

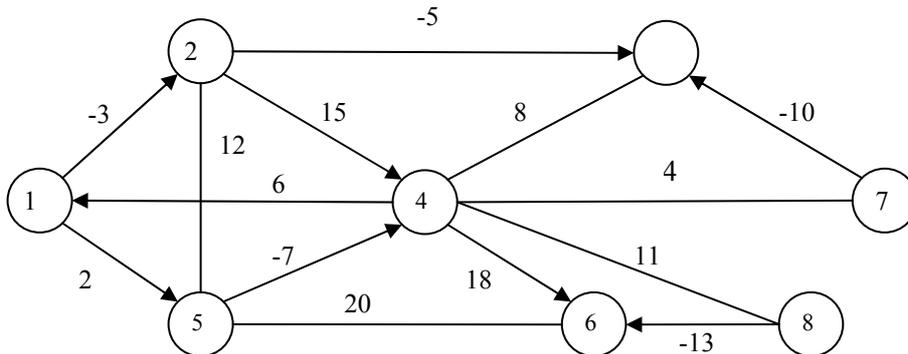
## Examen de Teoría de Grafos

5 de julio de 2004

1. Una compañía necesita asignar 5 trabajadores a 5 tareas. La tabla siguiente muestra los distintos grados de cualificación de cada trabajador para cada una de las tareas (un guión "-" en posición (i, j) indica que el trabajador i no está capacitado para la tarea j). Encontrar la asignación de tareas a trabajadores que maximiza la cualificación total.

	1	2	3	4	5
1	25	30	-	-	-
2	20	-	70	35	-
3	80	75	90	65	-
4	-	-	-	55	40
5	-	-	-	60	50

2. Calcular los caminos más cortos desde el vértice 1 al resto de vértices (o demostrar que existe un circuito negativo) en el grafo siguiente. Nota: una arista equivale a dos arcos opuestos con el mismo coste.



3. Demostrar:

- a) Si un grafo  $G$  es  $r$ -regular con  $n \geq 3$  y  $K(G) = 1$ , entonces  $K'(G) \leq \lfloor r/2 \rfloor$ .
- b) Si cada grado de un grafo  $G$  es par, entonces  $G$  no tiene aristas de corte.

4. Sea  $G = (V, E)$  no dirigido, conexo, con costes  $c_{ij}, \forall (i, j) \in E$ :

- a) Sea  $[S, \bar{S}]$  una cortadura de aristas de  $G$  y sea  $(i, j)$  la arista de menor coste de esta cortadura. ¿Existe siempre un árbol generador de mínimo coste (SST) que contiene a la arista  $(i, j)$ ? Justificar la respuesta.
- b) Sea  $C$  un ciclo de  $G$  y sea  $(i, j)$  la arista de menor coste de  $C$ . ¿Existe siempre un SST que contiene a la arista  $(i, j)$ ? Justificar la respuesta.

Tiempo: 3 horas. Todos los ejercicios puntúan igual.