

Capítulo 1

Reacciones Nucleares a bajas energías

1.1. Descripción cuántica de las reacciones a bajas energías

Las reacciones nucleares a bajas energías ($E \leq 20$ MeV) precisan una descripción completamente cuántica, a diferencia de las reacciones nucleares a energías intermedias y relativistas, donde la aproximación rayo de la Mecánica Cuántica empieza a ser válida. Además, la energía es inferior a la energía de Fermi, por lo que la función de onda nuclear es un objeto bien definido, antes y después de la colisión. Si tenemos una colisión



los estados antes y después de la colisión están definidos por las funciones de ondas inicial $\psi_i = \psi_A \psi_a \psi(\bar{r}_{aA})$ y $\psi_f = \psi_B \psi_b \psi(\bar{r}_{bB})$. Cuando ocurre una transición, suponemos que esta tiene lugar en un instante del tiempo mediante un potencial de interacción $V_{int}(\bar{r})$, que podemos describir en la forma de diagrama de Feynmann. Esta interacción puede tener lugar en varios instantes sucesivos, dando lugar a efectos de segundo orden y superior. En general, después de la interacción, la función de ondas del estado final se encuentra

en una combinación lineal de todos los estados posibles:

$$\psi_{int} = \sum_i c_i \psi_{B_i} \psi_{b_i} \psi(\bar{r}_{b_i B_i})_i$$

que colapsa a un estado determinado cuando se realiza una medición. La probabilidad de transición de un estado inicial aA a otro final bB, en primer orden, es

$$P_{if} = |\langle \psi_b \psi_B \psi(\bar{r}_{bB}), V_{int} \psi_a \psi_A \psi(\bar{r}_{aA}) \rangle|^2$$

Cuando los efectos de orden superior son importantes esta expresión resulta más complicada, con términos de interferencia.

Las reacciones a bajas energías permiten obtener información sobre las funciones de ondas nucleares (modelos nucleares, formas nucleares, estados excitados, ...) y sobre el potencial de interacción V . Permiten igualmente crear nuevos núcleos mediante el proceso de reacción.

1.2. Diseño de un experimento a bajas energías

En una interacción a bajas energías, tanto la función de onda relativa como las probabilidades de transición varían fuertemente con la energía. Por lo tanto, la energía incidente debe de estar muy bien definida. En general, se requieren resoluciones de energía $\Delta E/E < 10^{-3}$. Esto sólo se consigue con aceleradores electrostáticos, tipo tandem van de Graaf. También se puede conseguir haces con buena resolución energética con ciclotrones, que proporcionan un haz con mala resolución energética pero de alta intensidad. Cuando este haz se acopla a un espectrométero magnético, se selecciona sólo una parte del haz pero con la resolución de energía requerida. Este método por supuesto es antieconómico, pues aceleramos muchas más partículas que las que utilizamos en realidad, con la consiguiente pérdida de energía. Por esto, los ciclotrones se han usado muy poco a bajas energías.

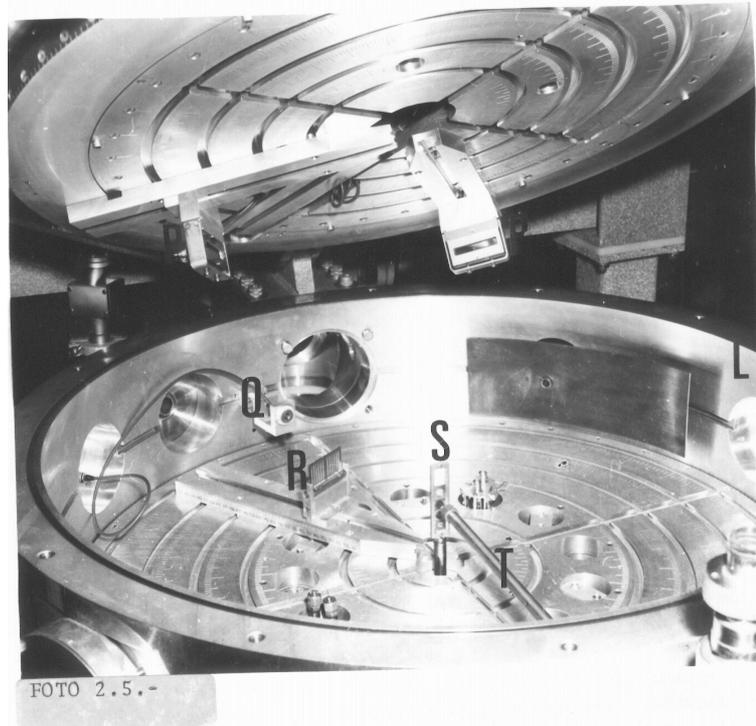
El haz se transporta mediante tubos a una cámara de reacción, donde se encuentra el blanco. El sistema de aceleración haz-blanco, debe de encontrarse a alto vacío, mejor en general que 10^{-6} mm Hg, para evitar pérdida del

haz, reacciones indeseadas con su radiactividad asociada y pérdida de resolución de energía. En la reacción se producen partículas cargadas (electrones y positrones, protones y fragmentos nucleares) y partículas neutras (neutrones y rayos gamma). Las partículas cargadas sufren una gran pérdida de energía cuando atraviesan la materia. Por lo tanto, los detectores de partículas cargadas deben de ser colocados en el interior de la cámara de reacción. Los detectores de partículas cargadas usualmente empleados son detectores de silicio. En el pasado se emplearon detectores de silicio sensibles a la posición y detectores de barrera de superficie. Estos detectores sólo pueden medir sucesos incidentes en el ángulo sólido subtendido por el detector. En general, sólo se utilizaban dos o tres detectores, con lo que se podía medir sólo sucesos en una aceptación relativamente reducida. Los detectores se cambiaban de posición durante el experimento para medir todo el intervalo angular. Con el abaratamiento y la miniaturización de los detectores de silicio han surgido los detectores microstrip, que permiten medir las posiciones de las partículas con una resolución espacial de hasta 5 micras y una excelente resolución energética. Las partículas de diferente carga se pueden indentificar superponiendo dos SSD, uno fino y otro delgado, que miden E y ΔE . La tendencia es la de utilizar sistemas de micro-strips que cubran todo el intervalo angular deseado, en general una fracción importante de 4π . Esto conlleva el gestionar un mayor número de canales, lo cual tampoco es un problema hoy en día debido al abaratamiento de los sistemas de adquisición de datos.

Los detectores de partículas neutras se colocan normalmente fuera de la cámara de reacción. Esto es posible debido a la baja interacción de las partículas neutras en aire. Los detectores empleados para rayos gamma son en general centelleadores inorgánicos. Proporcionan una resolución de energía relativamente baja, del orden del 7% a 1 MeV, pero son baratos y eficientes. Cuando una partícula cargada penetra en estos centelleadores, producen como respuesta una luz de centelleo, de la forma

$$L = L_0 (e^{-t/\tau} - e^{-t/\tau_1})$$

Figura 1.1: Cámara de reacción



donde τ es el tiempo de población del estado excitado molecular que emite luz de centelleo y τ_1 es el tiempo de desintegración de dicho estado. La luz de centelleo emitida es proporcional a la pérdida de energía de la partícula en el detector

$$\frac{dL}{dx} = S \frac{dE}{dx}$$

Cuando mayor sea S mayor es la eficiencia. La luz se lee mediante tubos fotomultiplicadores, en los que la luz arranca electrones en el ánodo, que se multiplican por avalancha en los sucesivos dínodos, produciendo un impulso eléctrico en el cátodo. Este impulso eléctrico tiene un tiempo de subida similar a τ , por lo cual se pueden construir mediante los llamados discriminadores de fracción constante puertas lógicas con una resolución temporal de este orden, que sirven para cronometrar los tiempos de llegada a los detectores de las distintas partículas y el origen del tiempo de adquisición (trigger). Hay centelleadores que tienen dos orbitales moleculares distintos, con tiempos de población y desintegración distintos, y que son excitados en distinta

proporción por partículas cargadas y neutras. Este es el caso del fluoruro de bario y el yoduro de cesio (ICs). Esta característica se puede emplear para discriminar partículas cargadas y neutras. El centelleador inorgánico que tiene una mejor resolución temporal es el fluoruro de bario, con una resolución del orden de los 200 ps. El yoduro de sodio (INa) es un detector barato y eficiente, pero con una resolución temporal pobre. En los últimos años ha habido una investigación muy intensa en centelleadores inorgánicos, motivada esencialmente por la Física Médica, para el desarrollo de la tomografía PET (Positron-Electron Tomography). Se han desarrollado nuevos centelleadores como LYSO y LSO, con excelente eficiencia y buena resolución temporal y de energía. También se han obtenido centelleadores como el bromuro de lantano con una resolución temporal excelente (del orden del 3%).

En aplicaciones donde es necesaria una excelente resolución de energía se emplean los detectores de germanio hiperpuro (HpGe), que tienen una resolución energética mejor que 3 keV a 1 MeV. Sin embargo su coste es elevado y precisan criogenia durante su funcionamiento. Para rayos X y rayos gamma de baja energía se utilizan detectores de SiLi.

Para neutrones se pueden emplear los mismos centelleadores que para fotones, aunque en este caso la eficiencia es baja (menor del 10%). Si se desea mayor eficiencia se emplean plásticos centelleadores, que generan protones de retroceso, y vidrios dopados con ^7Li , que se descompone en la interacción con neutrones en una partícula α y un núcleo de tritio con una probabilidad elevada.

1.3. Observables

Los observables que se miden usualmente son secciones eficaces diferenciales $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, definidas para un proceso x por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{n_x}{n_p n_B \Delta\Omega}$$

donde n_x es el número de sucesos x detectados, n_P es el número de proyectiles empleado en el experimento, n_B es el número de núcleos blanco por unidad de área, y $\Delta\Omega$ es el ángulo sólido subtendido por el detector. El número n_B viene dado en función de la densidad superficial del blanco ρ_s y su número atómico A_B por

$$n_B = \frac{N_A \rho_s}{A_B}$$

donde N_A es el número de Avogadro. El número de proyectiles por dado por

$$n_P = \frac{Q_F}{Q_P}$$

donde Q_F es la carga recogida en la copa de Faraday y Q_P es la carga de los iones del proyectil. Finalmente el número de sucesos n_x viene dado por

$$n_x = \frac{n_x^{det}}{\epsilon(1 - \tau)}$$

donde n_x^{det} es el número de sucesos x detectados y ϵ es el producto de todas las eficiencias de detección ligadas al suceso x : a) producto de las eficiencias intrínsecas de los detectores y aceptancias geométricas ϵ_{int} y ϵ_{geo} , b) eficiencia de la electrónica, ϵ_{ele} , determinada porque sólo se aceptan las señales que son superiores al ruido y que pasan los diferentes discriminadores establecidos, c) eficiencia del trigger, ϵ_{trig} , que acepta los sucesos buscados con una probabilidad inferior a la unidad, d) eficiencia del proceso de análisis de los datos, ϵ_{ana} , determinada por los criterios estadísticos y restricciones impuestas a los datos adquiridos para considerarlos como buenos. Por último, τ es la fracción de tiempo muerto de la adquisición, por lo cual sólo se adquieren sucesos durante la fracción de tiempo $1 - \tau$. Si la tasa de sucesos aceptados por el trigger es r_x y el tiempo necesario para adquirir un suceso es T_{adq} , tendremos $\tau = r_x T_{adq}$.

Hoy en día se determinan todas estas eficiencias mediante simulaciones mediante programas adecuados, como GEANT4, que incluyen un información geométrica exacta, un generador de sucesos realista y la simulación de la respuesta de los detectores, aunque este no es el caso de los experimentos

realizados antes de los años 90.

Las secciones eficaces diferenciales proporcionan información detallada sobre la interacción nuclear. Cuando queremos obtener información sobre la evolución del sistema con la energía, se miden las secciones eficaces diferenciales en función de la energía incidente, con pasos de energía suficientemente pequeños para que el proceso que queremos observar sea visible. Este es el caso de las resonancias. La figura muestra las resonancias de neutrones. Al observable

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE}$$

en función de la energía se le denomina función de excitación.

1.4. Interpretación de los datos mediante modelos

1.4.1. Desarrollo en ondas parciales

Cuando se produce el proceso de colisión tenemos que la función de onda emergente tiene la forma

$$\Psi_{out} = \psi_0 \delta_{\alpha,0} + f_{\alpha}(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

donde la función de onda incidente ψ_0 es esencialmente una onda plana e^{ikz} para partículas neutras y una onda plana de Coulomb para partículas cargadas, en el canal de entrada, es decir el elástico. Para los demás canales es nula. La función $f_{\alpha}(\theta)$ se denomina amplitud de dispersión en el canal α , y contiene toda la información que podemos extraer del proceso de reacción. Notemos que en reacciones nucleares, la información mediante medida, que produce el colapso de la función de onda, tiene lugar en la zona asintótica. La amplitud de dispersión se puede desarrollar en polinomios de Legendre:

$$f_{\alpha}(\theta) = \frac{1}{2ik} \left(\frac{v_0}{v_{\alpha}} \right)^{1/2} \sum_l (2l+1) (S_l^{\alpha} - \delta_{\alpha,0}) P_l(\cos \theta)$$

Este desarrollo se denomina desarrollo en ondas parciales. Cada término corresponde a la amplitud de la función de onda emergente con un momento angular l determinado. Los elementos de matriz S , S_l^α , contienen toda la información medible sobre el proceso de colisión. El modelo mínimo de una reacción nuclear es por lo tanto una parametrización de $S_l^\alpha(E)$. De hecho los primeros modelos que se desarrollaron en los años 50 y 60 eran de este tipo. El modelo del disco negro es el más simple (e irrealista) de todos. Supone que no hay dispersión elástica hasta una onda parcial L , es decir que toda la amplitud es absorbida, y que a partir de L la dispersión es nula, es decir $S_l = 1$ para $l \leq L$ y $S_l = 0$ para $l > L$. En función de la amplitud de dispersión, tenemos para la sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} = \frac{v_a}{v_0} |f_\alpha(\theta)|^2$$

Para la sección eficaz total en el canal α tenemos

$$\sigma_\alpha = \int d\Omega \frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} = \frac{\pi}{k^2} \sum (2l+1) |S_l^\alpha - \delta_{\alpha,0}|_l^2$$

Se define la sección eficaz de reacción como la sección eficaz a todos los canales distintos del elástico. Tenemos por lo tanto

$$\sigma_r = \sum_{\alpha \neq 0} \sigma_\alpha = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sum_{\alpha \neq 0} |S_l^\alpha|^2$$

La condición de unitariedad de la matriz S , de que el flujo emergente sea igual al flujo incidente da

$$\sum_{\alpha \neq 0} |S_l^\alpha|^2 + |S_l^0|^2 = 1$$

Por lo que tenemos

$$\sigma_r = \sum_{\alpha \neq 0} \sigma_\alpha = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |S_l^0|^2)$$

Los elementos de matriz S_l^0 describen la sección eficaz elástica. Por lo tanto si conocemos la sección eficaz elástica, conocemos la sección eficaz de reacción. En el modelo de absorción fuerte contribuyen todas las ondas parciales hasta L . Tenemos por lo tanto la siguiente expresión para la sección eficaz de reacción:

$$\sigma_r = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^L (2l+1) = \frac{\pi(L+1)^2}{k^2}$$

que vale aproximadamente $\sigma_r = \pi R^2$ utilizando la relación semiclassical entre el parámetro de impacto y el momento angular, $L+1 = kR$, donde R es el parámetro de impacto (radio del disco) por debajo del cual que se produce absorción. En el pasado se utilizaron modelos que parametrizaban la matriz S . Poniendo $S_l^0 = \eta_l^0 e^{2i\delta_l^0}$, se parametrizaba

$$\begin{aligned} \eta_l^0 &= \left[1 + \exp\left(\frac{L-l}{\Delta}\right) \right]^{-1} \\ \delta_l^0 &= \delta \left[1 + \exp\left(\frac{L-l}{\Delta_\delta}\right) \right]^{-1} \end{aligned}$$

con $L, \Delta, \delta, \Delta_\delta$ como parámetros ajustables. Estos modelos reproducían de forma precisa los datos experimentales aunque no daban ninguna información acerca de los mecanismos de reacción en función de la interacción nuclear.

1.4.2. Interacción mediante un potencial

En cualquier modelo microscópico deseamos interpretar los fenómenos a partir de una interacción nucleón-nucleón, a partir de la cual derivamos un potencial núcleo-núcleo $V_N(r)$, originado por la interacción fuerte de los nucleones entre sí. La función de ondas del sistema núcleo-núcleo la podemos desarrollar en ondas parciales

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} u_l(r) P_l(\cos \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{w_l(r)}{r} P_l(\cos \theta)$$

Cuando esta función de ondas se introduce en la ecuación de Schrödinger (tridimensional)

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V_N(r) + V_C(r) - E\right)\Psi(\mathbf{r}) = 0$$

obtenemos una ecuación de Schrödinger unidimensional para cada función de onda radial

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2w_l(r)}{dr^2} + \left(V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - E\right)w_l(r) = 0$$

donde el potencial total es la suma del potencial nuclear y el Coulombiano, $V(r) = V_N(r) + V_C(r)$. Vemos que cada onda radial obedece a un potencial efectivo

$$U(r) = V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$$

Al término $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$ se le denomina potencial centrífugo y juega un papel fundamental en los procesos de colisión. Vemos que tiende a infinito cuando el radio se anula, por lo que juega el papel de una barrera repulsiva que impide que los núcleos se aproximen para valores elevados del momento angular. La combinación del potencial nuclear atractivo y el Coulombiano repulsivo produce una especie de bolsillos en el potencial nuclear efectivo para una serie de ondas parciales, desde $l = 0$ hasta una onda crítica l_{cr} , como se muestra en la figura 1.4.2 Estos bolsillos pueden tener como consecuencia que ambos núcleos queden ligados, dando lugar a diversos fenómenos, como la fusión y las resonancias moleculares.

1.4.3. Descripción mediante el modelo óptico

En los procesos de reacción parte del flujo incidente va a parar a canales que ni somos capaces de medir ni nos interesa estudiar. La manera de introducir en la ecuación de Schrödinger una pérdida de flujo (sumideros) es mediante un potencial complejo, cuya parte imaginaria es negativa. En el

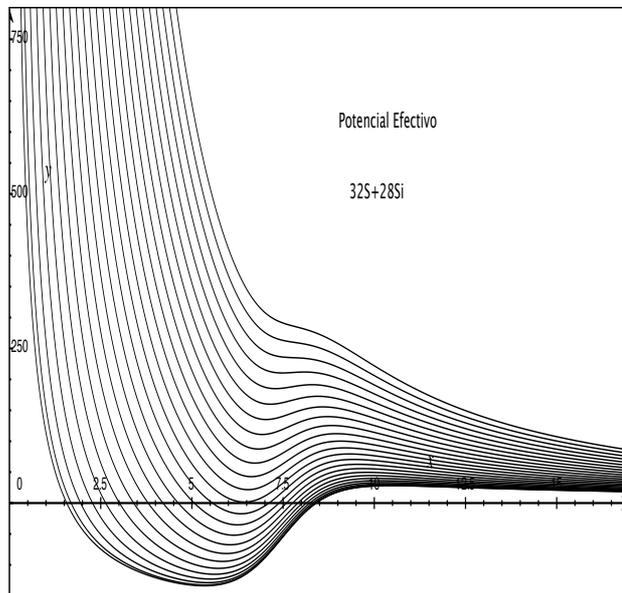


Figura 1.2: Potencial efectivo núcleo-núcleo

llamado modelo óptico, el potencial nuclear se parametriza de la forma

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp((r - R_V)/a_V)} - \frac{iW_0}{1 + \exp((r - R_W)/a_W)}$$

donde $R_V = r_V (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$, $R_W = r_W (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$. Esta parametrización es similar al modelo de Fermi para la densidad nuclear, y está justificado por el hecho de que al ser la interacción nuclear de corto alcance, la interacción nuclear debe de tener una forma similar a la densidad. Los parámetros V, r_V, a_V, W, r_W, a_W se ajustan a los datos experimentales. Este potencial empírico se puede comparar con potenciales deducidos teóricamente de la interacción nucleón-nucleón. En la figura 1.4.3 se muestra un ejemplo de ajuste de datos experimentales mediante modelo óptico.

1.5. Formación de resonancias y del núcleo compuesto

Cuando en una onda parcial determinada la energía incidente es similar al techo del potencial efectivo en esa onda parcial, tendremos un sistema dinuclear que rota con la velocidad angular correspondiente al momento angular l , pero que tiene una velocidad radial muy reducida, por lo cual tiene un tiempo de vida grande. Se forma una resonancia. Dependiendo de la estructura, masa y carga de ambos núcleos, el resultado de esta resonancia podrá ser el núcleo compuesto, o un sistema dinuclear que vuelve a separarse en dos núcleos, sea en el mismo canal elástico o en canales inelásticos o de transferencia de partículas de baja energía de excitación. En el primer caso, el núcleo compuesto estará en general a una energía de excitación elevada dada por

$$E_{ex} = E_{cm} + B(A_P + A_T, Z_P + Z_T) - B(A_P, Z_P) - B(A_T, Z_T)$$

con momento angular $l\hbar$.

Se define la línea Yrast como el conjunto de estados excitados de menor

1.5. FORMACIÓN DE RESONANCIAS Y DEL NÚCLEO COMPUESTO 15

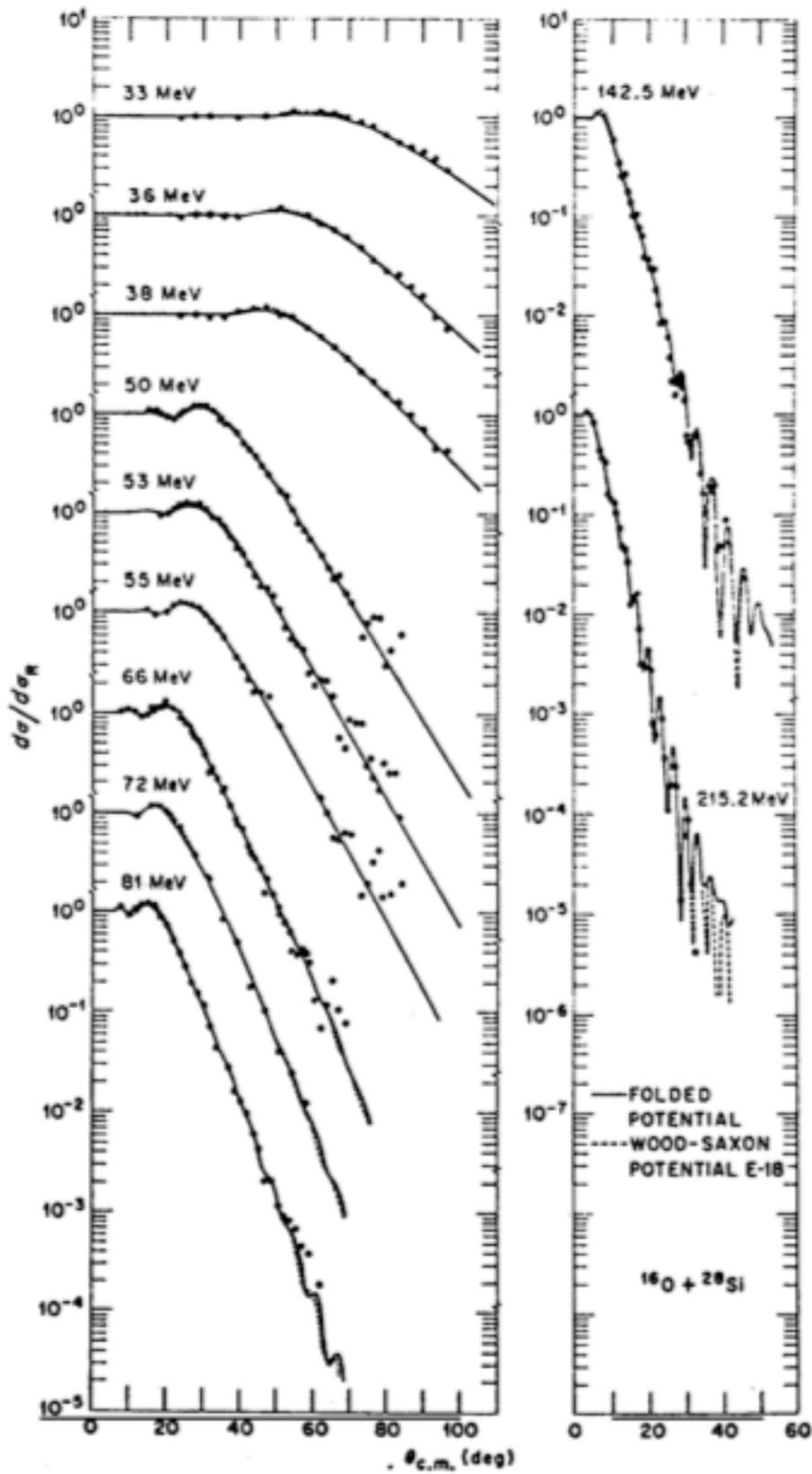


Figura 1.3: Potencial óptico ajustado para reproducir el sistema $^{28}\text{Si} + ^{16}\text{O}$ en función de la energía.

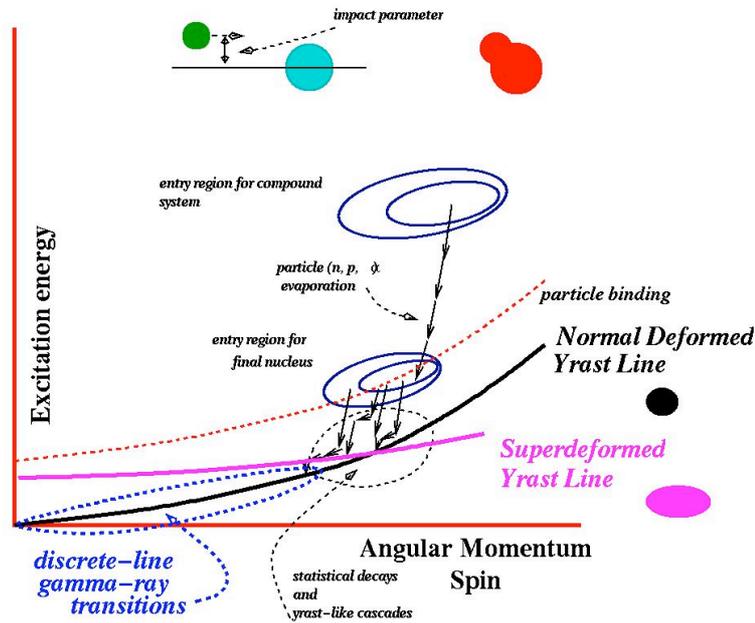


Figura 1.4: Esquema de la desintegración del núcleo compuesto con respecto de la línea Yrast

energía para cada momento angular. Está formada por fragmentos de bandas rotacionales, construidas sobre el estado fundamental o sobre estados excitados. Normalmente el núcleo compuesto se forma a energías muy por encima de la línea Yrast. Entonces desintegra mediante emisión de neutrones cerca de la línea Yrast, en dirección vertical, es decir sin perder prácticamente momento angular. Seguidamente puede emitir también algún protón o partícula α , perdiendo unas pocas unidades de momento angular, hasta situarse sobre la línea Yrast.

Una vez que el núcleo está sobre la línea Yrast, se desintegra mediante transiciones electromagnéticas cuadrupolares al estado fundamental. Si se producen N_γ transiciones hasta alcanzar el estado fundamental, el momento angular inicial era $I = 2N_\gamma\hbar$ más el momento angular transportado por neutrones que suele ser $2 - 4\hbar$, y el transportado por partículas cargadas, que depende de su masa y número.

1.5. FORMACIÓN DE RESONANCIAS Y DEL NÚCLEO COMPUESTO 17

En una banda rotacional la relación entre la energía de los estados y el spin de rotación es

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}I(I+1) + E_0$$

donde \mathcal{I} es el momento de inercia nuclear y E_0 la energía del estado cabeza de banda (estado intrínseco cuya rotación origina la banda rotacional). En la transición de un estado de momento angular I a $I-2$, la energía del rayo γ emitido será

$$E_\gamma(I) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}I(I+1) - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}(I-2)(I-1) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}(4I-2)$$

Por lo tanto los rayos γ se presentan en el espectro con espaciado constante

$$\Delta E_\gamma(I) = E_\gamma(I) - E_\gamma(I-2) = \frac{4\hbar^2}{\mathcal{I}}$$

La observación de una serie de rayos γ con espaciado constante es una marca de la presencia de una banda rotacional.

Una de las magnitudes fundamentales de los núcleos deformados es su momento de inercia. Lo podemos obtener de la relación

$$\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} = \frac{dE(I)}{dI(I+1)} \simeq \frac{E(I) - E(I-2)}{4I-2}$$

que se denomina momento de inercia dinámico. Cuando este momento de inercia se representa en función de I aparecen variaciones bruscas. Estas variaciones son más evidentes cuando se representa en función del cuadrado de la velocidad de rotación, que se obtiene de la relación

$$E(I) = \frac{L^2}{2\mathcal{I}}$$

Como $L = \sqrt{I(I+1)}\hbar$ tenemos

$$\frac{dE(I)}{dL} = \frac{dE(I)}{d\sqrt{I(I+1)}\hbar} = \frac{L}{\mathcal{I}} = \omega$$

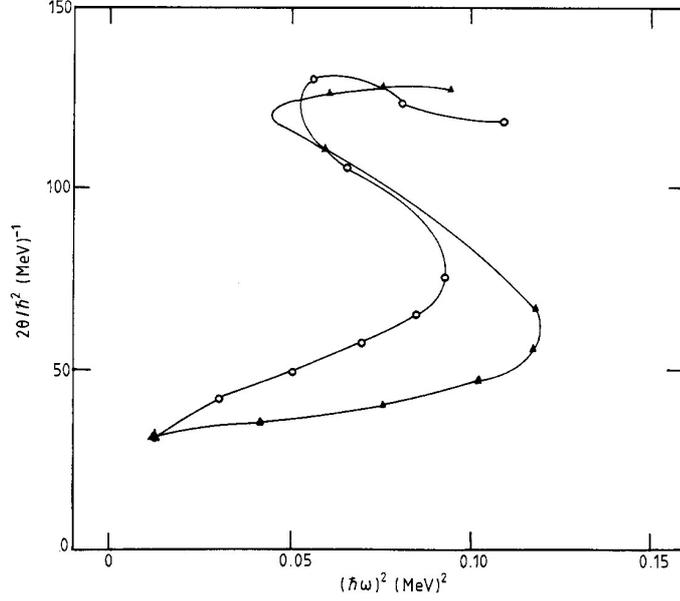


Figura 1.5: Comparación del momento de inercia θ teórico y experimental en función del cuadrado de la frecuencia rotacional para ^{158}Er . \blacktriangle , teoría; \circ , experimento.

de donde

$$(\hbar\omega)^2 = 4I(I+1) \left[\frac{dE(I)}{dI(I+1)} \right]^2$$

Cuando representamos $E(I)$ en función de $(\hbar\omega)^2$, obtenemos para ciertos núcleos una gráfica semejante a la de la figura 1.5.

Vemos que se produce un aumento brusco del momento de inercia para la transición de $I = 12^+$ a $I = 14^+$. La interpretación de este fenómeno es que el núcleo pasa de ser superfluido a casi rígido. Esto ocurre porque es más favorable romper un par de Cooper para aumentar la energía de excitación que aumentar un nivel rotacional. Este fenómeno se produce a un momento angular crítico en el que se cumple

$$\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_{sup}} I_C(I_C+1) + E_{pair} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_{rig}} I_C(I_C+1)$$

1.5. FORMACIÓN DE RESONANCIAS Y DEL NÚCLEO COMPUESTO 19

La disminución de energía producida por el aumento del momento de inercia es mayor que la energía invertida en romper el par de Cooper. El momento de inercia predicho por el modelo de Bohr y Mottelson es

$$\mathcal{I} = \frac{3\rho R_0^5}{2}\beta^2 = \frac{9}{8\pi}AR_0^2\beta^2 = \frac{45}{16\pi}\mathcal{I}_{rig}\beta^2$$

donde \mathcal{I}_{rig} es el momento de inercia de una esfera rígida dado por $\mathcal{I}_{rig} = \frac{2}{5}MR_0^2$. En la zona de las tierras raras, $A = 170$, $\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_{sup}} \simeq 90$ keV mientras que $\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_{rig}} \simeq 6$ keV.

En los espectros experimentales se observa una disminución del espaciado de los picos de energía de los fotones, indicando la transición a bandas rotacionales de momento de inercia mayor.

El backbending se puede interpretar también como el cruce de la banda rotacional fundamental (superfluida) con la banda rotacional excitada (rígida). Conforme se van rompiendo pares de Cooper, sobre todo en orbitales de spin elevado, los momentos angulares de los nucleones se alinean, produciendo un aumento del spin total. Se pueden producir núcleos de spin elevado, del orden de $60\hbar$. Este es un ejemplo de materia nuclear sometida a condiciones extremas. Las velocidades de los nucleones en el borde del núcleo son prácticamente relativista en un modelo clásico.

La naturaleza deformada de un núcleo se expresa a través de los parámetros de deformación. Para un núcleo con simetría axial tenemos:

$$R = R_0(1 + \beta_2 Y_{20}(\theta, \phi) + \beta_4 Y_{40}(\theta, \phi) + \beta_6 Y_{60}(\theta, \phi) + \dots)$$

Sólo se han podido constatar experimentalmente deformaciones cuadrupolares y hexadecapolares. Las deformaciones observadas en el estado fundamental son del orden de $\beta_2 \leq 0,3$. Para poder mantener spines tan elevados los núcleos deben deformarse mucho más a fin de aumentar su momento de inercia. El momento de inercia de un núcleo deformado está ligado a la deformación

mediante la expresión

$$\mathcal{I} = \frac{2}{5}AM_N R_0^2(1 + 0,31\beta_2 + O(\beta_2^2))$$

Este aumento del momento de inercia se observa experimentalmente a través del espaciado de los rayos γ de desintegración. Se encuentra que a valores de spin elevados $\beta_2 \simeq 0,6$. Esto equivale a una relación entre los ejes axial y longitudinal de

$$\langle r_3^2 \rangle^{1/2} : \langle r_{\perp}^2 \rangle^{1/2} = 2 : 1$$

Se ha especulado con la posibilidad de producir núcleos hiperdeformados con

$$\langle r_3^2 \rangle^{1/2} : \langle r_{\perp}^2 \rangle^{1/2} = 3 : 1$$

Las deformaciones se pueden obtener también a partir de las probabilidades reducidas de transición cuadrupolares, o lo que es lo mismo, el tiempo de vida, que dependen del momento cuadrupolar intrínseco Q_0 . La expresión que permite obtener el momento cuadrupolar intrínseco Q_0 a partir del tiempo de vida del estado es:

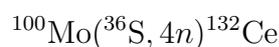
$$\frac{1}{T_{1/2}} = 1,83 \times 10^8 E_{\gamma}^5 e^2 Q_0^2 \frac{I(I-1)}{(2I+1)(2I-1)}$$

de donde podemos obtener la deformación β_2 como la solución de la ecuación

$$Q_0 \simeq \frac{3}{\sqrt{5\pi}} Z R_0^2 \beta_2 (1 + 0,26\beta_2 + O(\beta_2^2))$$

donde la solución positiva corresponde a una deformación prolata y la negativa a la deformación oblate.

Las reacciones para producir núcleos superdeformados deben de producirse a energías suficientemente bajas para que el núcleo compuesto no fisione. Como ejemplo de reacciones empleadas tenemos



1.5. FORMACIÓN DE RESONANCIAS Y DEL NÚCLEO COMPUESTO 21

Figure 3:

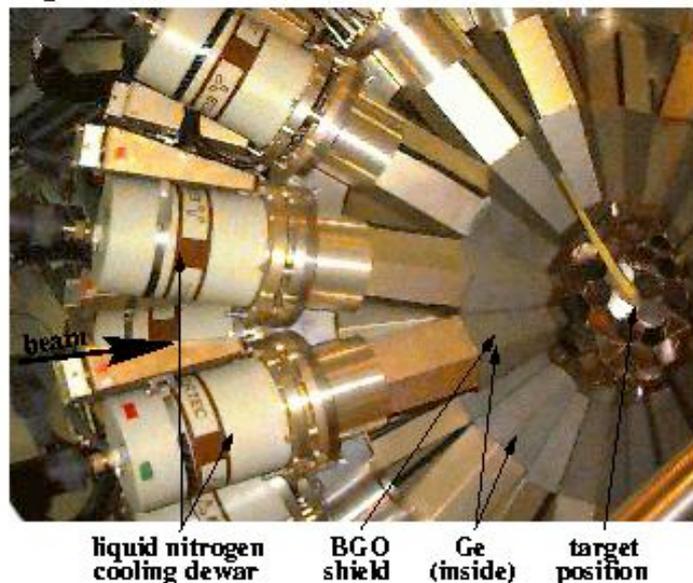
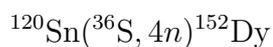


Figura 1.6: Detalle del detector Euroball alrededor del blanco.

y



con un haz incidente de ^{36}S a 155 MeV. Para realizar los experimentos se utilizan conjuntos de detectores dispuestos alrededor de una esfera, de forma que cubran un ángulo sólido cercano a 4π . Estos detectores son usualmente detectores de HPGe con blindaje antiCompton. Este blindaje es esencial para descartar los rayos gamma que produzcan un gamma adicional por efecto Compton, ya que esto falsearía la multiplicidad de gammas del suceso. Los blindajes anti-Compton se hacen de cristales centelleadores de alta densidad, ya que lo importante es una eficiencia elevada. Un material frecuente para estos cristales es el BGO.

Existen diversos detectores de alto spin en el mundo, construidos por colaboraciones de decenas de personas. Podemos citar por ejemplo Euroball y Gammasphere.

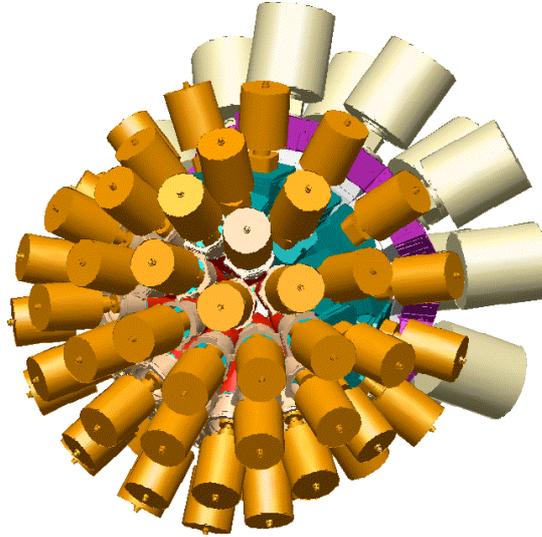


Figura 1.7: Detector Euroball visto desde el exterior.

1.6. Resonancias moleculares

Uno de los fenómenos más interesantes en colisiones nucleares a bajas energías es la aparición de las llamadas resonancias moleculares. Estas resonancias se observaron por primera vez en colisiones de $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ en 1960 por Bromley y colaboradores. En la figura 1.6 se muestran datos de las funciones de excitación de $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ donde se observan resonancias en diversos canales.

Este fenómeno despertó gran interés, en parte porque en aquel entonces se pensaba que la fusión de iones pesados jugaba un papel más importante del que ahora se cree en la nucleosíntesis estelar. Estudios posteriores revelaron que estas resonancias aparecían en otros sistemas ligeros como $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, siendo el sistema más pesado en el que este fenómeno se observa $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$. Estudios de sistemas más pesados como $^{28}\text{Si} + ^{32}\text{S}$, $^{32}\text{S} + ^{32}\text{S}$ y $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ no revelan ningún indicio de la presencia de resonancias. Todos

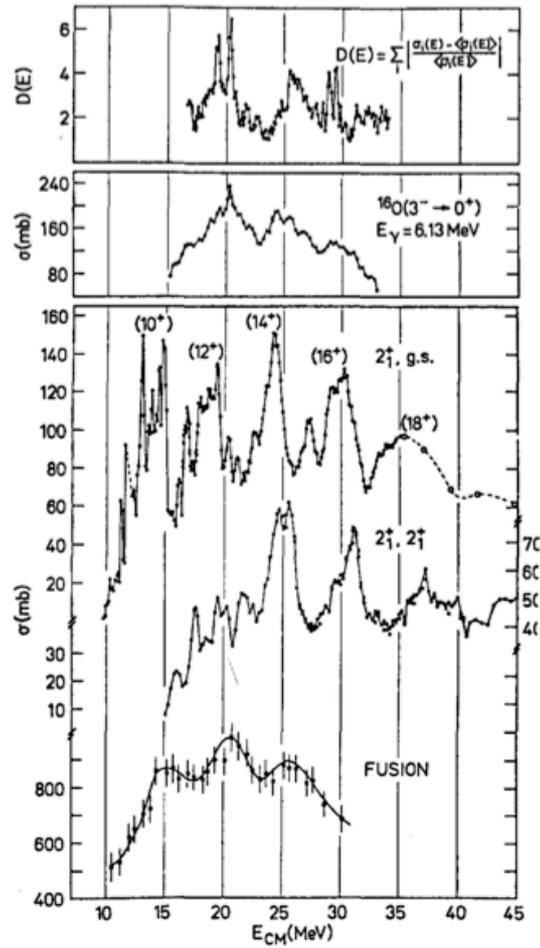


Figura 1.8: Comparación de las funciones de excitación de reacciones inducidas en la colisión $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$. En la figura superior se muestra la función de excitación elástica. En la figura intermedia la función de excitación para el rayo γ $^{16}\text{O}(3^- \rightarrow 0^+)$. En la figura inferior se presentan las funciones de excitación integradas en el ángulo para la excitación inelástica simple y mutua al primer estado 2^+ y para la sección eficaz total de fusión.

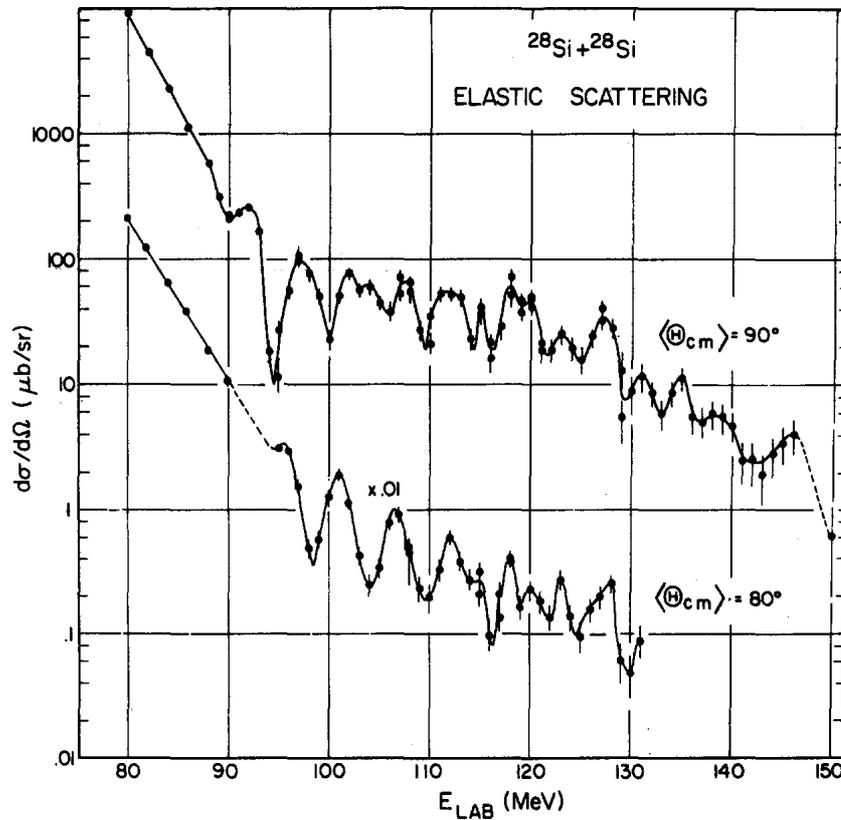


Figura 1.9: Función de excitación de la dispersión elástica $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$

los sistemas que prese resonancias moleculares se caracterizan por tener un número par de protones y neutrones y con el mismo número de protones que de neutrones, por lo que se pueden suponer constituidos por partículas α . Estos sistemas se caracterizan por el hecho de que sus estados excitados están situados a una energía relativamente alta. En términos del potencial óptico, la parte imaginaria es mucho más débil que la real y con un radio menor, por lo que en la posición de la barrera del potencial apenas hay absorción. Cuando se el potencial óptico cumple esta propiedad se dice que existe transparencia superficial.

La estructura presente en la función de excitación se caracteriza por unas resonancias gruesas, de anchura $\Gamma \simeq 2$ MeV, en la que está superpuesta una

estructura intermedia, de anchura $\Gamma \simeq 200$ keV. De la conocida relación entre el tiempo de vida y la anchura de una resonancia

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c} = \frac{197,02}{3\Gamma(\text{MeV})} 10^{-23} \text{ s}$$

obtenemos que los tiempos de vida característicos del estado metaestable son $\tau = 3 \cdot 10^{-22}$ s y $\tau = 3 \cdot 10^{-21}$ s para las estructuras gruesa e intermedia, respectivamente. Estos tiempos son aproximadamente uno y dos órdenes de magnitud más largos que el tiempo de colisión.

Vimos anteriormente que cuando la energía incidente coincide con la altura de la barrera del potencial efectivo para una onda parcial, la velocidad radial debe ser muy pequeña, mientras que la velocidad angular es prácticamente constante, determinada únicamente por el momento angular de esta onda parcial y el momento de inercia del sistema. Este fenómeno debe dar origen a una resonancia conocida como resonancia de órbitas (*orbiting*), también llamas resonancia de pico de la barrera (*barrier-top resonances*). Este fué el fenómeno al que se intentó asignar la naturaleza de la estructura gruesa en las funciones de excitación desde un principio. Para obtener una concordancia entre la teoría y el experimento hicieron falta avances en el cálculo del potencial óptico. Un aspecto fundamental es que incluso si la energía incidente es mayor que la barrera de la onda parcial, una excitación nuclear puede provocar una disminución de la energía cinética relativa, de forma que los núcleos queden atrapados en el potencial efectivo. Este fenómeno se ilustra en la figura 1.6.

Debido al parecido entre el potencial efectivo y el potencial de Morse que liga las moléculas, se denomina a estas resonancias *resonancias moleculares*. Los cálculos microscópicos permiten visualizar espacialmente las resonancias moleculares como se indica en las figuras 1.6 y 1.12 para las trayectorias radial y angular.

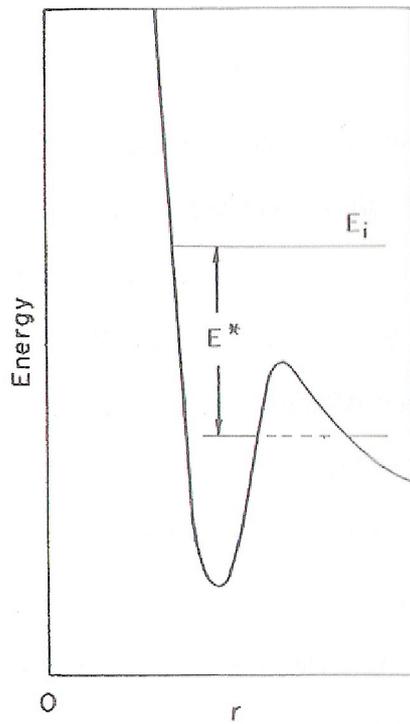


Figura 1.10: Ilustración esquemática del mecanismo de las resonancias moleculares. Un sistema incidente en el canal elástico con energía E_i se convierte en un sistema cuasiligado mediante excitación a un estado excitado de energía E^* .

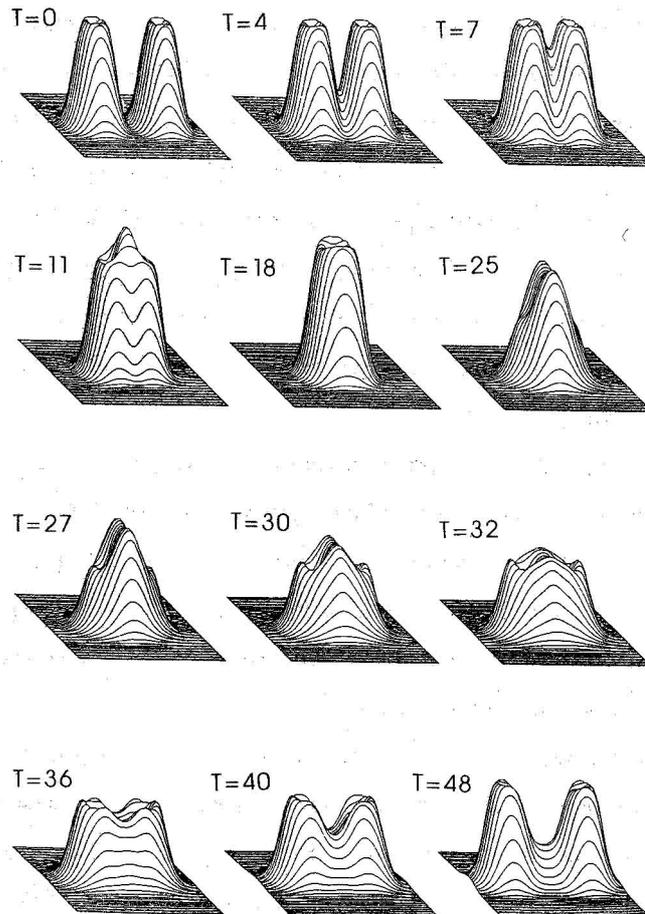


Figura 1.11: Perfiles de densidad de ^{12}C sobre ^{12}C a $E=64A \cdot \text{MeV}$ ilustrando la formación de unamolécula nuclear. La unidad de tiempo es $1 \text{ fm}/c = 3,3 \times 10^{-24}\text{s}$. Los cálculos fueron realizados por maruhn y Cusson mediante el método de Hartree-Fock.

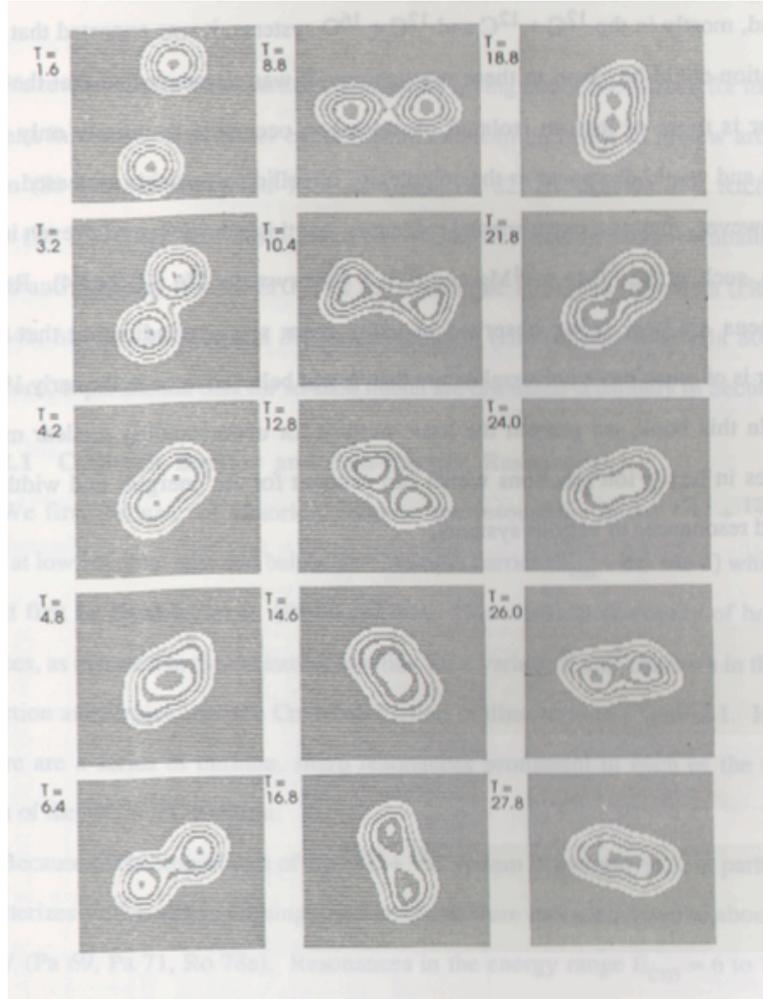


Figura 1.12: Líneas de contorno de densidad nuclear en la colisión ^{16}O sobre ^{16}O a $E_{lab} = 105$ MeV con un momento angular de $13\hbar$, que ilustra la formación de una molécula nuclear que rota y vibra. La unidad de tiempo es 10^{-22} s. Los cálculos fueron realizados mediante el método de Hartree-Fock por Flocard, Koonin y Weiss.

En la realidad, debido en este fenómeno pueden resonar varias ondas parciales para una energía incidente, produciendo resonancias correlacionadas en varios canales de salida distintos.

Se obtuvo un avance fundamental en la comprensión de la naturaleza de las resonancias moleculares mediante la interpretación de la dispersión mediante el método de canales acoplados (CC). En este método, la función de onda de ambos núcleos se desarrolla en términos de funciones de ondas radiales relativas y funciones de ondas angulares, formadas por el acoplamiento de funciones internas intrínsecas y una función relativa de momento angular (armónico esférico):.

$$\Psi^{JM}(\xi, \mathbf{r}) = \sum_{\alpha} \frac{1}{r} \psi(r)_{\alpha}^J \Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r)$$

donde α representa el conjunto de números cuánticos necesarios para especificar completamente la función de ondas, en particular el momento angular relativo L , los spines de cada uno de los núcleos I_1, I_2 y las variables internas de sus funciones de ondas ξ_1 y ξ_2 .

La función de ondas $\Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r)$ viene dada por el acoplamiento de las funciones de ondas relativas y las intrínsecas:

$$\Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r) = [[\phi_1(\xi_1), \phi_2(\xi_2)]_I, Y_L(\hat{\mathbf{r}})]_{JM}$$

donde $\phi_1(\xi_1)$ y $\phi_2(\xi_2)$ son las funciones de ondas intrínsecas de ambos núcleos. Cuando esta función de ondas se inserta en la ecuación de Schrödinger

$$[H - E] \Psi^{JM}(\xi, \mathbf{r}) = 0$$

con Hamiltoniano

$$H = H_1(\xi_1) + H_2(\xi_2) + T + V(\xi, \mathbf{r})$$

obtenemos un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas para cada onda parcial:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{L_i(L_i + 1)}{r^2} + U_{ii}(r) - E_i \right\} \psi_i^J(r) = - \sum_{j \neq i} U_{ij}^J(r) \psi_j^J(r)$$

donde

$$U_{ij}^J(r) = \langle \Phi_i^{JM} | V(\xi, \mathbf{r}) | \Phi_j^{JM} \rangle$$

y E_i es la diferencia entre la energía total y las energías de excitación de cada núcleo.

$$E_i = E - \epsilon_{\xi_1 I_1}^1 - \epsilon_{\xi_2 I_2}^2$$

Vemos que el Hamiltoniano toma la forma de una matriz para cada onda parcial en esta representación. Cuando esta matriz se diagonaliza, tenemos los estados propios, que serán los estados en los que se encuentren las resonancias moleculares. Cuando estos estados quedan atrapados por el potencial efectivo observamos las resonancias moleculares.

Por ejemplo, en la figura 1.6 se muestra el potencial efectivo para $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$, en el que se muestra la energía incidente y varias ondas parciales.

En la figura 1.6 se muestran las funciones de excitación experimentales del sistema $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$, en las que se observan las resonancias predichas en la figura 1.6.

Las funciones de onda que diagonalizan la matriz del potencial son los estados propios suponiendo que la interacción es adiabática. Si consideramos el Hamiltoniano que incluye las partes intrínsecas, angular y el potencial de interacción

$$\mathcal{H} = H_1(\xi_1) + H_2(\xi_2) + \frac{\hbar^2 \mathbf{L}^2}{2\mu r^2} + V(\xi, \mathbf{r})$$

sus elementos de matriz serán

$$h_{ij}^J = \left\{ \epsilon_{\xi_1 I_1}^1 + \epsilon_{\xi_2 I_2}^2 + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{L_i(L_i + 1)}{r^2} \right\} \delta_{ij} + \langle \Phi_i^{JM} | V(\xi, \mathbf{r}) | \Phi_j^{JM} \rangle$$

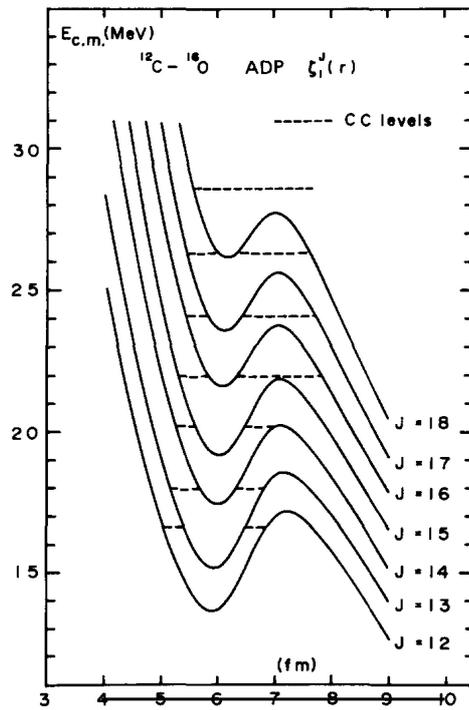


Figura 1.13: Parte real del potencial efectivo distorsionado $\kappa_0^J(r)$ para las ondas parciales más bajas del sistema $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$. Los niveles de canales acoplados se indican por líneas a trazos.

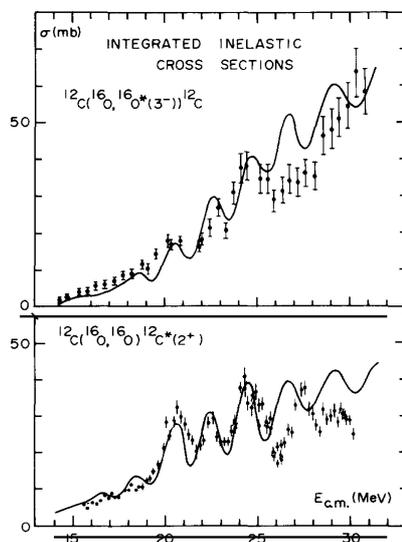


Fig. 12. The integrated cross sections for $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O})^{12}\text{C}^*(2^+)$, 4.43 MeV and $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, ^{16}\text{O}^*(3^-))^{12}\text{C}$. Solid curves show the calculations with the inclusion of the $2^+(^{12}\text{C})$ state and the $3^-(^{16}\text{O})$ state.

Figura 1.14: Función de excitación inelástica

Si lo diagonalizamos en la base formada por las funciones de ondas angulares

$$\mathcal{H}\Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}) = \kappa_{\alpha}^J(r)\Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}})$$

tenemos que para cada valor del radio el valor propio del Hamiltoniano es

$$\mathcal{H}_{ij}^J(r) = \kappa_i^J(r)\delta_{ij}$$

con vectores propios

$$\Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r) = \sum_{\alpha} a_{\alpha j}(r)\Phi_j^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}})$$

Estas funciones de onda son las funciones de onda propias adiabáticas, es decir, cuando el movimiento relativo entre ambos núcleos es infinitamente lento. Si estas funciones las introducimos en la ecuación de Schrödinger multiplicadas por sus respectivas funciones de onda radiales $u(r)_{\alpha}^J/r$, tenemos

las funciones de onda totales

$$\Psi_{\alpha}^{JM}(\xi, \mathbf{r}) = \sum_{\alpha} \frac{u_{\alpha}^J}{r} \Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r)$$

Estas funciones están acopladas entre sí, y los coeficientes de acoplamiento son debidos a la energía cinética radial

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \epsilon_{\alpha}^J(r) - E \right\} u_{\alpha}^J(r) = - \sum_{\beta \neq \alpha} U_{\alpha\beta}^J(r) u_{\beta}^J(r)$$

donde

$$\epsilon_{\alpha}^J(r) = \kappa_{\alpha}^J(r) - \frac{\hbar^2}{2\mu} b_{\alpha\alpha}^J(r)$$

y

$$U_{\alpha\beta}^J(r) = \frac{\hbar^2}{2\mu} \left\{ b_{\alpha\alpha}^J(r) + 2a_{\alpha\beta}^J(r) \frac{d}{dr} \right\}$$

donde los coeficientes $a_{\alpha\beta}^J$ y $b_{\alpha\beta}^J$ vienen dados por

$$a_{\alpha\beta}^J(r) = \left\langle \Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r) \left| \frac{d}{dr} \right| \Phi_{\beta}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r) \right\rangle$$

y

$$b_{\alpha\beta}^J(r) = \left\langle \Phi_{\alpha}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r) \left| \frac{d^2}{dr^2} \right| \Phi_{\beta}^{JM}(\xi, \hat{\mathbf{r}}, r) \right\rangle$$

En la medida que el movimiento es adiabático, los coeficientes $a_{\alpha\beta}^J(r)$ y $b_{\alpha\beta}^J(r)$ son despreciables y las ecuaciones radiales se desacoplan. En la aproximación adiabática, el principal efecto del acoplamiento sobre el potencial efectivo en el canal elástico es la adición de una función radial $\Delta\kappa_0^J(r)$ dada por

$$\Delta\kappa_0^J(r) = \kappa_0^J(r) - U_{00}^J(r) - \left\{ \epsilon_{\xi_{1i}I_1}^1 + \epsilon_{\xi_{2i}I_2}^2 + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{L_i(L_i + 1)}{r^2} \right\}$$

A $\Delta\kappa_0^J(r)$ se le denomina el potencial de distorsión y no es otra cosa que el desplazamiento del potencial efectivo en el estado fundamental debido al acoplamiento. A $\kappa_0^J(r)$ se le denomina el potencial adiabático distorsionado. Los estados mostrados anteriormente en el potencial efectivo $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$,

corresponden a los estados adiabáticos. El potencial distorsionado reproduce satisfactoriamente la posición de las resonancias de la estructura gruesa. Para que este potencial de distorsión tenga un efecto observable es necesaria la condición de transparencia superficial, es decir que la absorción (representada por la parte imaginaria del potencial óptico) no sea importante en la zona de la barrera del potencial modificada por el potencial de distorsión.

La estructura fina se interpreta como debida a la fragmentación cde la estructura gruesa por los estados inelásticos y de acoplamiento de partículas.

1.6.1. Modelo del cruce de bandas

Un modelo que ayuda a interpretar la aparición de resonancias moleculares es el modelo del cruce de bandas. En este modelo, el sistema compuesto formado en la resonancia molecular tiene un movimiento rotacional de acuerdo con la relación entre la energía del sistema y el momento angular de rotación, dada por

$$E_J = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2(\mu r^2 + \mathcal{I}(r))}$$

donde el denominador es doble del momento de inercia total del sistema $\mathcal{I}(r) = \mu r^2 + \mathcal{I}_{in}$ y \mathcal{I}_{in} es el momento de inercia interno del sistema inducido durante la colisión. El modelo del cruce de bandas establece que aparecen resonancias en un canal inelástico, de transferencia de partículas o de reacción cuando las bandas rotacionales en dicho canal y en el canal elástico se cruzan.

Se observa que un canal inelástico se acopla al canal elástico cuando el spin interno y el momento angular relativo del canal inelástico están alineados, es decir $I = I_1 + I_2$ y $J = L + I$. Si en el canal elástico ambos núcleos tienen spin nulo, en dicho canal $J = L$, mientras que en el canal inelástico $L' = L - I = J - I$. El valor de J para el que se produce esta resonancia viene dado por la igualdad entre las energías de la banda fundamental

$$E_J = E_0 + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} J(J+1)$$

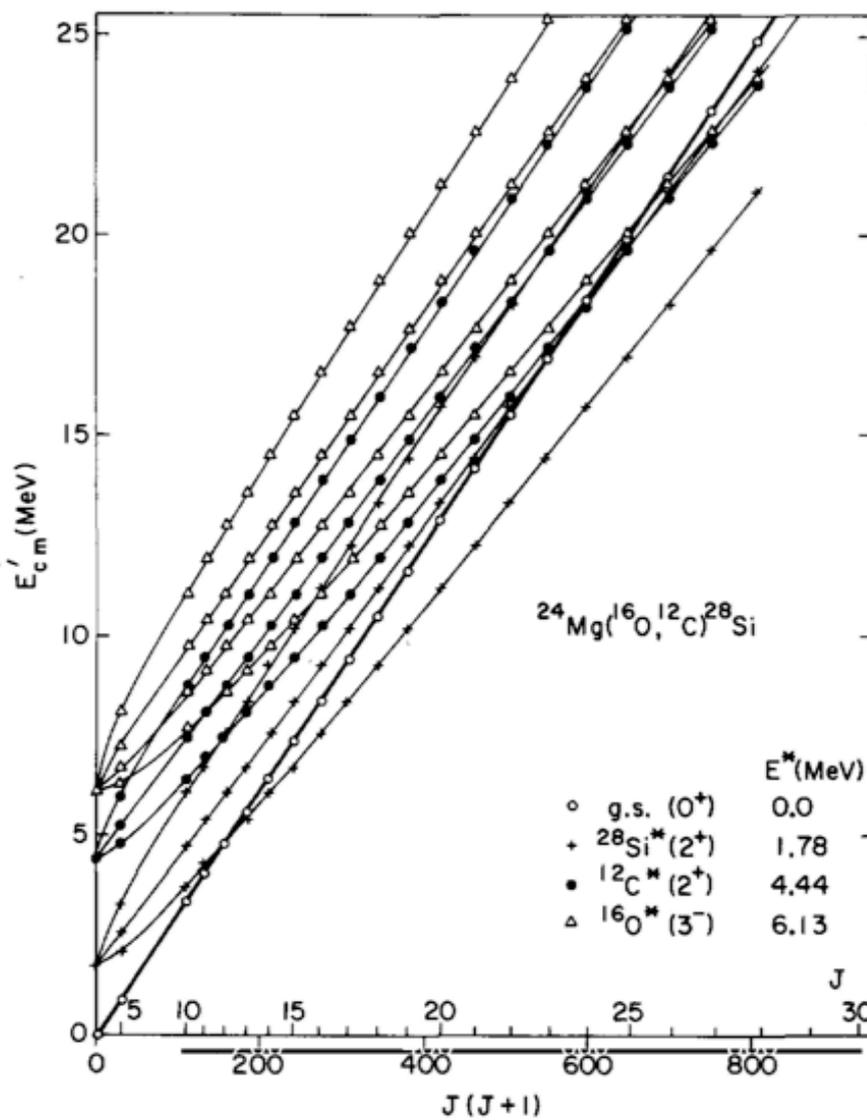


Figura 1.15: Ilustración del modelo de cruce de bandas.

y de la banda inelástica

$$E'_J = E_0 + \epsilon_{I_1} + \epsilon_{I_2} + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}(J - I)(J - I + 1)$$

Igualando E_J y E'_J obtenemos el valor de J para el cual aparece la resonancia.

$$J = \frac{\epsilon\mathcal{I}}{I\hbar^2} + \frac{I}{2} - \frac{1}{2}$$

donde $\epsilon = \epsilon_{I_1} + \epsilon_{I_2}$. Se encuentra que el momento de inercia obtenido de la energía de las resonancias moleculares viene dado con buena aproximación por el momento de inercia de dos masas separadas una distancia R

$$\mathcal{I} = \mu R^2$$

con

$$R = r_0(A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$$

y r_0 el radio reducido de la parte real del potencial óptico.

1.6.2. Moléculas Gigantes.

En el caso de núcleos ligeros la estabilidad nuclear proporcionada por la estructura en cúmulos α proporciona la transparencia superficial necesaria para la formación de moléculas nucleares. Se ha especulado mucho con la existencia de moléculas nucleares gigantes, formadas en colisiones de núcleos transuránidos: U+U, U+Th, Th+ Cf, etc. En este caso la repulsión coulombiana proporciona la transparencia superficial necesaria. Greiner y colaboradores han encontrado que el potencial entre núcleos transuránidos tiene bolsillos.

1.6.3. Dispersión anómala a grandes ángulos (ALAS)

Uno de los efectos producidos por las resonancias moleculares es que la sección eficaz elástica de los sistemas que presentan resonancias moleculares es anormalmente grandes ángulos grandes. Este efecto no es exclusivo

de sistemas con resonancias moleculares. De hecho está presente en muchos sistemas ligeros con transparencia superficial. Por ejemplo, en el sistema $\alpha+^{40}\text{Ca}$ se observó un aumento anómalo de la sección eficaz a grandes ángulos a finales de los años 70 (Delbar et al. 1978). Se observan marcadas variaciones de un núcleo a otro, lo que está relacionado con la variación de la absorción con la estructura nuclear. Otros sistemas ligeros que presentan la dispersión anómala a grandes ángulos (ALAS de Anomalous Large Angle Scattering) son $\alpha+^{16}\text{O}$ y $^6\text{Li} + ^{16}\text{O}$. En estos sistemas el ALAS se ha interpretado como debido a la interferencia entre la onda reflejada en la parte externa de la barrera y la reflejada en la parte interna. En otros sistemas como $^{32}\text{S} + ^{28}\text{Si}$, el ALAS se ha interpretado como debido a la interferencia entre la dispersión elástica y la transferencia elástica de una partícula α , en la que el ^{32}S dispersado hacia atrás es realmente el núcleo blanco de ^{28}Si que ha capturado una partícula α . La dispersión a grandes ángulos está dominada por la transferencia de una partícula α . Podemos escribir la amplitud de dispersión como la suma coherente de la dispersión elástica y la transferencia de partículas:

$$f(\theta) = f_{El}(\theta) + f_{Tr}(\pi - \theta)$$

Tenemos los siguientes desarrollos en ondas parciales

$$f_{El}(\theta) = \sum_l (2l + 1)(S_{El} - 1)P_l(\cos\theta)$$

$$f_{Tr}(\theta) = \sum_l (2l + 1)S_{Tr}P_l(\cos\theta)$$

$$f(\theta) = \sum_l (2l + 1)(S_{El,l} + (-1)^l S_{Tr,l} - 1)P_l(\cos\theta)$$

con lo que la inclusión del proceso de transferencia es equivalente a una matriz S que depende de la paridad.

La explicación de la interferencia entre la dispersión elástica y la transferencia elástica no explica el fenómeno ALAS en todos los casos. La presencia de oscilaciones a grandes ángulos implica la existencia de una interferencia

entre al menos dos amplitudes distintas. Brink y Takigawa propusieron un modelo en el que la interferencia era debida a la onda reflejada en la parte externa de la barrera y la reflejada en la parte interna de la barrera.

Fuller propuso una interferencia entre la parte difundida por el lado lejano y el cercano.

1.7. Fusión bajo la barrera

Uno de los fenómenos que más sorpresa causaron fue la observación de fusión de núcleos pesados a energías por debajo de la barrera de Coulomb. A estas energías, el único mecanismo posible es el efecto túnel. De hecho, para núcleos ligeros, la sección eficaz predicha por el modelo túnel unidimensional, predice correctamente la sección eficaz observada, como se muestra en la figura. Sin embargo, como veremos más adelante, este no es el caso para sistemas pesados.

1.7.1. Medida experimental de la fusión subcoulombiana

Existen diversos procedimientos para la medida de la fusión. Para sistemas cuya masa total es inferior a 120, $A = A_1 + A_2 < 120$, se forman residuos de evaporación. Para sistemas con $A > 240$, el núcleo compuesto se desintegra por fisión una vez formado, por lo que hay que medir los fragmentos de fisión. Para sistemas ligeros hay diversos procedimientos de medida de los residuos de evaporación. Uno de los métodos es la medida de los residuos pesados de retroceso mediante un separador de fragmentos. Otras posibilidades incluyen la medida de rayos γ del residuo de evaporación, rayos X retardados. En la figura se muestra un esquema de los productos originados en la fusión subcoulombiana.

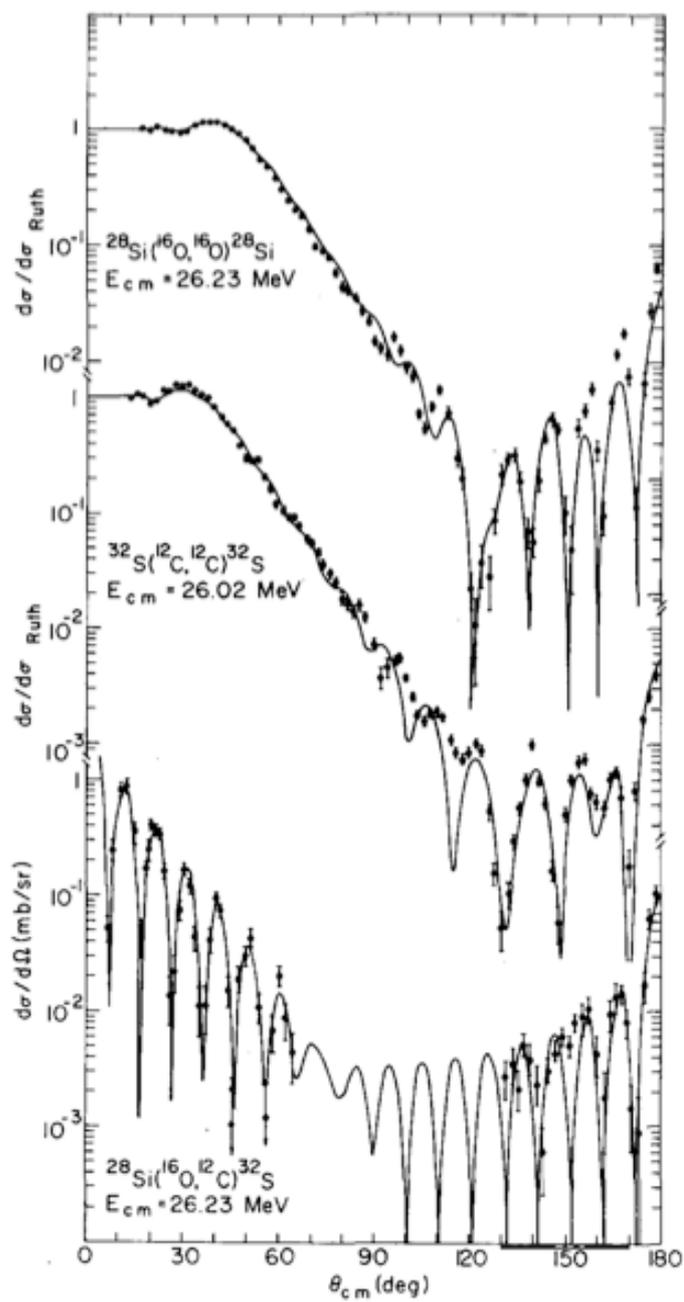


Figura 1.16: ALAS

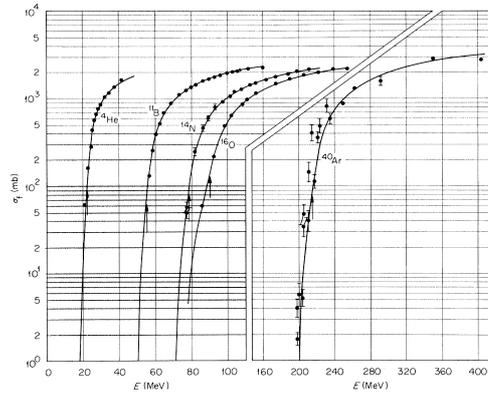


FIG. 1. Total fission cross sections of ${}^4\text{He}$, ${}^{11}\text{B}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{16}\text{O}$, and ${}^{40}\text{Ar}$ on ${}^{238}\text{U}$. The solid curves are theoretical fits treating the fission cross sections as total reaction cross sections. The arrows indicate the locations of the interaction barrier E_0 for the s wave when all orientations are averaged.

Figura 1.17: Fusión de sistemas ligeros

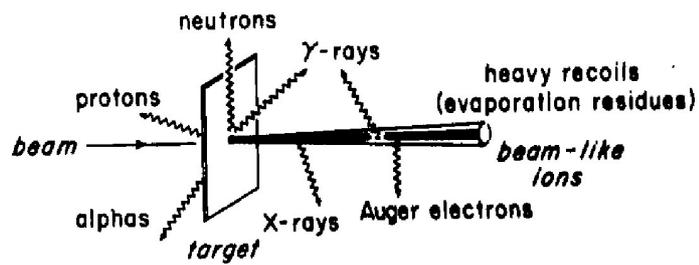


Figura 1.18: Representación esquemática de los productos de una reacción fusión

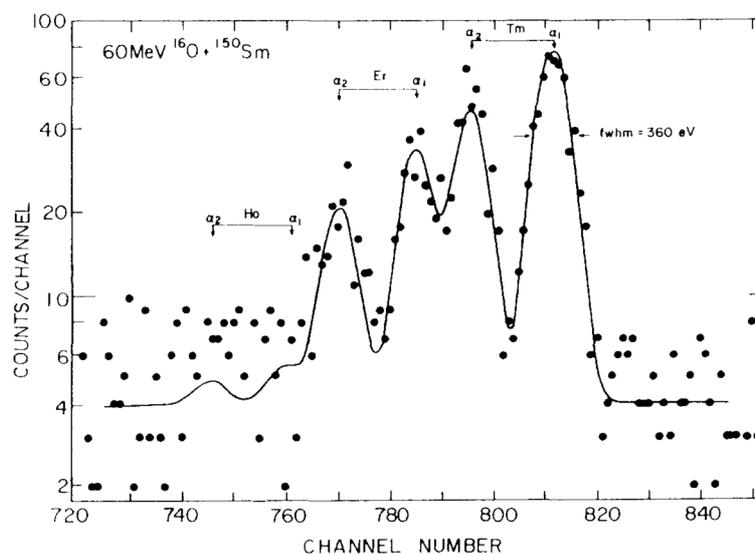


Fig. 7. Photon spectrum covering the range 45 to 53 keV. The Tm K_{α_1} and K_{α_2} X-rays are produced by electron capture decay of Yb and subsequent internal conversion in the Tm daughter. Full curve is a fit to the daughter in which each component is approximated by a Gaussian [63, 64].

1.7.1.1. Rayos X rápidos

Un método frecuentemente empleado en la detección de residuos de evaporación es medir los rayos X de la capa K, emitidos tras procesos de conversión interna. Estos rayos X son característicos del elemento producido como residuo de evaporación. La multiplicidad de rayos X depende de Z y A del residuo de evaporación y también de su estructura nuclear y de la población de estados excitados producidos por la reacción. Las multiplicidades típicas para la formación de tierras raras con núcleos ligeros como C y N varían entre 0.2 y 1.2 rayos X K por reacción. Varía con A como $A^{7.3}$.

1.7.1.2. Rayos X retardados

La medida de rayos X retardados producidos después de la captura electrónica del

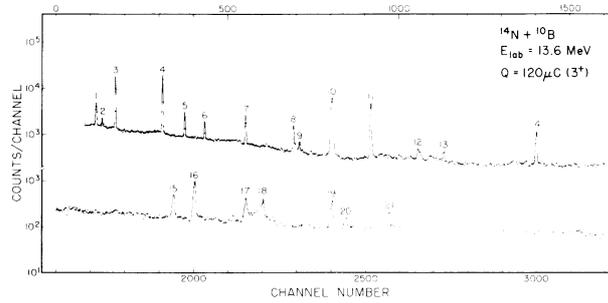


Fig. 9. Gamma-ray pulse height spectrum for $^{14}\text{N} + ^{10}\text{B}$ taken with a 73 cm^3 coaxial Ge(Li) detector placed at 0° . The numbered full-energy peaks are identified in table 1 [71].

Figura 1.19:

1.7.1.3. Rayos γ

1.7.1.4. Medida de residuos de evaporación mediante separadores de fragmentos y filtros de velocidad

1.7.1.5. Fragmentos de fisión

1.7.2. Modelos teóricos de fusión subcoulombiana

1.7.2.1. Modelo túnel unidimensional

Este modelo se basa en suponer que la parte real del potencial efectivo entre ambos núcleos describe adecuadamente la interacción nuclear y que los grados de libertad correspondientes a los estados excitados no juegan un papel importante. Tenemos por lo tanto que la energía incidente corta a la barrera exterior del potencial efectivo en un punto exterior r_2 y un punto interior r_1 . Tentremos que la sección eficaz de fusión la podemos calcular como la suma de las secciones eficaces de fusión para cada una de las ondas parciales:

$$\sigma_F = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l + 1) T_l^F$$

Aunque T_l se puede calcular resolviendo exactamente la ecuación de Schrödinger, se encuentra que las aproximaciones semiclásicas dan resultados muy próximos al resultado exacto. Una de las aproximaciones semiclásicas más populares es el método BKW (Brillouin-Kramers-Wentzel). El método BKW

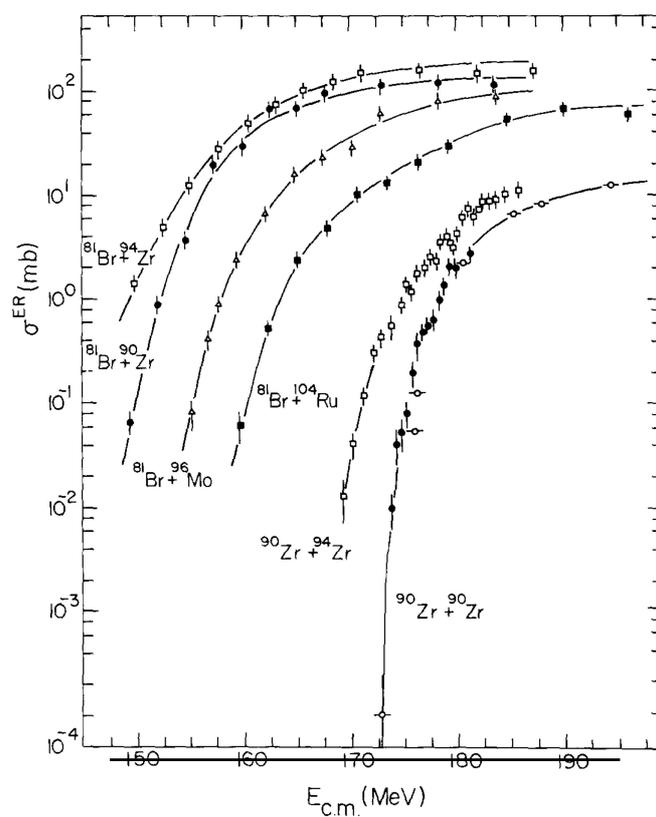


Figura 1.20: Funciones de excitación de formación de residuos de evaporación.

define un momento local

$$p(r) = \sqrt{2\mu(E - V(r))}$$

que permite obtener el coeficiente de penetración como una integral de este momento local entre los puntos de retorno interior y exterior clásicos

$$T_{BKW} = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} |p(r)| dr\right)$$

En el caso de una barrera parabólica $V_0 - \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$ esta integral tiene una solución analítica sencilla:

$$T_{BKW} = \exp\left[-\frac{2\pi(V_0 - E)}{\hbar\omega}\right]$$

El cálculo exacto mecanocuántico da como resultado

$$T_{QM} = \frac{T_{BKW}}{1 + T_{BKW}} = T_{BKW} (1 - T_{BKW} + T_{BKW}^2 - T_{BKW}^3 + \dots)$$

cuya interpretación es que el cálculo exacto difiere del semicásico en que tiene en cuenta reflexiones múltiples.

Un potencial que presenten una barrera en R_0 de altura V_0 se puede aproximar en segundo orden en serie de Taylor alrededor de esta barrera:

$$V(r) \simeq V(R_0) + \frac{1}{2}\mu\omega_0^2(r - R_0)^2$$

con

$$\omega_0^2 = -\frac{1}{\mu} \left. \frac{d^2V(r)}{dr^2} \right|_{r_0}$$

En el caso de la fusión subcoulombiana podemos aproximar con precisión razonable el potencial de la onda parcial l por

$$V(r) \simeq V_B + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_B^2} - \frac{1}{2}\mu\omega_{Bl}^2(r - R_B)^2$$

donde V_B y R_B son la altura de la barrera de Coulomb y su posición del

potencial en la onda s y

$$\omega_{Bl}^2 = -\frac{1}{\mu} \frac{d^2}{dr^2} \left(V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \right) \Big|_{r=R_B}$$

Aunque el máximo de las ondas parciales se mueve hacia el exterior ligeramente cuando l aumenta, es una aproximación razonable tomarlo fijo en R_B y tomar ω_B constante e igual al valor para la onda s . Cuando utilizamos el coeficiente de transmisión para la aproximación parabólica obtenemos la fórmula de Hill y Wheeler

$$T_l^{HW}(E) = \frac{1}{1 + \exp \left\{ 2\pi \left[V_B + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_B^2} - E \right] / \hbar\omega_B \right\}}$$

La fórmula de Wong se obtiene escribiendo para la sección eficaz de fusión

$$\sigma_F(E) = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) T_l^{HW}(E)$$

Si pasamos la variable discreta l a la variable continua λ

$$\sum_l (2l+1) = 2 \sum_l \left(l + \frac{1}{2} \right) \longrightarrow 2 \int \lambda d\lambda$$

tenemos

$$\sigma_F(E) = \frac{2\pi}{k^2} \int_0^\infty \frac{\lambda d\lambda}{1 + \exp \left\{ 2\pi \left[V_B + \frac{\hbar^2 \lambda^2}{2\mu R_B^2} - E \right] / \hbar\omega_B \right\}}$$

Utilizando la fórmula

$$\int_0^\infty \frac{dx}{1 + a \exp(bx)} = \frac{1}{b} \ln \left(1 + \frac{1}{a} \right)$$

con $a = \exp \{2\pi [V_B - E] / \hbar\omega_B\}$ y $b = \frac{\pi\hbar}{\mu R_B^2 \omega_B}$ obtenemos

$$\sigma_F(E) = \frac{\hbar\omega_B R_B^2}{2E} \ln \{1 + \exp [2\pi (E - V_B) / \hbar\omega_B]\}$$

con

$$\hbar\omega_B = \hbar \sqrt{\frac{|V''(R_B)|}{\mu}}$$

Esta fórmula se conoce como fórmula de Wong y tiene como límite a energías por encima de la barrera la expresión usual a estas energías

$$\sigma_F(E) \rightarrow \pi R_B^2 \left[1 - \frac{V_B}{E}\right] \quad E > V_B$$

mientras que a energías muy por debajo de la barrera da como límite la expresión BKW:

$$\sigma_F(E) \rightarrow \frac{\hbar\omega_B R_B^2}{2E} \exp [-2\pi (V_B - E) / \hbar\omega_B] \quad E \ll V_B$$

La fórmula de Wong funciona bien para sistemas ligeros pero falla para los sistemas pesados, como se ve en la figura para diversos sistemas Ni+Ni.

La descripción como efecto túnel unidimensional falla especialmente para núcleos deformados, núcleos con niveles vibracionales bajos y núcleos ricos en neutrones. En el caso de núcleos deformados vemos un ejemplo en la siguiente figura:

En los siguientes datos de O+Sm vemos que la sección eficaz aumenta con el número de neutrones.

1.7.3. Inversión de barreras

Una de las sorpresas que se encontraron fue cuando se invirtieron datos experimentales de fusión subcoulombiana para encontrar la barrera unidimensional que los describía. Es posible obtener el grosor de la barrera a partir de los datos experimentales. Si la parte exterior esta fijada por el potencial Coulombiana, de esta manera determinamos el potencial interior. El

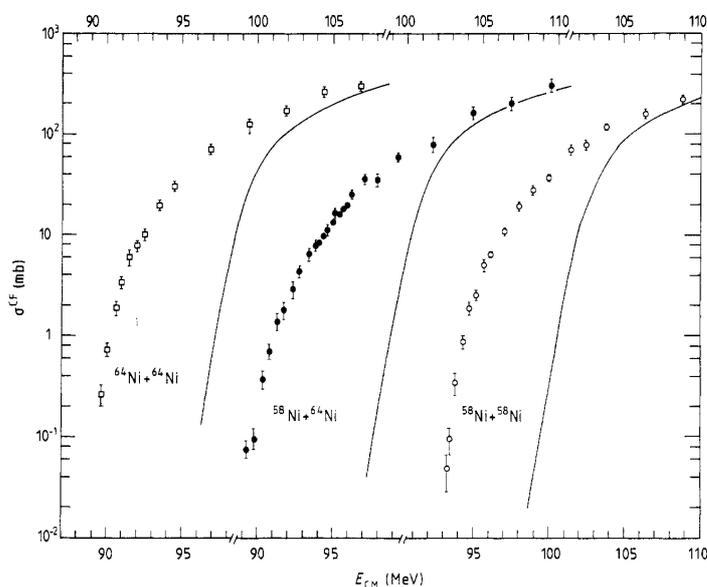


Figure 4. Excitation functions for complete fusion of $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$, $^{58}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$ and $^{64}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$. The smooth curves denote the results of the quantum tunnelling predictions made using the WKB method.

Figura 1.21: Fusión Ni+Ni

resultado fué el mostrado en la figura. Mientras que para sistemas ligeros se encuentran barreras que coinciden con las obtenidas del potencial óptico, en el caso de sistemas pesados el resultado es claramente inconsistente, indicando la necesidad de introducir acoplamientos.

1.7.4. Núcleos deformados

La idea básica en la interpretación de la sección eficaz de fusión sub-coulombiana en el caso de núcleos deformados es la constatación de que la barrera es más baja cuando el proyectil incide en la dirección del eje de simetría para un núcleo prolato que cuando incide perpendicular a dicho eje. El radio de la densidad de materia nuclear se puede expresar como

$$R(\theta) = R_0(1 + \beta_\lambda Y_{\lambda 0}(\theta, 0))$$

La sección eficaz de fusión depende de la orientación. Si se calcula el potencial entre ambos núcleos en función de la orientación relativa, tenemos

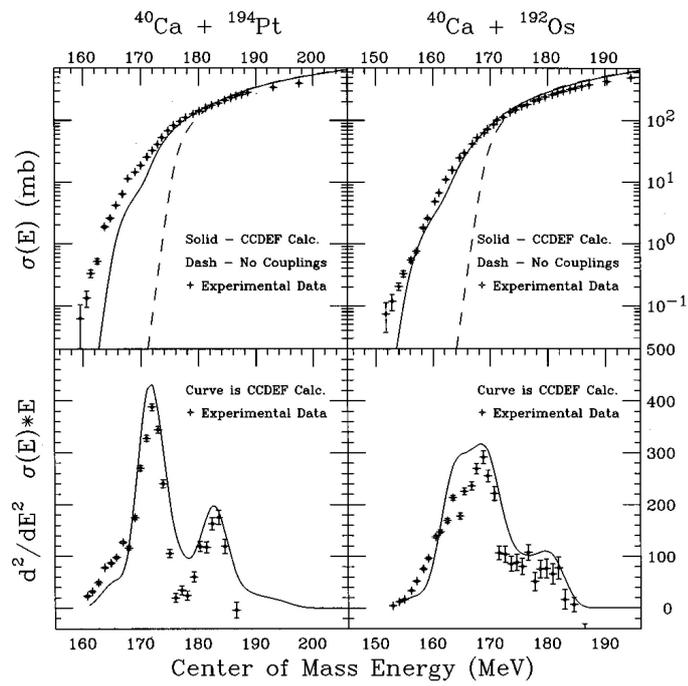


FIG. 13. Experimentally determined fusion cross sections by Bierman *et al.* (1996a) for prolate and oblate nuclei. The solid curve is the simplified coupled-channels calculation with the CCDEF code. The dashed curve is the result for a one-dimensional barrier ignoring all the couplings.

Figura 1.22: Fusion Ca Pt

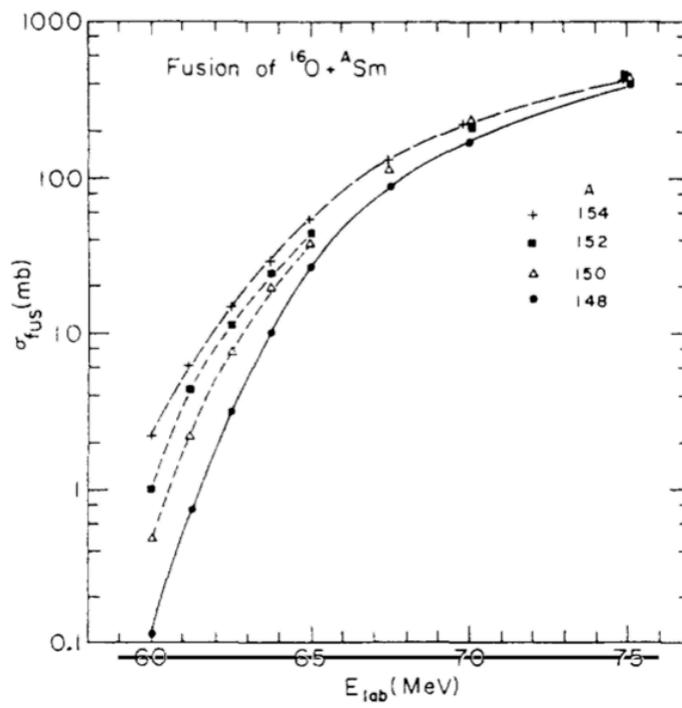


Figura 1.23: Fusion O+Sm

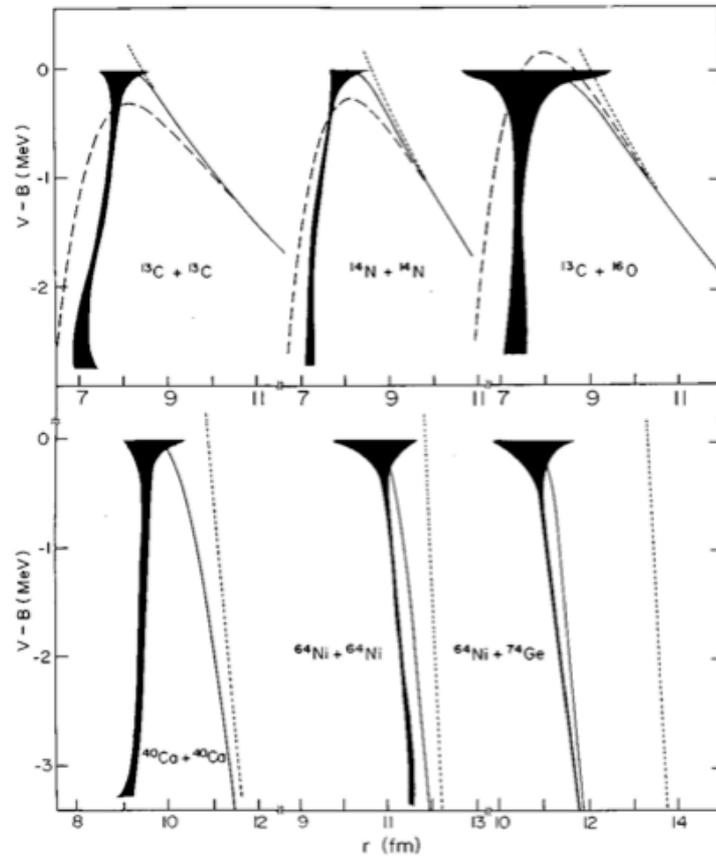


Figura 1.24: Inversión de barreras

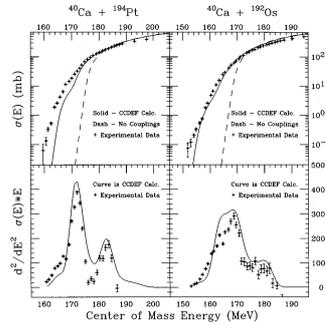


FIG. 13. Experimentally determined fusion cross sections by Bierman *et al.* (1996a) for prolate and oblate nuclei. The solid curve is the simplified coupled-channels calculation with the CCDEF code. The dashed curve is the result for a one-dimensional barrier ignoring all the couplings.

Figura 1.25:

una penetrabilidad que depende del ángulo de orientación. En primer orden de aproximación podemos tomar

$$V(R(\theta)) = V(R_0) + R_0 \beta_2 Y_{20}(\theta, 0) \frac{dV}{dR} = V(R_0) + \beta_2 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} P_2(\cos \theta) \frac{dV}{dR}$$

con lo que tenemos una barrera cuya altura depende de la orientación. En unas orientaciones será más baja que la del núcleo esférico equivalente y en otras más alta. El coeficiente de penetrabilidad efectivo se calcula promediando sobre las orientaciones

$$T_l(E) = \int_0^1 d \cos \theta T_{0l} \left(E, V(R_0, r) + \frac{dV}{dR} R_0 \beta_2 \sqrt{\frac{5}{4\pi}} P_2(\cos \theta) \right)$$

En caso de que ambos núcleos sean deformados hay que promediar sobre ambas deformaciones. Este procedimiento explica razonablemente bien la fusión de núcleos deformados. Vemos que existe una distorsión de la barrera dependiendo de la deformación.

1.7.5. Núcleos vibratoriales

En el caso de núcleos vibratoriales, el radio nuclear depende de los operadores de deformación como

$$R = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right)$$

Los operadores $\alpha_{\lambda\mu}$ son osciladores armónicos que tienen vibraciones del punto cero. Estas vibraciones del punto cero causan distorsiones dinámicas de la barrera. Disminuyen la sección eficaz de fusión cuando suben la barrera y la aumentan cuando la bajan. Al igual que en el caso de núcleos deformados podemos desarrollar el potencial nuclear en primer orden de los operadores de deformación:

$$V(R) = V(R_0) + R_0 \frac{dV}{dR} \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}$$

Las amplitudes de oscilador armónico se distribuyen de forma Gaussiana, y cada multipolaridad es independiente de las demás. Se demuestra que esto produce una disminución neta de la altura de la barrera efectiva.

1.7.6. Canales acoplados

En los párrafos anteriores hemos visto que los estados excitados producen un aumento de la fusión bajando la barrera efectiva, tanto en núcleos rotacionales como vibratoriales. Una manera de tener ambos tipos de excitaciones y otras adicionales de una forma unificada es mediante las ecuaciones acopladas

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{L_i(L_i + 1)}{r^2} + U_{ii}(r) - E_i \right\} \psi_i^J(r) = - \sum_{j \neq i} U_{ij}^J(r) \psi_j^J(r)$$

donde

$$H = H_1(\xi_1) + H_2(\xi_2) + T + V(\xi, \mathbf{r})$$

$$U_{ij}^J(r) = \langle \Phi_i^{JM} | V(\xi, \mathbf{r}) | \Phi_j^{JM} \rangle$$

$$E_i = E - \epsilon_{\xi_1 I_1}^1 - \epsilon_{\xi_2 I_2}^2$$

Es conveniente estudiar las predicciones de los efectos de acoplamiento en el caso simple de un modelo unidimensional con dos canales acoplados. Tenemos las siguientes ecuaciones

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V_{ii}(x) - E + \epsilon_i \right\} \psi_i(x) = - \sum_{j \neq i} V_{ij}(x) \psi_j(x)$$

donde $V_{ij}(x)$ es el potencial de interacción y ϵ_i la energía de excitación. En el caso de dos canales tenemos

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V_{00}(x) - E + \epsilon_0 \right\} \psi_0(x) = -V_{01}(x) \psi_1(x)$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V_{11}(x) - E + \epsilon_1 \right\} \psi_1(x) = -V_{10}(x) \psi_0(x)$$

Como el potencial de acoplamiento es simétrico, ponemos $V_{01} = V_{10} = F(x)$ y $\epsilon_0 = 0$, $\epsilon_1 = Q$. Tomamos además $V_{00}(x) = V_{11}(x) = V(x)$. Tenemos para las ecuaciones acopladas

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E \right\} \psi_0(x) = -F(x) \psi_1(x)$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E - Q \right\} \psi_1(x) = -F(x) \psi_0(x)$$

Estas ecuaciones se pueden poner en forma matricial

$$\begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E - Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_0(x) \\ \psi_1(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & F \\ F & -Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_0(x) \\ \psi_1(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si diagonalizamos la matriz

$$M = \begin{bmatrix} 0 & F \\ F & -Q \end{bmatrix}$$

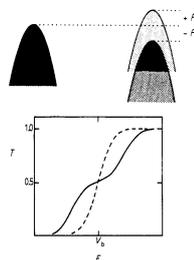


Figure 7. Upper plot: bifurcation of the potential barriers by the coupling interaction. Lower plot: influence of bifurcation upon the transmission probabilities. The broken curve is the result of penetration through the unmodified barrier of height v_0 . The full curve gives the penetrability in the presence of the coupling interaction.

Figura 1.26: Barreras de fusión eb canales acoplados.

tenemos los valores propios

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} \left(-Q \pm \sqrt{Q^2 + 4F^2} \right)$$

Vemos que el efecto es crear dos barreras, una mas alta que la inicial y otra más baja, como se representa en la figura.

En el caso exacto los resultados son similares como se muestra en la figura para el potencial de O+Sm.

Tendremos como consecuencia del proceso de diagonalización que la barrera inicial se desdobra en dos barreras, una más alta y otra más baja que la inicial, que tendrán como penetrabilidades $T_{l\pm}(E) = T_l(E, V(x) + \lambda_{\pm})$. Si los vectores propios correspondientes a λ_{\pm} son (U_+, V_+) y (U_-, V_-) tendremos que la penetrabilidad total en el canal elástico será

$$T_{Fus}(E) = U_+^2 T_+ + U_-^2 T_-$$

Se obtiene

$$U_{\pm}^2 = \frac{2F^2}{4F^2 + Q^2 \mp \sqrt{4F^2 + Q^2}}$$

En el caso límite de $Q = 0$ tenemos $\lambda_{\pm} = \pm F$ y $U_{\pm} = \pm \frac{1}{2}$. La penetrabilidad se representa en la figura en este caso y observamos un aumento a bajas energías.

El caso de muchos canales acoplados de distinta naturaleza y valores de

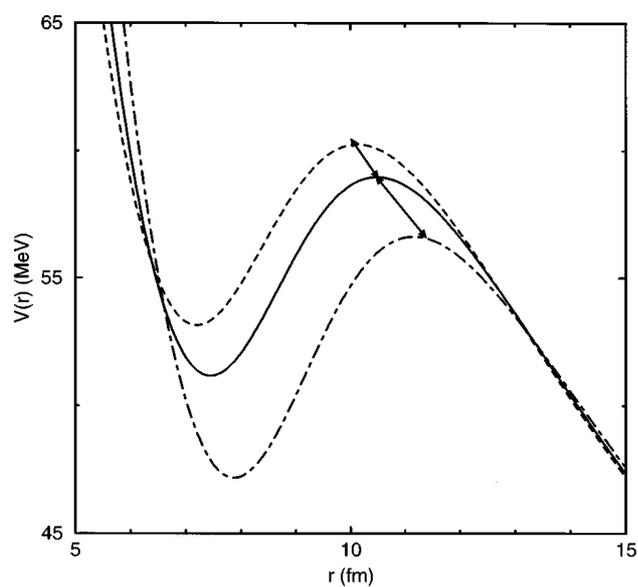


FIG. 7. Illustration of the geometric interpretation of the sudden approximation. The solid curve is the total potential for the $^{16}\text{O}+^{154}\text{Sm}$ system when the projectile is taken to be spherical. The dashed ($\lambda = -0.327$) and dot-dashed ($\lambda = +0.613$) curves are potentials for the two-level approximation for the target with $\beta = 0.25$. The arrows show the shifts predicted for the barrier peaks (Balantekin *et al.*, 1996).

Figura 1.27:

Q diferentes es más complicado desde el punto de vista formal, pero los resultados son análogos. Se encuentra que los canales que producen más aumento de fusión son aquellos con Q positivo. Estos canales corresponde a transferencia de partículas, y en particular a neutrones. En las figuras se muestran resultados para diferentes sistemas.

Aunque no todos los aspectos de la fusión subcoulombiana se entiende bien, se acepta que la inclusión de todos los canales relevantes en canales acoplados debe de conducir al la explicación de la fusión subcoulombiana.

1.7.7. Descripción de la fusión subcoulombiana en el modelo óptico

Es interesante la posibilidad de describir la fusión como un proceso de absorción originado por la parte imaginaria del potencial óptico. Dicha parte imaginaria tiene en cuenta todas las interacciones que eliminan flujo de partículas del canal elástico, desde las interacciones superficiales hasta la formación del núcleo compuesto. El interés radica en que esta interpretación ofrece la posibilidad de localizar espacialmente la zona de superposición entre ambos núcleos en la cual el destino de ambos núcleos es la formación del núcleo compuesto. Por otra parte ofrece una visión alternativa del proceso de fusión explicando desde otro punto de vista el aumento observado de la fusión subcoulombiana con respecto del efecto túnel unidimensional. De la ecuación de Schrödinger con un potencial complejo tenemos:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + (V(r) + iW(r))\Psi &= E\Psi \\ -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi^* + (V(r) - iW(r))\Psi^* &= E\Psi^* \end{aligned}$$

Multiplicando la primera ecuación por Ψ^* a la izquierda y la segunda por Ψ y restándolas, tenemos

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\Psi^*\nabla^2\Psi - \Psi\nabla^2\Psi^*) + 2iW(r)\Psi^*\Psi = 0$$

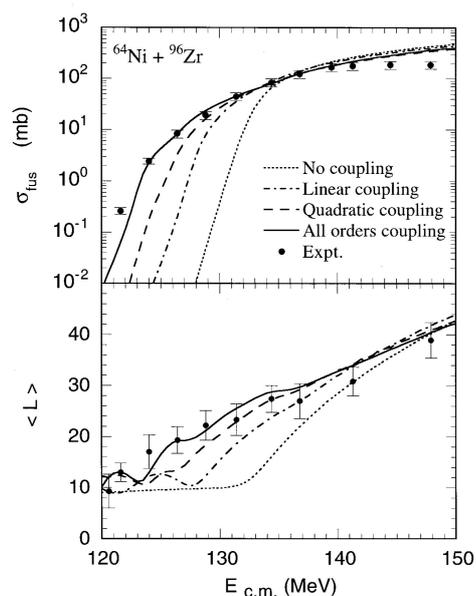


FIG. 11. Fusion cross section (upper panel) and the average angular momenta (lower panel) for the $^{64}\text{Ni}+^{96}\text{Zr}$ system. The data are from Stefanini *et al.* (1992), and the theoretical calculation is from Hagino, Takigawa, Dasgupta *et al.* (1997). The two-phonon states of the quadrupole surface vibration of both the projectile and the target are taken into account in the coupled-channels calculations. The dotted line is the result in the absence of channel coupling. The dot-dashed and dashed lines are the results when the nuclear potential is expanded up to the first- and the second-order terms in the deformation parameters, respectively. The solid line is the result of the coupled-channels calculations to all orders, obtained without expanding the nuclear potential.

Figura 1.28: Efectos de acoplamiento de canales en la fusión de Ni+Zr.

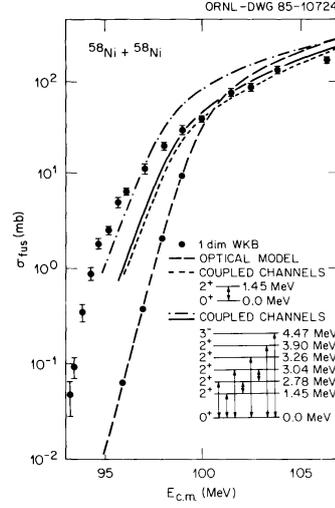


Fig. 41. Comparison of measured and calculated excitation functions for complete fusion of $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$. As in fig. 40, the AW real potential was used together with the restricted imaginary potential. The solid curve gives the result of coupling in all the indicated 2^+ levels; the dashed-dotted curve includes the coupling of the 3^- level, as well.

Figura 1.29: Efectos de acoplamiento de canales en la fusion de Ni+Ni.

que la podemos poner como

$$\nabla \cdot (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) = \frac{4mi}{\hbar^2} W(r) \Psi^* \Psi$$

Teniendo en cuenta que la corriente de probabilidad en Mecánica Cuántica viene dada por

$$\mathbf{j} = \frac{\hbar}{2im} (\Psi \cdot \nabla \Psi^* - \Psi^* \cdot \nabla \Psi) = -\frac{2}{\hbar} W(r) \Psi^* \Psi$$

El flujo emergente perdido debido al potencial imaginario es

$$\Phi_{out} = \int \nabla \cdot \mathbf{j}_{out} d^3r = \int d^3r \nabla \cdot \frac{\hbar}{2im} (\Psi \cdot \nabla \Psi^* - \Psi^* \cdot \nabla \Psi) = -\frac{2}{\hbar} \int W(r) |\Psi|^2 d^3r$$

La sección eficaz es

$$\sigma = \frac{\Phi_{out}}{j_{in}}$$

donde el flujo incidente \mathbf{j}_{in} viene dado por

$$\mathbf{j}_{in} = \frac{\hbar}{2im} (\Psi_{in} \cdot \nabla \Psi_{in}^* - \Psi_{in}^* \cdot \nabla \Psi_{in}) = \frac{2i\mathbf{k}\hbar}{2im} = \mathbf{v}$$

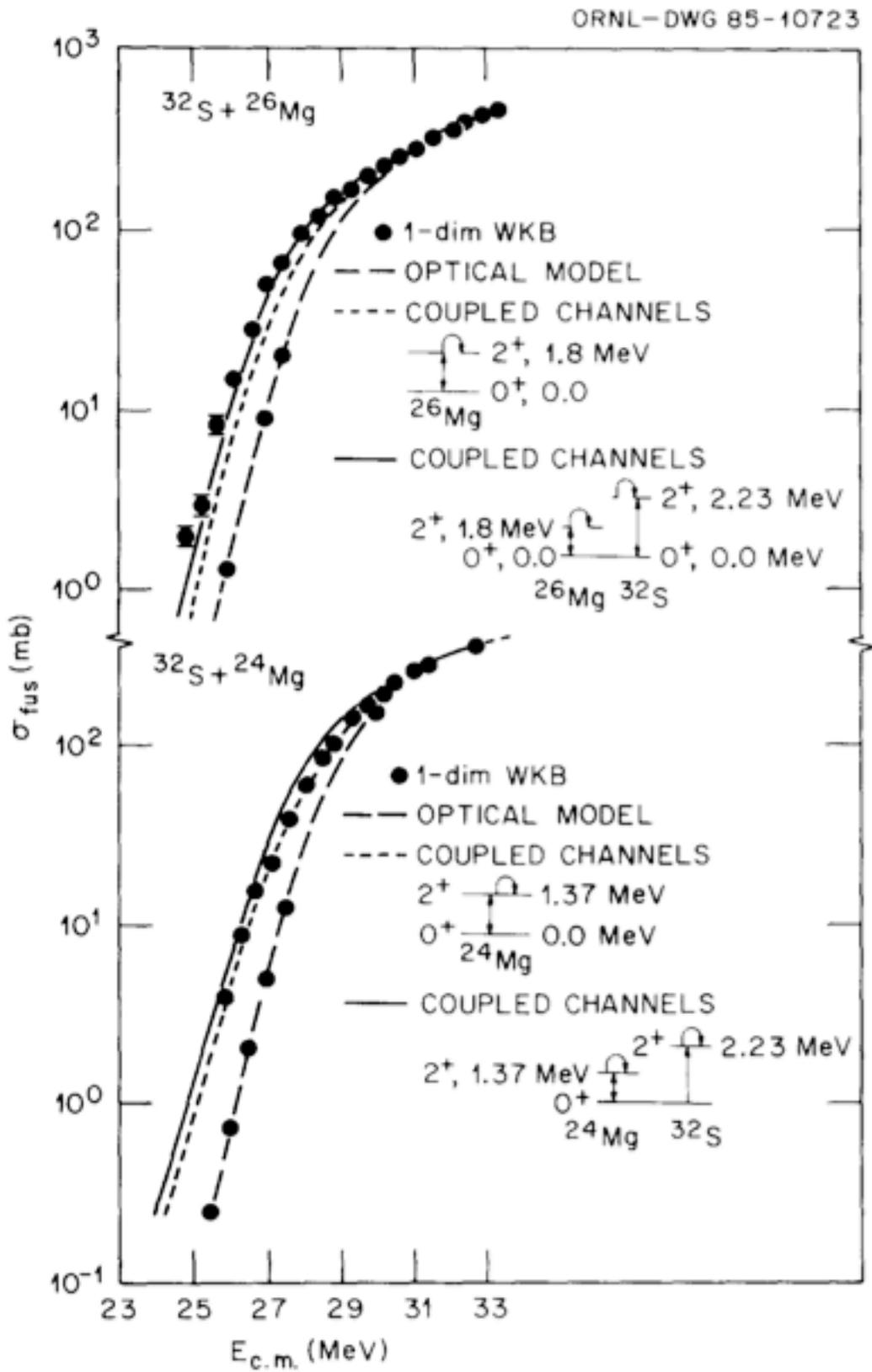


Figura 1.30: Efectos de acoplamiento de canales en la fusión de S+Mg.

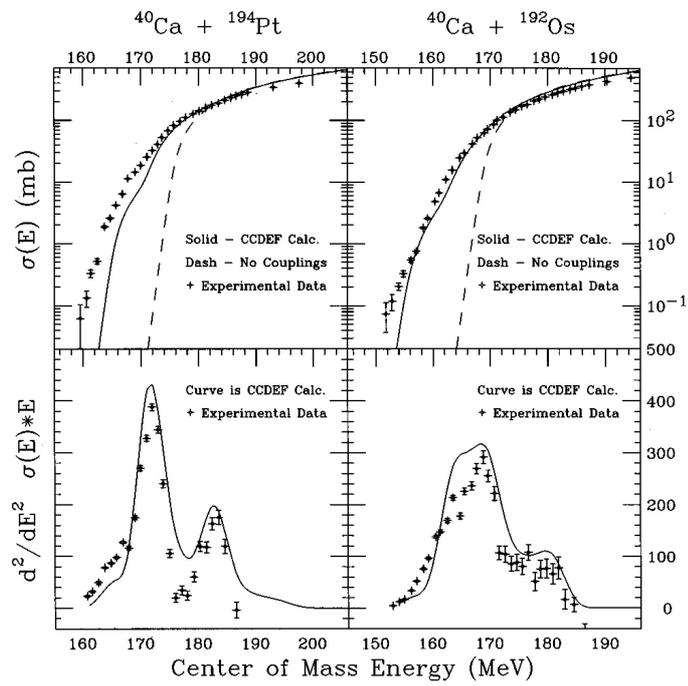


FIG. 13. Experimentally determined fusion cross sections by Bierman *et al.* (1996a) for prolate and oblate nuclei. The solid curve is the simplified coupled-channels calculation with the CCDEF code. The dashed curve is the result for a one-dimensional barrier ignoring all the couplings.

Figura 1.31: Efectos de acoplamiento de canales en la fusión de Ca+Pt.

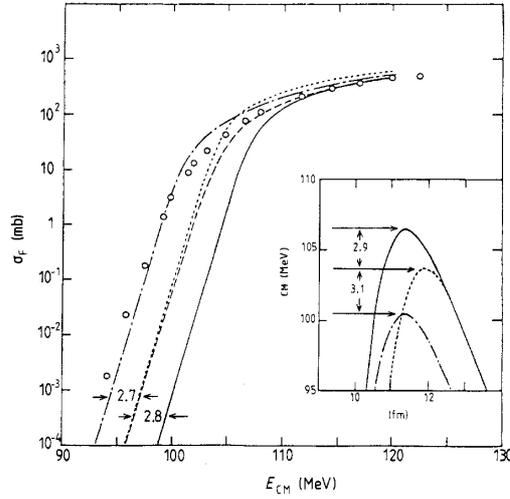


Figure 12. Comparisons of calculated and measured cross sections for $^{40}\text{Ar} + ^{122}\text{Sn}$. The open circles denote the experimental results. The full, dotted, broken and chain lines represent results of calculations done using the WKB method, the adiabatic barrier model, exact coupled-channel methods and the constant-coupling model of Dasso *et al*, respectively. The insert shows the potential barriers generated by $V(r)$ (full curve), $V(r) + \lambda_1(r)$ (dotted curve) and $V(r) + \lambda_1(r_b)$ (chain curve).

Figura 1.32: Efectos de acoplamiento de canales en la fusión de Ca+Sn.

con lo que tenemos para la sección eficaz

$$\sigma = -\frac{2}{\hbar v} \int r^2 dr d\Omega W(r) |\Psi|^2$$

que es positiva para $W(r)$ negativo. Si $W(r)$ fuera positivo tendríamos que aparecen partículas en el haz incidente como consecuencia de la colisión. Escribiendo la función de ondas en su desarrollo en ondas parciales

$$\Psi(r, \theta) = \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l u_l(r) P_l(\cos \theta)$$

y teniendo en cuenta la ortogonalidad de los polinomios de Legendre

$$\int d \cos \theta P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) = \frac{2}{2l+1} \delta_{ll'}$$

podemos escribir finalmente para la sección eficaz

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left(-\frac{8}{\hbar v} \int_0^{\infty} dr |u_l(r)|^2 W(r) \right)$$

con lo que podemos identificar las penetrabilidades como

$$T_l = -\frac{8}{\hbar v} \int_0^{\infty} dr |u_l(r)|^2 W(r)$$

La ventaja de este tratamiento es que podemos tratar de identificar que partes del potencial imaginario corresponden a la fusión y a las reacciones directas, escribiendo la descomposición

$$W(r) = W^D(r) + W^F(r)$$

que da unas penetrabilidades de reacción directa y fusión como

$$T_l^D = -\frac{8}{\hbar v} \int_0^{\infty} dr |u_l(r)|^2 W^D(r)$$

$$T_l^F = -\frac{8}{\hbar v} \int_0^{\infty} dr |u_l(r)|^2 W^F(r)$$

con lo que tendremos para las secciones eficaces

$$\sigma_F(l) = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) T_l^F$$

$$\sigma_F = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_F(l)$$

El modelo más sencillo de descomposición sería el del radio crítico, según el cual ocurre fusión siempre que la superposición de ambos núcleos es mayor que una distancia crítica R_{crit} , y ocurre reacción directa en caso contrario. Tenemos en este modelo

$$W^F(r) = \begin{cases} W(r) & r \leq R_{crit} \\ 0 & r > R_{crit} \end{cases}$$

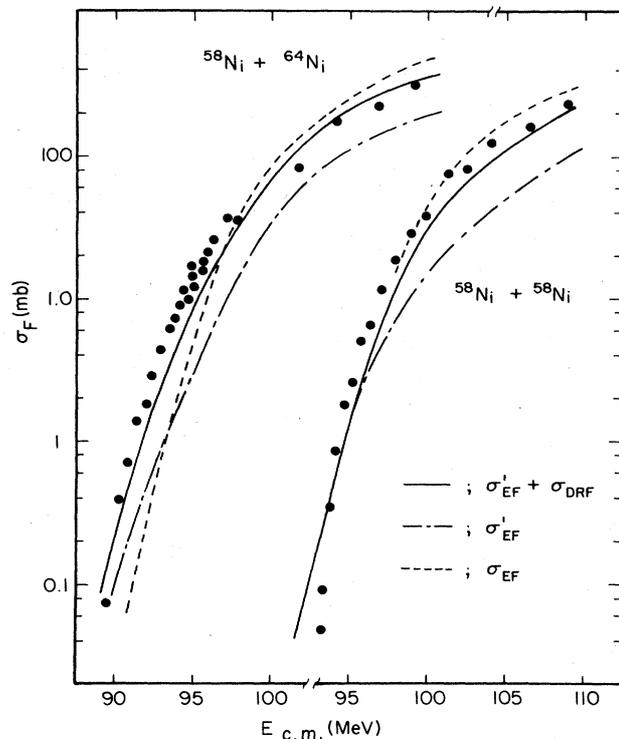


FIG. 13. Comparison of calculated and experimental fusion cross sections for the $^{58}\text{Ni} + ^{58,64}\text{Ni}$ systems. The full, dashed, and dotted curves are the calculated $\sigma'_{\text{EF}} + \sigma_{\text{DRF}}$, σ'_{EF} only, and σ_{EF} , respectively.

Figura 1.33:

Incluso este modelo sencillo da resultados satisfactorios para las secciones eficaces de fusión y las distribuciones de spin

$$\langle l \rangle = \frac{\sum_{l=0}^{\infty} \sigma_F(l) l}{\sigma_F}$$

$$\langle l^2 \rangle = \frac{\sum_{l=0}^{\infty} \sigma_F(l) l^2}{\sigma_F}$$

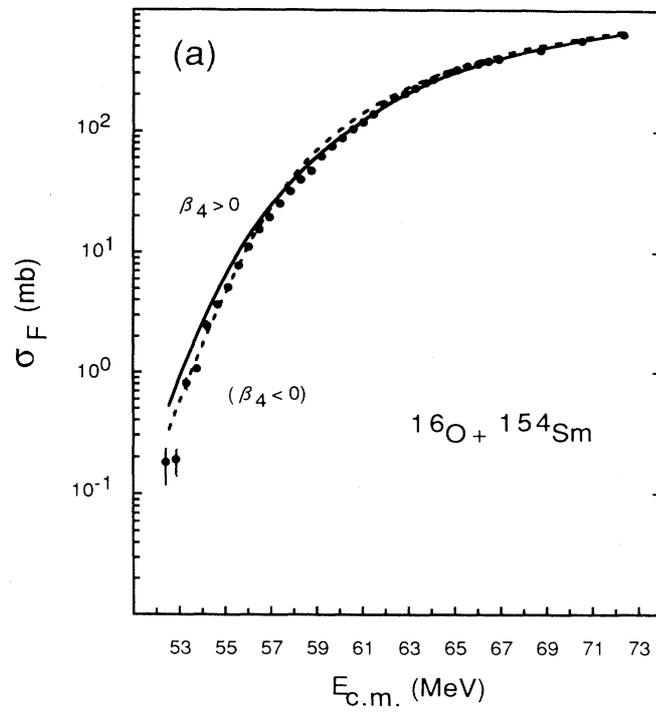


Figura 1.34:

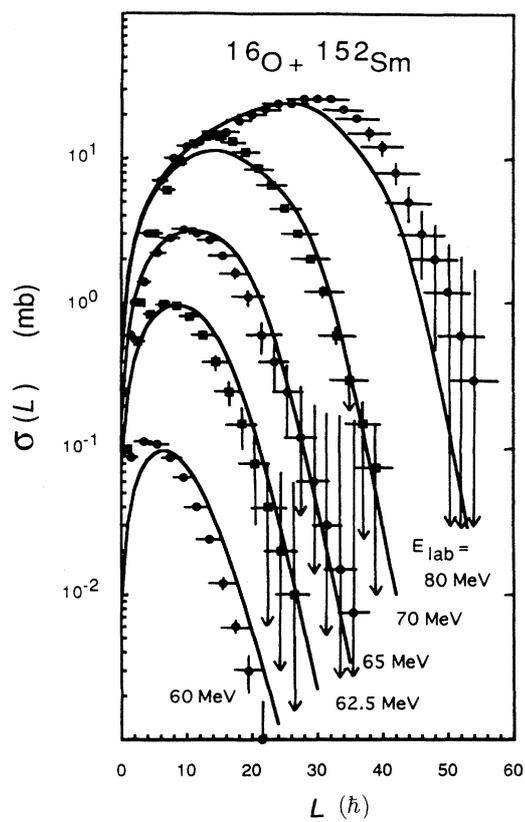


FIG. 12. Partial fusion cross sections calculated for the $^{16}\text{O} + ^{152}\text{Sm}$ system in comparison with the experimental data at $E_{\text{lab}} = 60, 62.5, 65, 70,$ and 80 MeV [17].

Figura 1.35:

Bibliografía

- [1] C. Baktash, B. Haas, W. Nazarewicz, Identical bands in deformed and superdeformed nuclei, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 45 (1995) 485-541
- [2] P. Braun-Munzinger, J. Barrette, Dynamical aspects of large angle heavy-ion scattering, *Phys. Rep.* 87 (1982) 209-258
- [3] O. Tanimura, T. Tazawa, Perturbed stationary state approach to heavy-ion collision, *Phys. Rep.* 61 (1980) 253-293
- [4] M. Beckerman, Subbarrier Fusion of Atomic Nuclei, *Phys. Rep.* 129 (1985) 145-223
- [5] M. Beckerman, Sub-barrier fusion of two nuclei, *Rep. Prog. Phys.* (1988) 1047-1103
- [6] M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley, A.M. Stefanini, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 48 (1998) 401-61
- [7] A. B. Balantekin, N. Takigawa, Quantum tunneling in nuclear fusion, *Rev. Mod. Phys.* 70 (1998) 77-100
- [8] S.G. Steadman, M.J. Rhoades-Brown, Sub-barrier fusion reactions, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 36 (1986) 649-681
- [9] R. Vandenbosch, Angular momentum distributions in subbarrier fusion reactions, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 42 (1992) 447-481