Problemas de cálculo numérico. Grupo C. Boletín 1.

1. Calcular mediante los métodos de bisección y regula falsi la raíz de la ecuación $x = e^{-x}$ con una precisión $\delta x = 10^{-6}$. Tomar $[0,1]$ como intervalo de partida.

2. Comparar las primeras 5 iteraciones del método de la régula falsi y de la secante para la ecuación del ejercicio anterior.

3. Comparar las primeras cuatro iteraciones del método de Müller con el de la régula falsi para la ecuación $e^{-x} - x = 0$, tomando [0,1] como intervalo de partida.

4. Resolver la ecuación $x = e^{-x^2}$ mediante el método iterativo de un punto sugerido por dicha ecuación. Compararlo con el método acelerado tomando $\lambda = 0{,}85$.

5. Aplicar el método de aceleración de Aitken para calcular la raíz de la ecuación $x = e^{-x}$ con una precisión $\delta x = 10^{-6}$.

6. Aplicar el método de Newton para resolver la raíz de la ecuación $xe^{x} - 1 = 0$, partiendo de $x_0 = 0$.

7. Calcular la raíz cuarta de 10 mediante el método de Newton, partiendo de $x_0 = 1$.

8. Demostrar que la ecuación $1 - x - \sin x = 0$ tiene una raíz entre 0 y 1. Estimar cuantas iteraciones son necesarias para calcular la raíz mediante el método de bisección con un error $\delta x = 10^{-6}$. Calcularla con dicha precisión por el método de Newton y de la secante. Comparar el número necesario de iteraciones por cada método.

9. Aplicar el método de Newton a la ecuación $1/x - c = 0$. Notar que de esta forma se obtiene un algoritmo para calcular el recíproco de un número sin efectuar divisiones.

10. Utilizar el algoritmo de Newton para determinar un cero del polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2 + 10x - 20$ partiendo de $x = 1$.

11. Determínese con un error absoluto de 0.001 la solución de la ecuación $x - \cos(x) = 0$.

12. Resolver la ecuación $\ln(2-x^2) = x^2$, utilizando el método de Newton Rapson, partiendo de $x_0 = 0$ y calculando la raíz con una precisión de 0.0001.

13. Considérese el polinomio $P(x) = x^4 + 3x^3 - 2$. Calcular las raíces reales comprendidas en el intervalo $[-4,4]$. realizar una localización previa calculando el polinomio en pasos de una unidad en dicho intervalo. Determinar las raíces con un error absoluto de 0.001. ¿Puede haber raíces reales fuera de este intervalo? Razonar la respuesta.

14. Considérese la ecuación $2x - \cos(x) = 3$. Demostrar que tiene una sola raíz. Calcularla por el método de Newton y por un método iterativo de un punto con una precisión de 0.001.

15. Resolver mediante el método de Newton la ecuación x^2 - $\exp(-x) = 0$ partiendo de $x_0 = 0$, con una precisión de 10^{-5}.

16. Resolver mediante el método de Newton la ecuación

$$\frac{1+\ln(x)}{1-\ln(x)} - 2 = 0$$

partiendo de $x_0 = 1$ e iterando hasta que el error sea menor de 10^{-4}. Comparar con la solución exacta.

17. Resolver la ecuación $e^{(e^x)} - 5 = 0$ por el método de Newton, partiendo del punto $x_0 = 1$ y con una precisión de $\delta x = 0{,}0002$.

18. Resolver la ecuación $x + \tan(x) = 0$, mediante el método de Newton, partiendo de $x_0 = 1{,}7$ e iterando hasta que la solución tenga una precisión absoluta de $0{,}0001$.

19. Calcular raíces complejas del polinomio $P(x) = 16x^4 - 40x^3 + 5x^2 + 20x + 6$ por los métodos de Müller y Newton. En el caso del método de Müller partir de $x_0 = 0{,}5$ y $x_1 = -0{,}5$. En el caso del método de Newton partir de $x_0 = 0{,}5 + 0{,}5i$.