar el trabajo. A lo largo del curso se pretende volver a revisar conjuntamente las rúbricas para afinar su diseño con los nuevos conocimientos adquiridos.

REFERENCIAS

[1] Azorín Abellán, C. M. (2018). El método de aprendizaje cooperativo y su aplicación en las aulas. *Perfiles educativos, 40*(161), 181-194

[2] Bustamante, S. M. M. (2021). El aprendizaje cooperativo y sus implicancias en el proceso educativo del siglo XXI. *INNOVA Research Journal, 6*(2), 62-76.

[3] Juárez-Pulido, M., Rasskin-Gutman, I., y Mendo-Lázaro, S. (2019). El Aprendizaje Cooperativo, una metodología activa para la educación del siglo XXI: una revisión bibliográfica. Revista Prisma Social, (26), 200-210.

[4] Orozco, E. A., Ruiz, M. D. P. S., y Vivar, D. M. (2018). Qué es y qué no es aprendizaje cooperativo. *Ensayos: Revista de la Facultad de Educación de Albacete, 33*(1), 205-220.

[5] Johnson, R. T., y Johnson, D. W. (2008). Active learning: Cooperation in the classroom. *The annual report of educational psychology in Japan, 47*, 29-30.

[6] Johnson, D.W., y Johnson, R.T. (2009). An Educational Psychology Success Story: Social Interdependence Theory and Cooperative Learning, *Educational Researcher, 38*(5), 365-379

[7] Allen, D., y Tanner, K. (2006). Rubrics: Tools for making learning goals and evaluation criteria explicit for both teachers and learners. *CBE—Life Sciences Education, 5*(3), 197-203.

[8] Delgado, M. A., y Fonseca-Mora, M. C. (2010). The use of co-operative work and rubrics to develop competences. *Education for Chemical Engineers, 5*(3), e33-e39.

[9] Johnson, D. W. y Johnson, R. T. (2015) *La evaluación en el aprendizaje cooperativo*. Ediciones SM. España

[10] Fraile, J., Panadero, E., y Pardo, R. (2017). Co-creating rubrics: The effects on self-regulated learning, self-efficacy and performance of establishing assessment criteria with students. *Studies in Educational Evaluation, 53*, 69-76.

[11] Acebo-Gutiérrez, C. J., y Rodríguez-Gallegos, R. (2021). Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria.*Revista científica*, (40), 13-29.

La enseñanza de la teoría de grafos a través de la modelización

Cristina Jordán Lluch[1], Marina Murillo Arcila[2], Esther Sanabria Codesal[3]

[1] ***Instituto Universitário de Matemática Multidisciplinar, Universitat Politècnica de València, cjordan@mat.upv.es***
[2] ***Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada, Universitat Politècnica de València, mamuar1@upv.es***
[3] ***Departamento de Matemática Aplicada, Universitat Politècnica de València, C/ Camino de vera s/n, 46022 Valencia, Spain, esanabri@mat.upv.es***

Teaching graph theory through modelling

RESUMEN

La enseñanza de la teoría de grafos, debido a su gran aplicabilidad, puede abordarse de formas muy distintas. En demasiadas ocasiones, seguir una metodología "tradicional” fomenta que los alumnos adopten un papel pasivo en el aula, que les lleva a ser meros receptores de contenidos sin aparente vinculación con la realidad, ni espíritu crítico. Con el objetivo de mejorar esta situación, consideramos que cambiar el enfoque es una buena opción para aumentar el interés y la motivación por las matemáticas, haciendo las clases más amenas. Para ello, planteamos problemas de la vida cotidiana cuya solución nos facilite introducir los diferentes conceptos de grafos. De esta manera, se inicia a los estudiantes en el campo de la modelización y la teoría de grafos simultáneamente. En este trabajo presentamos líneas de actuación para poner en práctica este enfoque más aplicado, aportando varios ejemplos concretos.

Palabras clave: metodología, modelización matemática, teoría de grafos.

ABSTRACT

The teaching of graph theory, due to its great applicability, can be approached in many different ways. On too many occasions, following a "traditional" methodology encourages students to adopt a passive role in the classroom, which leads them to be mere receivers of content with no apparent link to reality or critical spirit. To improve this situation, we believe that changing the approach is an excellent option to increase interest and motivation for mathematics, making the classes more enjoyable. To do this, we pose problems from everyday life whose solution helps us to introduce the different concepts of graphs. In this way, we simultaneously introduce students to modelling and graph theory. This paper

presents lines of action to put this more applied approach into practice, providing several concrete examples.

Keywords: methodology, mathematical modelling, graph theory.

INTRODUCCIÓN

El cambio de paradigma experimentado por el sistema educativo en las últimas décadas, impulsado por el acceso a la tecnológica en las aulas, la adaptación pedagógica del conocimiento neurocientífico y las sucesivas políticas reguladoras, entre otros muchos factores, ha propiciado la evolución de la enseñanza universitaria hacia una interconexión más profunda con la sociedad actual.

Sin perder de vista el principal objetivo de los estudios universitarios: formar profesionales cualificados que desarrollen con éxito su actividad profesional, las universidades han pasado de diseñar titulaciones describiendo los contenidos mínimos necesarios, a establecer las competencias específicas y transversales que deben dominar los futuros graduados.

La adaptación a este proceso, especialmente en materias básicas como las matemáticas, requiere diseñar una metodología y evaluación coherentes con este nuevo enfoque.

En este artículo, repasaremos los cambios experimentados tanto en la metodología, como en la evaluación de las asignaturas en las que se imparte teoría de grafos, en las sucesivas titulaciones en Ingeniería Informática de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática (ETSINF) de la Universitat Politècnica de València (UPV).

METODOLOGÍA

Desde 1985 la teoría de grafos está integrada en la materia de matemáticas de los distintos planes de estudios de la titulación en Ingeniería Informática de la ETSINF de la UPV.

Inicialmente, su estudio tenía una fuerte componente teórica y formal, por lo que se impartía con clase magistral, donde se demostraban las propiedades y se analizaban con todo detalle las trazas de los algoritmos estudiados.

La participación de los alumnos en las clases era escasa y se realizaban ejercicios principalmente teóricos.

Los nuevos planes de estudio, en la década de los 90, incorporaron prácticas en las asignaturas y aprovechando el gran potencial de los grafos a la hora de resolver problemas reales, empezamos a plantear aplicaciones prácticas para trabajarlas con los alumnos en las sesiones de laboratorio. Inicialmente, se daba mucho más peso a la correcta resolución del problema, aplicando el algoritmo adecuado, que a la modelización del mismo.

Debido a la sucesiva democratización de las nuevas tecnologías (TIC), y que prácticamente la totalidad del alumnado de la UPV, en particular del perfil de nuestra titulación, tenía acceso a un ordenador y manejaba con soltura aplicaciones y programas informáticos, empezamos a pensar en utilizar a nuestro favor estas herramientas. Así, comenzamos a utilizar software específico en las prácticas para resolver de forma rápida y visual los problemas de modelización planteados. Empezamos utilizando *Mathematica* de Wolfram [1], pero actualmente lo hemos reemplazado por *SWGraphs* [2], mucho más sencillo de manejar y de acceso libre.

Por otra parte, los sucesivos cambios en los planes de estudio, condujeron a una reducción de créditos en nuestras asignaturas y, como consecuencia, también en los contenidos correspondientes a la teoría de grafos.

Como consecuencia de todo ello, hemos ido integrando los conocimientos teóricos impartidos en la asignatura con aplicaciones de estos al mundo real, de forma mucho más sistemática y efectiva, con el objetivo de motivar al alumno a través de la resolución de problemas aplicados, centrando nuestra atención en el aprendizaje de los estudiantes, de manera que la modelización pasó a tener un peso mayor en nuestra metodología.

Observando que los alumnos no aprenden de forma aislada, sino que relacionan las ideas que les presentamos con las que ya conocen [3], resulta interesante utilizar la modelización para cimentar los nuevos conocimientos que les presentamos en nuestras asignaturas, empleando situaciones que tengan sentido para ellos y que se ajusten lo máximo posible a sus intereses para mantenerlos motivados.

Conviene empezar utilizando modelos simples de los nuevos conceptos, aumentando la dificultad a medida que la comprensión del alumno y la complejidad de la materia vayan aumentando.

Para ilustrar esta metodología, plantearemos una serie de situaciones que utilizamos en nuestras aulas. La primera de ellas representa una situación que es posible modelizar a través de un grafo no dirigido, introduciendo de esta manera el nuevo concepto y los elementos que lo caracterizan.

Problema 1

La profesora de Matemática Discreta quiere hacer grupos de 9 alumnos para realizar un proyecto.

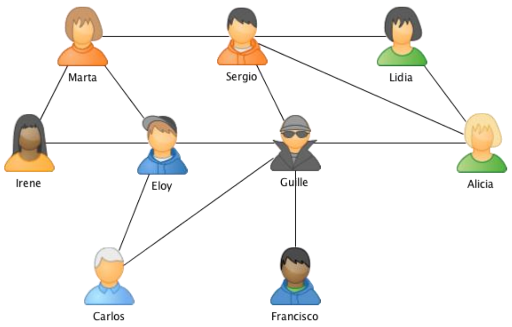
El primero de estos grupos está formado por: Marta, Sergio, Lidia, Irene, Eloy, Alicia, Carlos, Francisco y Guille.

Algunos chicos ya eran amigos antes de empezar el curso, concretamente:

- Marta es amiga de Sergio, Eloy e Irene.
- Sergio de Lidia, Alicia, Marta y Guille.
- Lidia de Sergio y Alicia.
- Alicia de Lidia, Sergio y Guille.
- Eloy de Marta, Irene, Carlos y Guille.
- Carlos de Eloy y Guille.
- Guille de Sergio, Alicia, Francisco, Carlos y Eloy y, finalmente,
- Francisco de Guille.

Para que sea más fácil saber en un momento dado quién es amigo de quién, ***¿cómo podrías representar la situación de forma más clara?***

Los alumnos proponen en general, dos posibilidades, relacionando a los amigos de forma gráfica, o bien, utilizando una tabla, como vemos en la Figura1:



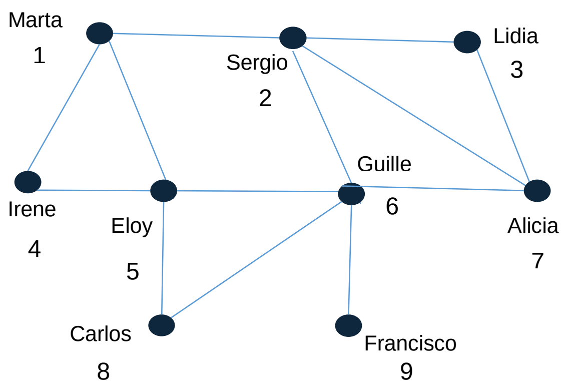
	M	S	L	I	E	G	A	C	F
M		x		x	x				
S	x		x			x	x		
L		x					x		
I	x				x				
E	x			x		x		x	
G		x			x		x	x	x
A		x	x			x			
C					x	x			
F						x			

Figura 1: Relaciones entre amigo del Problema 1

Esto nos permite introducir el concepto de grafo y modelizar el problema considerando como el conjunto de vértices que lo definen (V) a los alumnos y como aristas (E) los pares ordenados que determinan la relación de amistad entre ellos, es decir:

V ={Marta, Sergio, Lidia, Irene, Eloy, Guille, Alicia, Carlos, Francisco }
E ={(u,v) / u,v $\in$ V y u es amigo de v}

Notamos que la información del grafo se puede representar de forma gráfica o mediante la matriz de adyacencia, que en el caso de grafos no dirigidos es simétrica, como vemos a continuación:



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Una vez definido el grafo, podemos introducir el concepto de grado de un vértice, relacionándolo, por ejemplo, con el número de amigos que tiene cada alumno.
En general buscamos situaciones cotidianas que nos facilitan la explicación tanto de los diferentes tipos de grafos, como de sus principales propiedades,

como por ejemplo la propiedad de los grafos no dirigidos: ***el número de vértices de grado impar es par***, como se muestra a continuación:

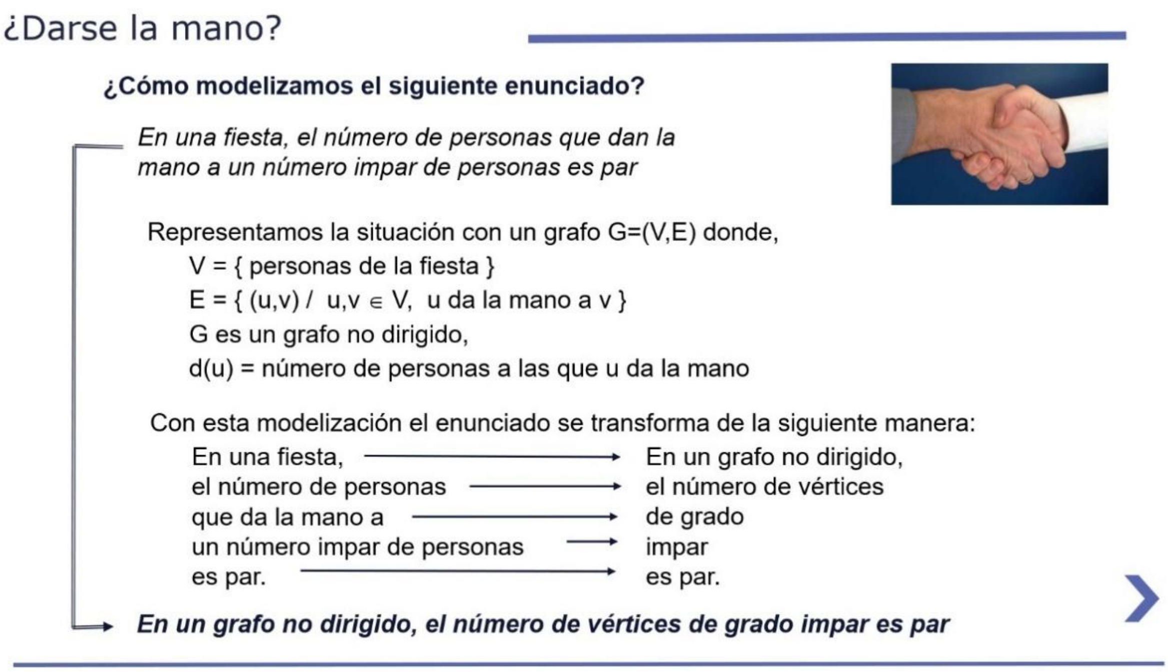


Figura 2: Propiedad de los grafos no dirigidos

Podemos motivar el uso de esta propiedad en el problema anterior, planteando si es posible elegir parejas de alumnos, que sean amigos, para hacer un trabajo. Utilizando la siguiente situación, introducimos el concepto de grafo dirigido:

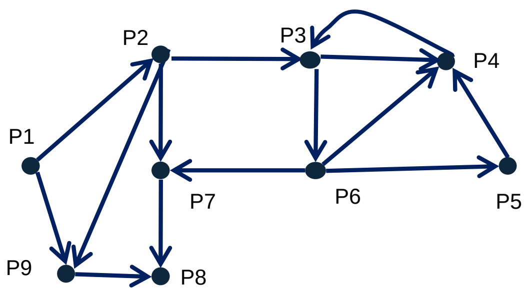
Problema 2

Se está diseñando una pequeña urbanización de adosados.
Como innovación han decidido que los cruces de las calles sean pequeñas placitas, lo que da sensación de amplitud. Uno de los puntos a estudiar es el sentido de la circulación vial en cada uno de los tramos.
El concejal de urbanismo nos propone la siguiente opción, donde P. significa plaza: de la P.1 hacia la 2 y la 9, de la P.2 hacia la 3, 7 y 9, de la P.3 hacia la 4 y la 6, de la P.4 hacia la 3, de la P.5 hacia la 4, de la P.6 hacia la 4, 5 y 7, de la P.7 hacia la 8 y finalmente de la P.9 hacia la 8.
¿Cómo representaríamos un mapa de la urbanización?

En este caso, la situación se puede modelizar como muestra la Figura 3, y podríamos trabajar conceptos como accesibilidad, conexión, aristas de corte, orientabilidad, etc., a través de preguntas del tipo:

- ¿Se podrá llegar de la plaza 1 a las demás? ¿Y desde la 6?

- ¿Qué opinas del plan de circulación ideado por el concejal? ¿Crees que es adecuado? ¿Puedes diseñar uno mejor?

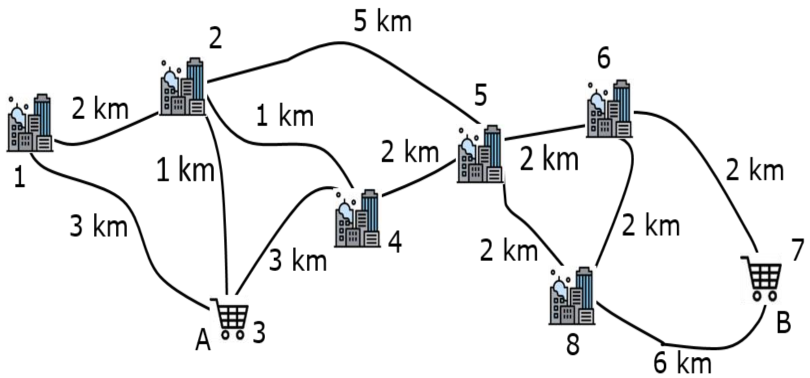


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Figura 3: Grafo y matriz de adyacencia (no simétrica) del Problema 2

Por otro lado, debemos potenciar que los alumnos no se limiten a aplicar los algoritmos en los grafos que modelizan el problema, sino que analicen las diferentes situaciones (o restricciones) que aparezcan en un mismo problema, simplifiquen al máximo los grafos antes de aplicar los algoritmos y comprueben las hipótesis necesarias antes de aplicar cada uno de ellos.
Para ilustrar esto podemos plantear la siguiente situación, donde aparecen diferentes restricciones del problema planteado inicialmente, lo que conduce a la utilización de diferentes conceptos y algoritmos en un mismo problema.

Problema 3
Se han inaugurado dos grandes supermercados de la cadena *PrecioJusto*, en las cercanías de ocho poblaciones que reciben una gran cantidad de turistas cada verano. Podemos ver un mapa de la zona en la figura, donde los números representan los kilómetros entre las poblaciones, o las poblaciones y los supermercados *PrecioJusto*, respectivamente.



a) ¿Cuál es el número mínimo de kilómetros que deberán recorrer los habitantes de las poblaciones para ir a un supermercado *PrecioJusto*?
b) Debido a unas obras de alcantarillado, las carreteras que unen la población 2 con la 5, y la población 4 con la 5 están en obras, lo que produce atascos monumentales ¿A qué supermercado (*PrecioJusto A* o *PrecioJusto B*) tendrán acceso los habitantes de los distintos pueblos si no quieren pasar por el tramo en obras?
c) Una vez terminadas las obras de alcantarillado y dado el estado en que han quedado parte de las carreteras, lo antiguo de otras, y la alta afluencia de

veraneantes, los gerentes de los supermercados *PrecioJusto A* y *B* hablan con los ayuntamientos para que mejoren los accesos a estos centros. El ayuntamiento se queja de que el presupuesto va a ser muy alto, a lo que los supermercados replican que no es necesario que lo renueven todo, pero sí lo suficiente para que desde cualquier población se pueda llegar por una carretera en buen estado a cualquiera de ellos y que, en ese caso, colaborarán económicamente. Hacen hincapié en que, dado el gran número de habitantes de la población 4, esta debe estar unida al supermercado *PrecioJusto A*, con una buena carretera y, además, lo más corta posible. ¿Qué les recomendarías hacer? ¿Cuál sería el coste total del proyecto si este es proporcional a los kilómetros construidos entre las poblaciones?

El apartado a), donde buscamos caminos más cortos, lo resolvemos aplicando el algoritmo de Dijkstra, a los vértices 3 y 7, correspondientes a los supermercados. En el apartado b) es conveniente construir un nuevo grafo, eliminando las aristas correspondientes a las carreteras con atasco, y aplicar algoritmos de búsqueda como BFS o DFS. Por último, en el apartado c) aplicamos Dijkstra entre los vértices 4 y 3, para obtener el camino más corto entre la población 4 y el supermercado *PrecioJusto A*, y para garantizar que al aplicar el algoritmo de Kruskal se mantenga el camino obtenido, sustituimos el peso de sus aristas por 0, de manera que Kruskal las elegirá en primer lugar al calcular el árbol generador de mínimo coste.
A la hora de aplicar los algoritmos necesarios para resolver los problemas, utilizamos el software libre SWGraphs, lo que nos permite ser más eficientes y centrarnos en trabajar una correcta modelización de los problemas. En artículos [4], [5], [6], [7] y [8], o bien en el libro [9] se pueden consultar más ejemplos de este tipo.

EVALUACIÓN

La evaluación constituye el broche final de la docencia, siendo una de las etapas más importantes y, sobre todo, más delicada del proceso.
Desde nuestro punto de vista, la evaluación debe ser formativa, es decir, es importante que forme parte del proceso de aprendizaje y sea coherente con él. Por tanto, un cambio en la metodología conlleva necesariamente un cambio en el diseño de los sistemas de evaluación aplicados.
Proponemos, desde esta perspectiva, dos posibles escenarios:

- Opción 1: Examen con dos partes
    - Parte 1: Prueba escrita con cuestiones teóricas
    - Parte 2: Prueba práctica, a través de problemas de modelización con la ayuda de algún tipo de software.
- Opción 2: Examen y trabajo
    - Prueba escrita con cuestiones teóricas
    - Trabajo: Presentación de un problema original, que sintetice la aplicación de la teoría y los algoritmos estudiados.

En nuestra opinión, la segunda opción resulta la más interesante, aunque la cantidad de alumnos en el aula puede hacerla inviable para el profesor debido a la excesiva carga de trabajo que supone.

CONCLUSIONES

La adaptación de la metodología y la evaluación de las asignaturas donde se imparte la teoría de grafos en la titulación de Ingeniería Informática de la ETSINF de la UPV, basada en la modelización matemática y la utilización de nuevas tecnologías, ha contribuido a mejorar el aprendizaje significativo en los alumnos, así como a favorecer la adquisición de las competencias propias del título, necesarias para formar profesionales cualificados.
Los resultados obtenidos en los cursos donde hemos implementado esta metodología de forma gradual, nos ha reafirmado en lo interesante que resulta un enfoque aplicado y más realista de las asignaturas para los estudiantes.

REFERENCIAS

[1] Wolfram. Página web: <Wolfram: Computation Meets Knowledge> [Consulta: 16 de julio de 2022]

[2] Chamorro Molina, J. Solving With Graphs 2.0 (2014). Página web: http://hdl.handle.net/10251/36155 > [Consulta: 16 de julio de 2022]

[3] Arnold, M., Millar, R. Learning the scientific «story»: a case study in the teaching and learning of elementary thermodynamics. *Science Education*, 80, 3, 249-281 (1996)

[4] Jordán, C., Burriel, J., Hérraiz, R. Un problema a resolver con los algoritmos de caminos más cortos, *Modelling in science education and learning*, 4, 21 (2011)

[5] Jordán, C., Sanabria-Codesal, E., Pérez Peñalver, M. J. Estrategias matemáticas en la ONU, *Pensamiento matemático*, Vol. II, 2, 55-66 (2012)

[6] Jordán, C., Sanabria-Codesal, E. Grafos hamiltonianos en el diseño de viajes, *Modelling in science education and learning*, 6, 2, (2013)

[7] Jordán, C., Murillo-Arcila, M., Torregrosa, J. R. The STEM Methodology and Graph Theory: Some Practical Examples. *Mathematics*, 9, 23 (2021)

[8] Cordero, A., Jordán C., Murillo-Arcila M., Sanabria-Codesal E. A Game for Learning How to Model in Graph Theory. *Mathematics*, 1, 1 (2022)

[9] Jordán, C., Murillo-Arcila, M., Seoane-Sepúlveda, J. B. Teoría de grafos y modelización. Problemas resueltos. Ed. Paraninfo, 2022. ISBN: 9788413679280.

Las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias como instrumento para alcanzar los Objetivos de Desarrollo Sostenible

Rosa Donat, Sergio López-Ureña, Luis Marco, Pep Mulet

Departament de Matemàtiques, Universitat de València, C/ Dr. Moliner 50, 46100 Burjassot (València), Spain, sergio.lopez-urena@uv.es

Ordinary Differential Equations as a tool to achieve the Sustainable Development Goals

RESUMEN

Aunque los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) son una iniciativa internacional muy importante, encontramos que la desconocen gran parte de la población, y en concreto de los estudiantes de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universitat de València.
Hemos introducido a estudiantes de segundo curso, del grado en matemáticas y del doble grado en física y matemáticas, en la iniciativa de los ODS mediante la asignatura “Ecuaciones Diferenciales Ordinarias” (EDO).
Poniendo de manifiesto la fuerte relación que tienen las EDO con los ODS, se quiere contextualizar la asignatura socialmente. Esto pretende que los/las estudiantes vean que, como futuros matemáticos, sus conocimientos y habilidades matemáticas pueden emplearse en la resolución de problemas reales de calado.

Palabras clave: EDO, ODS

ABSTRACT

Although the Sustainable Development Goals (SDG) is a very important international initiative, we find that a large part of the population, and specifically the students of the Mathematical Sciences Faculty of the Universitat de València, are unaware of it.
We have introduced second year students, of the degree in mathematics and of the double degree in physics and mathematics, in the SDG initiative through the

subject “Ordinary Differential Equations” (ODE).
Highlighting the strong relationship that the ODE have with the SDG, we want to contextualize the subject socially. This is intended for students to see that, as future mathematicians, their mathematical knowledge and skills can be used in solving real world problems.

Keywords: ODE, SDG

INTRODUCCIÓN

Los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) son una iniciativa internacional con la intención de luchar contra el cambio climático y las desigualdades económicas y sociales mediante el consumo responsable de los recursos naturales y el uso y desarrollo de nuevas tecnologías, entre otros medios. Además, estos objetivos planteados deben alcanzarse antes del año 2030.

A pesar de la importancia del proyecto y su urgencia, buena parte de la población desconoce los ODS, en particular, el estudiantado de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universitat de València.

Pensamos que no se trata el tema de los ODS en las asignaturas de matemáticas, aunque las matemáticas juegan un papel decisivo para alcanzar los objetivos, ya que sostienen a nivel técnico gran parte de las innovaciones tecnológicas y permiten analizar con fiabilidad y potencia datos de todo tipo. Cabe destacar esto porque nuestra sociedad está aumentando la producción de datos, los cuales conviene procesar y analizar.

En particular, las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) se utilizan para modelizar fenómenos de diversas procedencias. Por ejemplo, fenómenos naturales y sociales. Por tanto, se pueden utilizar para la optimización de recursos o para simular y predecir eventos. Las EDO pueden ayudar a lograr cada uno de los 17 ODS. En la Tabla 1 especificamos cómo se relaciona cada ODS con cada cita de la bibliografía.

Los autores de este trabajo hemos llevado a cabo en el curso 2021-2022 un proyecto de innovación educativa titulado “Consciènciar sobre els Objectius de Desenvolupament Sostenible mitjançant les Equacions Diferencials Ordinàries”, con el que se proponía introducir a los estudiantes de nuestra facultad en la iniciativa de los ODS mediante las asignaturas Ecuaciones Diferenciales Ordinarias del grado en matemáticas y del doble grado en física y matemáticas, en la Universitat de València.

Pensábamos que contextualizar la asignatura de esta forma motivaría al estudiantado, porque verían cómo ellos, como futuros matemáticos, pueden utilizar sus conocimientos y habilidades matemáticas para la resolución de problemas reales. Se pretendía que las/os estudiantes tomen conciencia de los ODS, que están ligados a problemas actuales de la sociedad, y motivarlos con esta perspectiva práctica y útil de la asignatura para facilitar el aprendizaje autónomo.

METODOLOGÍA

Se han realizado diapositivas en las que se relaciona las EDO con los ODS [M2] y se ha realizado un vídeo explicativo [M1]. Se han elaborado y distribuido encuestas a las/os estudiantes para analizar el impacto de esta propuesta educativa [M3].

Los ODS se han trabajado, principalmente, en las sesiones de *seminario*. Las sesiones de *teoría* son muy abstractas en esta asignatura, y no da pie a hablar de problemas reales. Las sesiones de *prácticas*, a su vez, pretenden que los estudiantes se familiaricen con los conceptos de teoría y los trabajen. Es por tanto en las sesiones de *seminario*, que están presentes desde el comienzo del cuatrimestre hasta el final, son una buena oportunidad para que los estudiantes salgan de la abstracción del temario, presentándoles problemas de la sociedad que pueden resolver con lo que están aprendiendo en este curso.

Acciones realizadas

En la introducción de la asignatura, en la primera semana de clase, los profesores de *teoría* hablaron sobre los ODS y plantearon el contenido de la asignatura como una manera de afrontar los ODS. Con esta acción se pretendía motivar a los estudiantes a ver el contenido de la asignatura como algo útil. Antes de la primera sesión de la asignatura, se facilitó un cuestionario online [M3→Encuesta 1] en el que valoraron lo útil que les parece las matemáticas en la resolución de problemas de la sociedad.

Se presentó cada uno de los 17 ODS, mediante un vídeo explicativo [M1], dando la relación que tienen con las EDO, para el cual se elaboraron unas diapositivas [M2]. El vídeo se mostró a los estudiantes antes de la primera sesión de seminarios, en la que tuvieron que trabajar las EDO orientadas a los ODS. El vídeo sigue el esquema de la Tabla 1:

Tabla 1: Esquema seguido en el vídeo que relaciona los ODS con las EDO.

ODS	*Uso de las EDO*
ODS 1, 8 (Fin de la pobreza, Trabajo decente y crecimiento económico)	Modelado económico [1]
ODS 2, 4 (Hambre cero, Educación de calidad)	Dinámica de poblaciones y recursos [2]
ODS 3 (Salud y bienestar)	Medicina [3]
ODS 5, 10 (Igualdad de género, Reducción de las desigualdades)	Modelización de fenómenos sociales [4]
ODS 6 (Agua limpia y saneamiento)	Optimización del tratamiento de aguas residuales [5]
ODS 7 (Energía asequible y no-contaminante)	Modelizar la producción y demanda de energía [6]
ODS 9 (Industria, innovación e infraestructuras)	Industria [7]
ODS 11 (Ciudades y comunidades sostenibles)	Modelado del tráfico [8]
ODS 12 (Producción y consumo responsable)	Economía circular [9]
ODS 13 (Cambio climático)	Simulación climática [10]
ODS 14, 15 (Vida submarina, Vida de	Simulación de ecosistemas [11]

ecosistemas terrestres)	
ODS 16, 17 (Paz, justicia e instituciones sólidas, Alianzas para conseguir los objetivos)	Descripción de sistemas políticos [12]

Fuente: Elaboración propia.

Con esta acción se pretende que los estudiantes tomen conciencia de cuál es la finalidad del proyecto de los ODS, consolidando lo tratado en la primera semana de clases de Teoría. Antes de la primera sesión de *seminarios*, facilitamos un cuestionario en el que pudieron valorar lo útil que les parece las EDO, en particular, con la misma finalidad [M3→Encuesta 2]. Así pudimos comparar el efecto de esa presentación del contenido.

En la Encuesta 1 se les preguntó si conocían este proyecto internacional. En la Encuesta 2 se les preguntó lo importante que consideran los ODS en el futuro de la sociedad y cuánta amplitud/transversalidad del proyecto consideran que tiene. También sobre cuánta relación piensan que tienen con las matemáticas.

Se plantearon tareas en las que trabajar con EDOs con orientación a los ODS, durante las sesiones de Seminario:

- Trabajo sobre modelos poblacionales (Sesiones de Seminario 1 y 2).
- Trabajo sobre modelos de propagación de enfermedades infecciosas (Sesiones de Seminario 5).

Se pretendió que los alumnos trabajasen los contenidos del curso con un ejemplo cercano a la realidad, con el fin de que aprendan a aplicar los resultados teóricos a la práctica. Las encuestas 2 y 3 sirvieron para obtener su impresión sobre la utilidad de la asignatura en su futuro matemático y laboral. La encuesta 3 [M3→Encuesta 3] fue cumplimentada al final de curso.

RESULTADOS

Se han pasado tres encuestas a los estudiantes que pretendían medir el impacto que tiene la contextualización de la asignatura en el concepto que los estudiantes tienen de la asignatura y de su utilidad práctica. También sobre si conocen a los ODS y sobre la utilidad de las matemáticas y, en particular, de las EDO en problemas reales y para lograr los ODS.

A continuación, se presentan los resultados más relevantes de las encuestas. Para conocer todos los resultados, puede consultarse los archivos en [M3]. Cada pregunta tiene como respuesta un número entero del 1 al 5. A lo largo de esta sección, mostraremos un seguido de gráficas mostrando la frecuencia relativa de cada respuesta.

De un total de 136 matriculados en la asignatura (que corresponden a dos grupos del Grado en Matemáticas y a un grupo del Doble Grado en Física y Matemáticas), se han obtenido un total de 92, 59 y 60 respuestas, en cada una de las tres encuestas. Se aprecia una severa reducción de la tasa de participación.

En una encuesta inicial, antes de introducir los ODS, se les pregunta si los conocen y también por la utilidad práctica de su titulación. Hemos encontrado que una minoría conocen a los ODS y que la utilidad que consideran de las matemáticas para resolver problemas reales es elevada (ver Figuras 1 y 2).

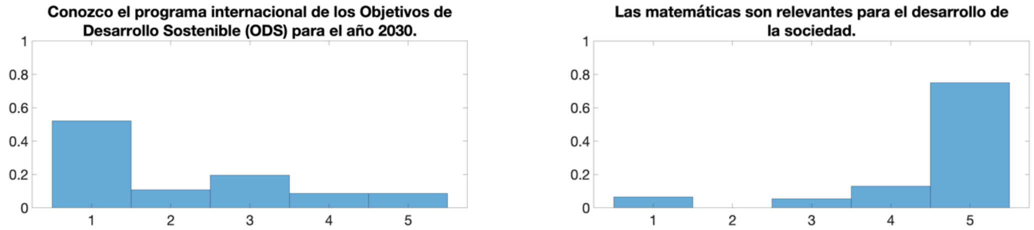


Figura 1: Desconocimiento de los ODS vs. Relevancia de las matemáticas para la sociedad. Encuesta 1.

(Fuente: Elaboración propia)

Del hecho que los estudiantes ya tenían una idea útil de las matemáticas, se deduce que las acciones formativas de este proyecto no pueden tener un impacto significativo en este sentido. Sería interesante ver las consecuencias de estas acciones en estudiantes no-matemáticos.

Un hecho destacable es que consideran que las matemáticas son relevantes para la resolución de problemas reales, pero no creen que lo sean tanto en su futuro laboral (ver Figura 2). Nosotros pensamos que su futuro laboral y la resolución de problemas reales están ligados y nos preguntamos qué explica esta (modesta) diferencia.

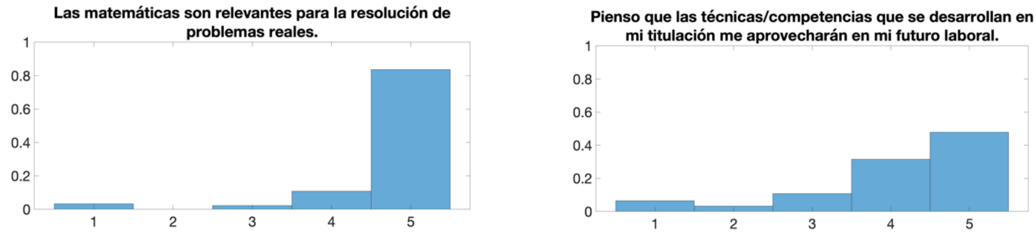


Figura 2: Relevancia de las matemáticas en: Resolución de problemas vs. Futuro laboral. Encuesta 1.

(Fuente: Elaboración propia)

Encontramos resultados muy similares en las preguntas “Pienso que el contenido/temario que se imparte en mi titulación me aprovechará en mi futuro laboral” y “Pienso que las técnicas/competencias que se desarrollan en mi titulación me aprovechará en mi futuro laboral”. Como era de esperar, es algo superior cuando se pregunta por las competencias, ya que es uno de los argumentos clásicos cuando se defiende los estudios en matemáticas, pero sorprende un poco (y nos alegra) que estudiantes de segundo curso consideren igualmente útil su contenido, a pesar de ser tan específico y abstracto.

En la segunda encuesta, que se realizó dos semanas después de la primera encuesta y el primer seminario, ya habiéndolos introducido los ODS, casi todos afirmaban conocer a los ODS (como es de esperar), pero además mejoraron las respuestas de la pregunta “Las matemáticas son relevantes para superar las desigualdades sociales” (ver Figura 3).

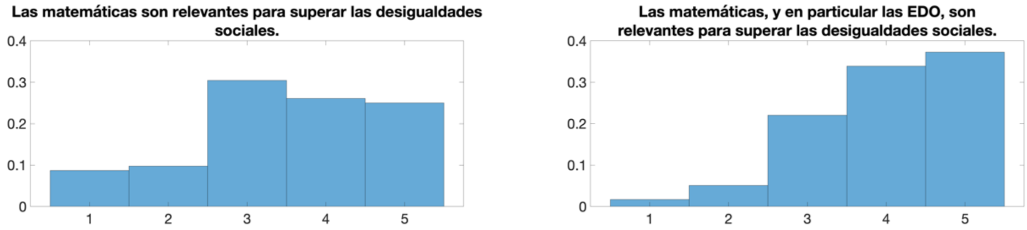


Figura 3: Utilidad de las matemáticas para superar las desigualdades sociales: Diferencia entre Encuestas 1 y 2.

(Fuente: Elaboración propia)

De la primera y segunda encuesta se obtiene que los estudiantes piensan que las matemáticas son útiles, pero las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias lo son algo menos que las matemáticas (ver Figura 4). Es razonable siendo que una contiene a la otra. En este sentido, las acciones realizadas han tenido poco efecto, ya que los estudiantes tenían previamente una alta consideración de las matemáticas. Sería interesante ver las consecuencias de estas acciones en estudiantes no-matemáticos.

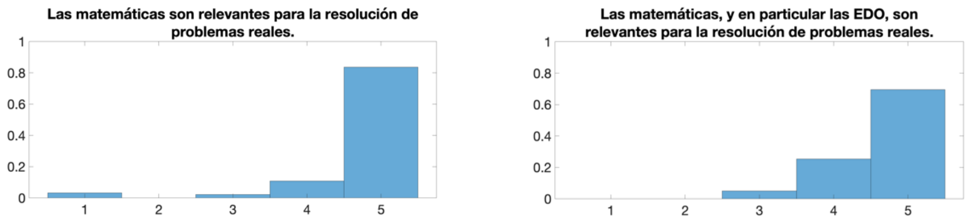


Figura 4: Problemas reales: Diferencia entre Encuestas 1 y 2.

(Fuente: Elaboración propia)

Detectamos en el doble grado Física-Matemáticas, que se realizó en el primer cuatrimestre del curso, que pocos estudiantes visualizaban el vídeo antes de llenar la segunda encuesta, que conducía a respuestas numéricamente más bajas en la encuesta. Tras incluir la pregunta trivial “¿Has visto el siguiente vídeo? https://youtu.be/RVnykFXqccY” al principio del cuestionario en el segundo cuatrimestre para el grado en Matemáticas, encontraremos que las respuestas mejoraron considerablemente. Esto pone de relevancia la importancia de diseñar estrategias de control para que los estudiantes cumplan las instrucciones del profesorado.

De la tercera encuesta [M3] se reafirma su útil percepción de las matemáticas, y en particular de las EDO, en el futuro del estudiantado. Nos llena de satisfacción saber que las respuestas a “Creo que ahora tengo más comprensión de las matemáticas, en general, que al principio del cuatrimestre han sido muy elevadas” son tan positivas (ver Figura 5).

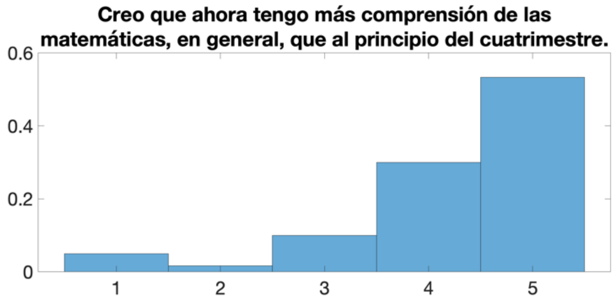


Figura 5: Mejora en la comprensión de las matemáticas. Encuesta 3.

(Fuente: Elaboración propia)

CONCLUSIONES

Pensábamos que mostrar la relación entre los ODS y las EDO haría que la asignatura se contextualice en el panorama social. De esta forma, el estudiante podría percibir el temario como algo útil y necesario para que en el futuro ella/él pueda contribuir como parte trabajadora de la sociedad. Esto podría transformarse en motivación y mejorar los resultados académicos. Sin embargo, hemos visto en las encuestas que esta percepción es ya bastante alta, y por tanto el impacto puede haber sido bajo en este sentido.

Esto lleva a pensar que el impacto puede ser mucho mayor si estas acciones se aplicasen a estudiantes con una menor percepción de la utilidad de las matemáticas a priori, como bien podría ser en otras titulaciones. Sería interesante comprobarlo en un futuro proyecto de innovación educativa.

Sin duda las acciones han servido para que los estudiantes conozcan a los ODS. La parte de divulgación de los ODS (vídeo y diapositivas) es accesible incluso para un perfil de estudiantes no-matemáticos (incluso no-científico), por lo que podría difundirse a otros estudiantes universitarios o no-universitarios. Sería especialmente transferible a otras asignaturas de matemáticas en las que se estudian EDOs (como en ingenierías y en otras ciencias básicas). En esas situaciones, valdría para contextualizar la unidad didáctica de las EDO en el contexto social.

También es transferible a asignaturas no-matemáticas la siguiente conclusión obtenida de las encuestas: Se ha puesto de manifiesto que relacionar la asignatura con los ODS hace que la asignatura se contextualice en el panorama social, sobre todo en la lucha contra las desigualdades. De esta forma, el estudiante percibe el temario como algo útil y necesario para que en el futuro él/ella pueda contribuir como parte trabajadora de la sociedad. Esto podría transformarse en motivación y mejorar los resultados académicos, especialmente cuando el temario no tiene una alta percepción inicial por parte de los estudiantes.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte de la Universitat de València dado a través del

proyecto de innovación educativa UV-SFPIE_PID-1639406.

MATERIAL

[M1] Vídeo introductorio: https://www.youtube.com/watch?v=O9X9FeP0xPQ

[M2] Entrada del blog con las diapositivas: https://louser.blogs.uv.es/2022/06/02/los-objetivos-de-desarrollo-sostenible-y-su-relacion-con-las-ecuaciones-diferenciales-ordinarias/

[M3] Material de las sesiones de seminario, encuestas y resultados de las encuestas: https://nuvol.uv.es/owncloud/index.php/s/hBXgZ4HhsfASOE3

REFERENCIAS

[1] C.-F. Lee i J. Shi, «Application of Alternative ODE in Finance and Economics Research,» de *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*, Springer US, 2010, pp. 1293-1300.

[2] M. Austin, D. Boelkins i S. Schlicker, «Population Growth and the Logistic Equation,» 2020. [En línia]. Available: https://math.libretexts.org/@go/page/4339.

[3] P. Deuflhard, «Differential equations in technology and medicine: Computational concepts, adaptive algorithms, and virtual labs,» de *Computational Mathematics Driven by Industrial Problems: Lectures given at the 1st Session of the Centro Internazionale Matematico Estivo (C.I.M.E.) held in Martina Franca, Italy, June 21--27, 1999*, Berlin, Springer Berlin Heidelberg, 2000, pp. 69-125.

[4] L. Ó. Náraigh, «A differential-equation-based model of the glass ceiling in career progression,» *The Journal of Mathematical Sociology,* vol. 44, núm. 1, pp. 42-64, 2020.

[5] M. Nova i P. Horvat, «Mathematical modelling and optimisation of a waste water treatment plant by combined oxygen electrode and biological waste water treatment model,» *Applied Mathematical Modelling,* vol. 36, núm. 8, pp. 3813-3825, 2012.

[6] L. Zjavka i V. Snásel, «Power Output Models of Ordinary Differential Equations by Polynomial and Recurrent Neural Networks,» de *Innovations in Bio-inspired Computing and Applications*, Springer International Publishing, 2014, pp. 1-11.

[7] E. Momoniat, T. G. Myers, M. Banda i J. Charpin, «Differential Equations with Applications to Industry,» *International Journal of Differential Equations,* vol. 2012, p. 491874, 2012.

[8] M. Herty, A. Klar i A. Singh, «An ODE traffic network model,» *Journal of Computational and Applied Mathematics,* vol. 203, núm. 2, pp. 419-436, 2007.

[9] F. Charnley, D. Tiwari, W. Hutabarat, M. Moreno, O. Okorie i A. Tiwari, «Simulation to enable a data-driven circular economy,» *Sustainability,* vol. 11, núm. 12, p. 3379, 2019.

[10] J. F. N. Dunmyre, T. Bogart, C. Rasmussen i K. Keene, «Climate Change in a Differential Equations Course: Using Bifurcation Diagrams to Explore Small Changes with Big Effects,» *CODEE Journal,* vol. 12, núm. 1, p. 1, 2019.

[11] S. Busenberg, Differential Equations and Applications in Ecology, Epidemics, and Population Problems, Elsevier, 2012.

[12] A. K. Misra, «A simple mathematical model for the spread of two political parties,» *Nonlinear Analysis: Modelling and Control,* vol. 17, núm. 3, pp. 343-354, 2012.

Mi diario/bitácora/blog de asignatura

María José Pérez-Peñalver

[1] ***Departamento de Matemática Aplicada,***
Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, 46022 Valencia, Spain,
mjperez@mat.upv.es

My class diary/ binnacle/blog

RESUMEN

En esta comunicación mostraré y analizaré uno de los últimos cambios que he introducido en mi manera de funcionar en las asignaturas que imparto: se trata de un diario/bitácora/blog de asignatura en la plataforma Poliformat, que es la utilizada corporativamente por mi universidad. Este cambio quizás se ha acelerado por todo lo vivido en los últimos años tras la irrupción de la Covid pero tiene su origen en la idiosincrasia actual de nuestros estudiantes.

Palabras clave: aprendizaje híbrido, diario de clase, bitácora, cuaderno de aprendizaje

ABSTRACT

In this communication I will show and analyze one of the latest changes that I have introduced in my way of working in the subjects I teach: it is a class diary/log/blog on the Poliformat platform, which is used corporately by my university. Probably this change has been accelerated by the experiences lived in recent years after the outbreak of Covid, but it has its origin in the current idiosyncrasy of our students.

Keywords: blended learning, class diary, bbinacle, blog

INTRODUCCIÓN

En un mundo ideal como docentes estamos idealmente obligados a conocer las características de los alumnos a los que nos dirigimos. Metafóricamente, en lenguaje comercial, nosotros somos vendedores y ellos clientes, y, en lenguaje Eteatral, nosotros somos actores y directores y ellos nuestro público. En uno y en otro caso, para llevar a buen puerto nuestros objetivos, debemos saber a quién nos dirigimos y para ello debemos disponer de buenos canales de comunicación, además de diferentes estrategias e instrumentos para conocerlos. A lo largo del tiempo, los estudiantes universitarios tienen las mismas edades y capacidades cognitivas, tienen diversidad de conocimientos y de estilos de aprendizaje, pero hay circunstancias que cambian y son características de las diferentes generaciones.

En la generación actual quizás el principal factor que les influye es el uso masivo y muchas veces abusivo de los dispositivos electrónicos. Esto les marca su ocio, la manera de relacionarse y, claro, la forma de estudiar y de comportarse en las aulas. Atrás quedaron los tiempos en los que todos los alumnos religiosamente tomaban apuntes de todo lo que sucedía en las clases. Es cierto que todavía bastantes lo hacen, pero otros prefieren atender, tomar nota puntualmente o abstraerse de alguna forma si es que se han perdido, están aburridos o están cansados. Algunos confían en que todo está disponible digitalmente, y eso, que tiene parte de verdad, hace que muchas veces desaprovechen todo el potencial de tomar parte más activa y menos contemplativa en esos valiosos momentos del aprendizaje. Esto hace que un número no desdeñable de estudiantes tengan los materiales poco o nada estructurados, tanto en papel como en digital, y no tengan un mapa mental claro de la asignatura o de los contenidos.

Tenía en mente estas cuestiones y además trataba de ordenar los materiales de mis asignaturas en la plataforma Poliformat de mi universidad. Ello me llevó a una de las innovaciones que introduje en el curso 2019/20: creé un diario de clase/ cuaderno de bitácora/blog de la asignatura en la Plataforma de formación que utiliza mi universidad, Poliformat.

Como término pedagógico tradicionalmente los diarios tienen dos grandes variantes: el *diario de clase del profesor* y el *diario de clase del alumno* (o bien *diario de aprendizaje/portafolio del estudiante*). El segundo, es un registro individual donde cada estudiante escribe su experiencia personal en las actividades que va realizando a lo largo de una asignatura o durante determinado período de tiempo. Su objetivo es analizar el avance y las dificultades que los estudiantes tienen para alcanzar las competencias, lo cual logran escribiendo respecto a su participación, sentimientos, emociones e interpretaciones ([1]). El primero, está formado por los escritos y notas tomadas por un profesor después de haber realizado la observación o auto-observación de una clase ([2]). Es un instrumento que permite la reflexión y obliga a repensar con detalle los procesos e interacciones más sobresalientes de una clase y es uno de los instrumentos básicos de evaluación que debe elaborar cualquier docente que pretenda una actitud reflexiva en su labor ([3]).

En educación *el blog de asignatura* o *edublog* es una publicación en red que permite a los usuarios crear y editar el contenido; se compone de una página de entradas que son accesibles para el público y están dispuestas cronológicamente en orden inverso ([5]). Es una buena herramienta tanto para alumnos como para profesores ya que permite recabar información, compartir fuentes, experiencias y facilita la comunicación entre sus participantes ([4]).

Mi diario de asignatura tiene componentes de estos instrumentos y está diseñado para entender lo que sucede en mis asignaturas. Se adapta dinámicamente a los diferentes momentos que se plantean durante las clases y es otra forma más de apoyo en el camino de los estudiantes hacia su aprendizaje.

METODOLOGÍA

Contexto

Actualmente imparto dos asignaturas de primer curso en la ETSI de Caminos, Canales y Puertos de la Universitat Politècnica de València. La primera se llama Fundamentos de la Ingeniería Civil, forma parte del primer cuatrimestre de la titulación de Grado en Ingeniería Civil (GIC). La segunda es Métodos Matemáticos de la Ingeniería Civil y se encuentra en el segundo cuatrimestre del Grado de Ingeniería de Obras Públicas (GIOP).

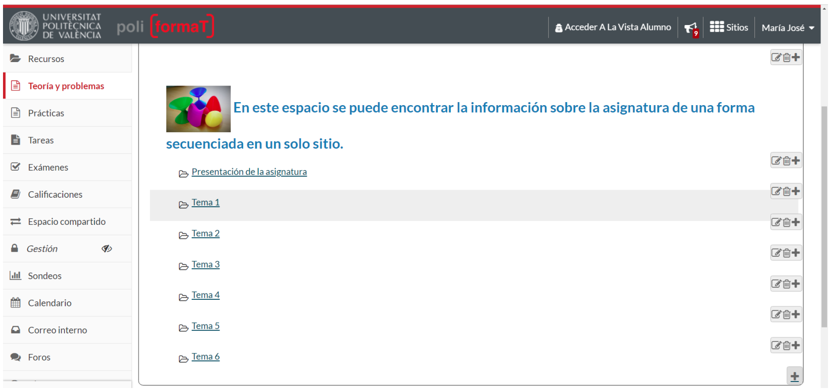
El perfil del estudiante de ambas titulaciones es muy diferente. En primer lugar, por la nota de corte para entrar, 10 y 6 respectivamente, que se plasma en un nivel de competencia matemática muy dispar. En segundo lugar, por el grado de motivación de los estudiantes hacia las titulaciones, alto para el grado de Ingeniería Civil y muy bajo en el de Obras Públicas. Todo esto se traduce en mucho abandono (35%) y pocos aprobados (20%) en Ingeniería de Obras Públicas y poco abandono (3%) y muchos aprobados (70%) en Ingeniería Civil.

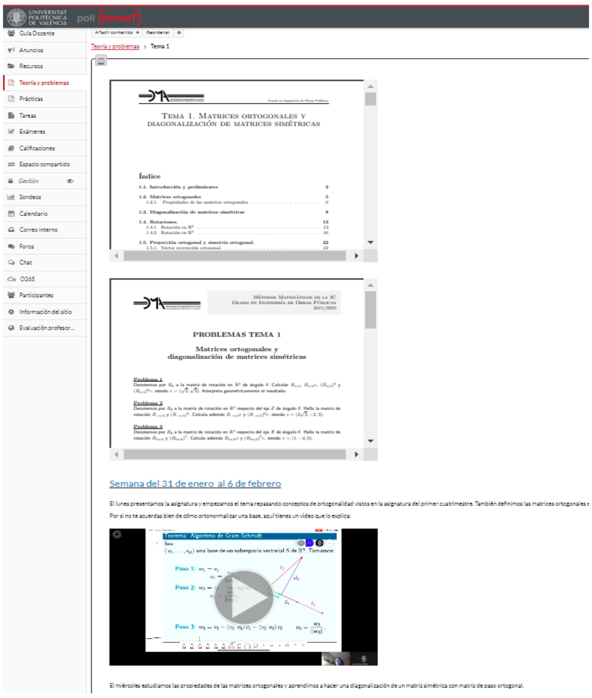
Técnicas empleadas

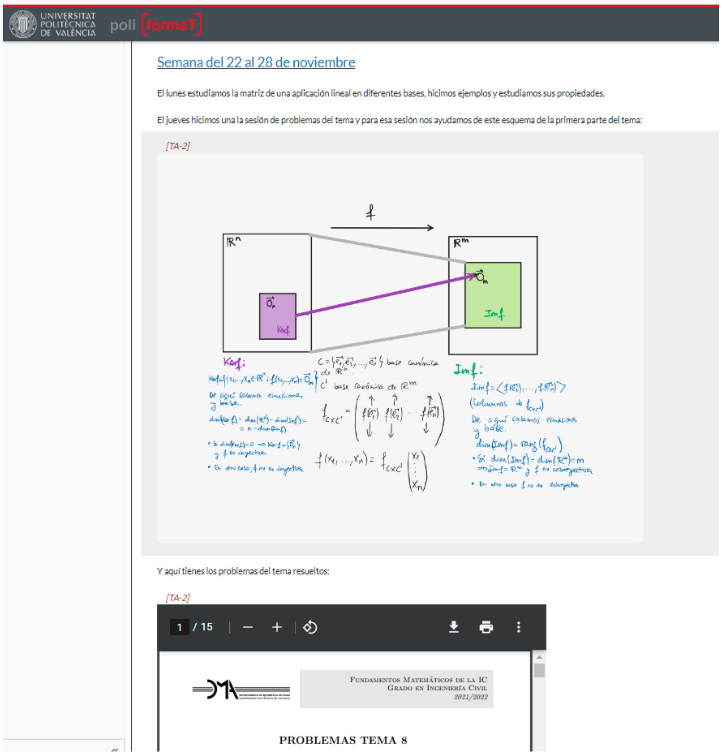
La didáctica de mis asignaturas está basada en metodologías activas. En el aula se fomenta la participación de los estudiantes con diferentes estrategias y además se trabaja en grupo en las prácticas de aula ([8] y [9]). También disponen de unos apuntes, tipo libro, con toda la teoría explicada, ejemplos resueltos y otros ejemplos que se resuelven en clase. Por otro lado, en UPV[Media] de mi universidad tengo un canal con gran número de vídeos, que también están a disposición de mis estudiantes.

El diario de mis asignaturas se introdujo para organizar los materiales de la asignatura. Se distribuye por temas, se ordena de forma semanal y en él se comentan cuestiones trabajadas en el aula, tareas semanales y problemas resueltos. Además de estas informaciones básicas se sugieren otras adicionales que pudieran ser de interés. Para crearlo me he servido de la herramienta Lessons de Poliformat, que permite gestionar contenidos. Con esta herramienta podemos poner enlaces a páginas web, a tareas y a exámenes, incrustar documentos, gráficos y vídeos y, por supuesto, redactar texto incluyendo ecuaciones en latex.

En los gráficos siguientes se puede apreciar el aspecto del diario.


UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
poli [formaT]
Acceder A La Vista Alumno
Sitios
María José
Recursos
Teoría y problemas
Prácticas
Tareas
Exámenes
Calificaciones
Espacio compartido
Gestión
Sondeos
Calendario
Correo interno
Foros
En este espacio se puede encontrar la información sobre la asignatura de una forma secuenciada en un solo sitio.
Presentación de la asignatura
Tema 1
Tema 2
Tema 3
Tema 4
Tema 5
Tema 6


UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
poli [formaT]
Teoría y problemas > Tema 1
TEMA 1. MATRICES ORTOGONALES Y DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES SIMÉTRICAS
Índice
PROBLEMAS TEMA 1
Matrices ortogonales y diagonalización de matrices simétricas
Semana del 31 de enero al 6 de febrero
Teorema: Algoritmo de Gram-Schmidt


UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
poli [formaT]
Semana del 22 al 28 de noviembre
El lunes estudiamos la matriz de una aplicación lineal en diferentes bases, hicimos ejemplos y estudiamos sus propiedades.
El jueves hicimos una la sesión de problemas del tema y para esa sesión nos ayudamos de este esquema de la primera parte del tema:
[TA-2]
Y aquí tienes los problemas del tema resueltos:
[TA-2]
1 / 15
FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA IC
GRADO EN INGENIERÍA CIVIL
2021/2022
PROBLEMAS TEMA 8

RESULTADOS

Al finalizar el curso, después de entregar actas, envío a mis estudiantes una encuesta de Google, voluntaria y anónima, en la que les pregunto diversas cuestiones sobre las asignaturas que imparto y en la que también aparecen preguntas abiertas para que se puedan expresar con más libertad. A continuación, analizo algunas de las respuestas al formulario.

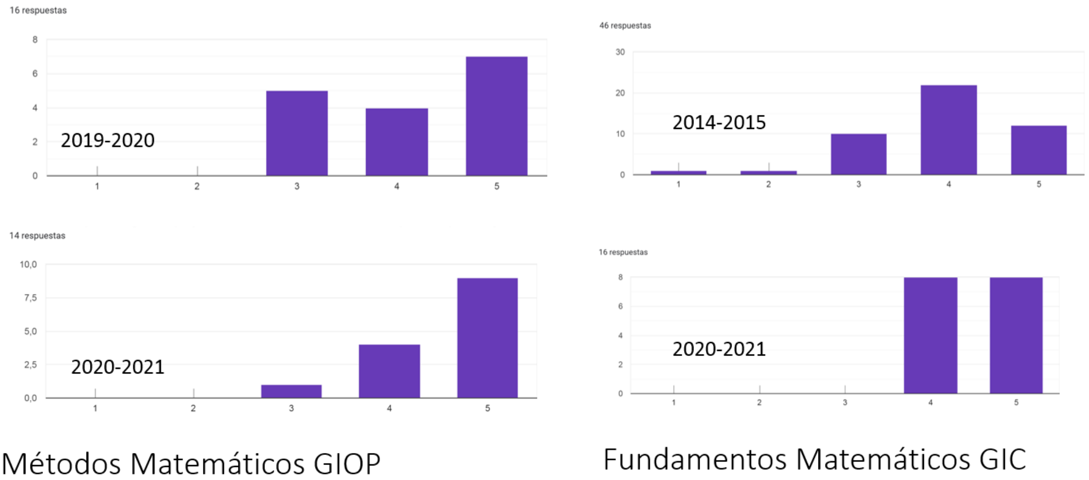


Figura 1: Grado de acuerdo de los alumnos con la afirmación: *Los recursos de la asignatura proporcionados en PoliformaT han sido útiles para mi aprendizaje*

En la figura 1 se observan diferentes respuestas (de las dos titulaciones y en diferentes cursos) sobre la utilidad de los materiales de la asignatura en PoliformaT. Se observan unas opiniones más favorables en el último curso.

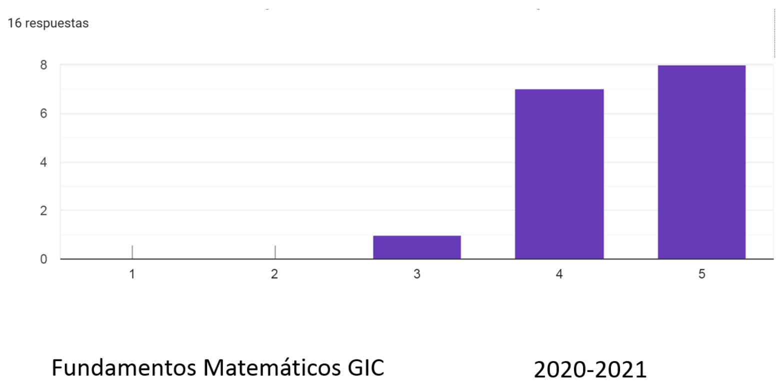


Figura 2: Grado de acuerdo de los alumnos con la afirmación: *Los diversos materiales que la asignatura proporciona en Poliformat están bien organizados*

En la figura 2 vemos las respuestas sobre la organización de los materiales de la asignatura en la plataforma y los estudiantes se muestran muy favorables a esta forma de organizarlos durante el último curso.

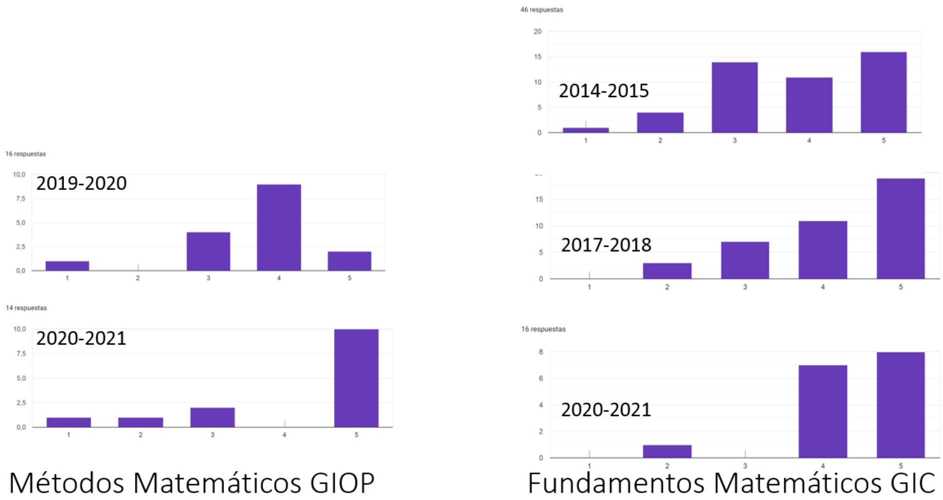


Figura 3: Grado de acuerdo de los alumnos con la afirmación: *Los apuntes de la asignatura me han ayudado mucho a entender y preparar la asignatura*

En la figura 3 vemos el grado de satisfacción con los apuntes de la asignatura para poder prepararla, y, aunque a la mayoría de los estudiantes les ayudan, siempre hay un porcentaje de personas que les cuesta trabajar con ellos, sobre todo en la titulación de GIOP.

En la figura 4 los estudiantes comentan si han necesitado otros materiales además de los proporcionados por la asignatura. Muchos tienen suficiente con lo proporcionado y otros consultan otros materiales, principalmente vídeos.

2020-2021

- Páginas web
- Internet (todos los temas)
- Solo los apuntes de clases y poli
- Ningunos
- los apuntes de la asignatura mayoritariamente
- Libros: Problema y Ejercicios de análisis matemático. (Boris Demidovich). (Calculo de primitivas)
- www.icourse163.org

- Nada, el material es suficiente. Pero lo más util para aprobar ha sido estudiar de los exámenes de otros años
- Mi libreta
- Canales de Youtube (el traductor de ingeniería, profesor10demates, unicoos, julioprofe..., libros)
- Solo los apuntes
- Repaso en una academia
- Página web
- Clases particulares
- videos tutoriales

Figura 4: Respuestas a la pregunta *¿Qué otros recursos has utilizado para estudiar además de los proporcionados por la asignatura? (Páginas web, libros, etc.)*

En la figura 5 podemos ver como los estudiantes prefieren los videos en los que se hacen ejercicios antes que los que consisten en explicaciones teóricas.

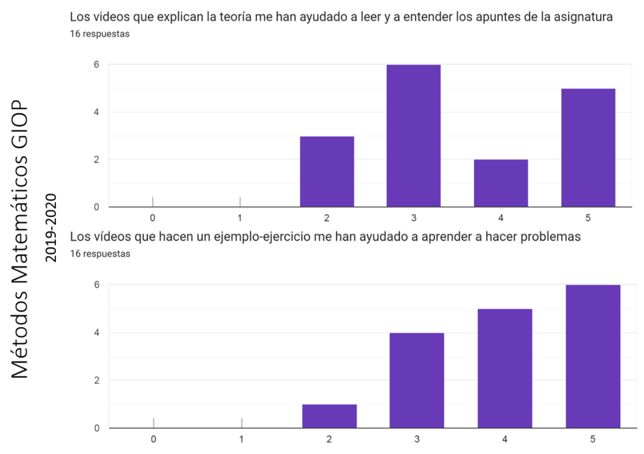


Figura 5: Grado de acuerdo de los alumnos con dos afirmaciones: sobre los vídeos sobre la teoría o sobre los vídeos con ejercicios.

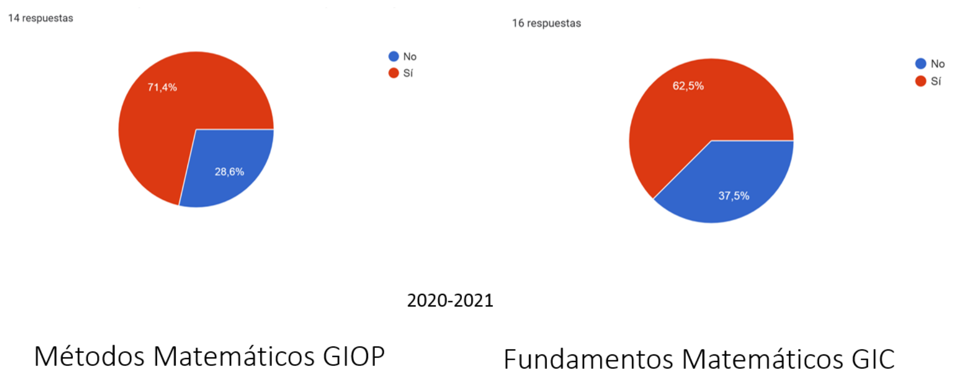


Figura 6: Respuestas a la pregunta: *¿Has visualizado después los vídeos de las clases que se han grabado?*

En la figura 6, se pregunta sobre la visualización de vídeos de clases grabadas, después de las mismas. La mayoría las vuelve a ver, siendo el porcentaje más alto en la titulación de GIOP.

CONCLUSIONES

Cada estudiante tiene una forma de aprender, unos tiempos y utiliza diferentes instrumentos para ese aprendizaje. A veces tiene que ver simplemente con su formación previa, otras con sus gustos o sus costumbres. Y nosotros queremos llegar a ellos y ser unos buenos guías en ese trayecto. Mi propuesta intenta dar cabida a las diversas maneras de trabajar de mis alumnos y así proporcionarles, ordenadamente, los diferentes materiales digitales básicos de la asignatura, además de otros que les puedan ayudar o les puedan resultar atractivos para completar su formación, pero siempre seleccionados por mí.

Los resultados de las encuestas que les paso a final de curso parecen demostrar que tienen una buena opinión sobre esta forma de gestionar la información de la asignatura.

REFERENCIAS

[1] Diario de clase (Herramienta pedagógica) Obtenido de https://cnbguatemala.org/wiki/Diario_de_clase_(Herramienta_pedag%C3%B3gica)#:~:text=Editar,de%20tiempo%20y%2Fo%20actividades.

[2] Richards, J. C., Lockhart, C. Estrategias de reflexión sobre la enseñanza de idiomas. Cambridge University Press, (1998).

[3] Prieto, R. El diario como instrumento para la formación permanente del profesor de educación física. *Efdeportes (2003)*. Obtenido de https://efdeportes.com/efd60/diario.htm#:~:text=El%20diario%20es%20un%20valioso,en%20el%20aula%20o%20profesor

[4] Vega, S. M. El diario de clase como instrumento innovador de evaluación en la Universidad. In *Edunovatic 2017. Conference proceedings: 2nd Virtual International Conference on Education, Innovation and ICT. 12-14 December, 2017*, 147-153. Adaya Press (2018).

[5] Porlán Ariza, R. El diario de clase y el análisis de la práctica. Averroes. *Red Telemática Educativa de Andalucía*, 8 p, Adaya Press (2008).

[6] Aguaded Gómez, J. I, López Meneses, E. La blogsfera educativa: nuevos espacios universitarios de innovación y formación del profesorado en el contexto europeo. REIFOP, 12 (3), 165-172 (2009). Obtenido de http://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/6299/La_blogosfera_educativa.pdf?sequence=2

[7] Escobar Maroto, Á. El recurso didáctico del blog en la asignatura de economía en bachillerato (2014). Obtenido de https://uvadoc.uva.es/handle/10324/8649

[8] Pérez-Peñalver, M. J., Sanabria Codesal, E. Poner en valor las clases presenciales: Algunas ideas hacia la participación y la discusión en el aula. En *Repensar la Universidad* (*I Jornadas de Innovación Docente Campus Iberus y IX Jornadas de Innovación Docente e Investigación Educativa de la Universidad de Zaragoza)* 324-329 (2015).
Obtenido de https://zaguan.unizar.es/record/60613/files/BOOK-2017-010.pdf

[9] Pérez Peñalver, M. J., Jordán Lluch, C., Sanabria Codesal, E. La web, las aplicaciones de las Matemáticas y las metodologías activas: Una propuesta para el aula. Pensamiento Matemático, 3(1), 9-18 (2013). Obtenido de http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/revistapm/revista_impresa/vol_III_num_1/exp_doc_1_web.pdf