

Problemas de cálculo numérico. Grupo C. Boletín 5.

1. Considérese la ecuación de movimiento

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -x^2$$

con las condiciones iniciales $x(t=0) = 0$ y $v(t=0) = 10$. Determinése la posición y la velocidad para $t = 1$ mediante el método de Euler y con paso $h = 0.2$.

2. Considérese la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1-t^4}}$$

con la condición de contorno $y(0)=0$. Intégrese esta ecuación diferencial hasta $t = 0.5$ con pasos de integración $\Delta t = 0.1$, usando el método de Euler. Compárese el resultado con la evaluación numérica de la integral

$$y(0.5) = \int_0^{0.5} \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}$$

con la regla trapezoidal con paso $h = 0.1$.

3. La trayectoria de un móvil a lo largo de una línea recta viene descrita por la ecuación

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x^2$$

partiendo del punto $x = 1$ con velocidad inicial $v = 1$ ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el móvil llegue al punto $x = 2$? Utilícese el método de Euler con pasos $\Delta x = 0.2$.

4. Una partícula de 1 Kg de masa se mueve partiendo del origen con una velocidad inicial de 10 m/s y está sometida a una fuerza dada por la expresión

$$F = \alpha x^2 - \beta v^2$$

con $\alpha = 1\text{N/m}^2$ y $\beta = 0.002\text{ Kg/m}$.

- Escribase la ecuación diferencial que describe el movimiento.
- Transfórmese en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer grado.
- Escribanse las fórmulas de integración para el método de Euler.
- Determinése la posición, velocidad y aceleración en $t = 0.5$ con paso $h = 0.1$, sabiendo que las condiciones iniciales son $x(0) = 0$ y $v(0) = 10$.

5. Considérese la ecuación diferencial $y' = y$ con la condición de contorno $y(0) = -9$. Calcular el valor de $y(1)$ usando el método del punto medio, con dos y cuatro subdivisiones del intervalo. Realizar a continuación la extrapolación de Richardson para obtener el mejor valor. Comparar con la solución analítica de la ecuación diferencial.
6. Dada la ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} = t^2$$

con las condiciones de contorno para $t = 1$

$$\begin{aligned} x(1) &= \frac{4}{3} \\ \frac{dx(1)}{dt} &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

llevar a cabo un paso de integración de valor $h = 0.1$ usando el método de Euler y el método predictor corrector.