

Problemas de cálculo numérico. Grupo C. Boletín 2.

1. Clasificar mediante eliminación de Gauss el sistema de ecuaciones asociado a la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & : & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 7 & : & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 7 & 5 & : & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 8 & 3 & : & 0 \end{bmatrix}$$

2. Clasificar mediante eliminación de Gauss el sistema de ecuaciones asociado a la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & : & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 & : & 1 \\ 3 & 0 & -7 & 2 & : & 2 \end{bmatrix}$$

3. Dada la matriz triangular superior

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 9 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

determinése su matriz inversa.

4. Descomponer LU y calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 7 \\ -2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

5. Descomponer LU y calcular la inversa de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 9 & -7 \\ -3 & 4 & -3 & 19 \\ 4 & -2 & 6 & -21 \end{bmatrix}$$

6. Descomponer LU la siguiente submatriz de Hilbert

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Resolver el sistema de ecuaciones

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

7. Repetir el problema anterior pero con matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0.33 \\ \frac{1}{2} & 0.33 & \frac{1}{4} \\ 0.33 & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Notése que esto es equivalente a trabajar con dos cifras decimales. ¿Que conclusiones se extraen?

8. Descomponer por Cholesky la la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 14 \end{bmatrix}$$

9. Descomponer por Cholesky la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

10. La descomposición LU de una matriz dada, en forma empaquetada, es

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

En la determinación de esta descomposición, nose hizo ningún intercambio de filas. a) Determinése la matriz original. b) Resuélvase el problema lineal asociado a esta matriz para un vector de términos indepenientes

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

mediante el método de sustitución, a partir de la descomposición LU. Compruébese el resultado.

11. Determinése la descomposición de Cholesky de la matriz

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Compruébese el resultado.

12. Calcular los valores y vectores propios de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

13. Diagonalizar por Jacobi la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

14. Diagonalizar por Jacobi la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 7 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

15. Calcular los valores y vectores propios por el método de Jacobi de la matriz

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

16. Calcular los valores y vectores propios por el método de Jacobi de la matriz

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & 14 \end{bmatrix}$$