Práctica 1

Dado el sistema de ecuaciones lineales $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i$, con

$$\begin{cases} a_{ij} = n, \ \text{si } i = j, \\ a_{ij} = 1, \ \text{si } i \neq j, \\ b_i = 1, \forall i. \end{cases}$$

- Estudiar si el sistema anterior es estrictamente diagonal dominante por filas, y en caso contrario obtener un sistema algebraicamente equivalente que lo sea.
- Aproximar la solución de este sistema para $n = 5, 50, 100$, empleando los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel, acotando el error y comparando la velocidad de convergencia.
  Emplear como criterio de parada: $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\|_2 < 10^{-10}$.

Algoritmo. 1 Método de Jacobi

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\Big(b_i - \sum_{j\neq i} a_{ij}x_j^{(k)}\Big), \ i = 1, \dots, n.$$

Algoritmo. 2 Método de Gauss-Seidel

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\Big(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)}\Big), \ i = 1, \dots, n.$$