ACCIONS DE MONOIDES FIDELS I TRANSITIVES

Universitat de València

Burjassot, 2015

Enric Cosme

Departament d'Àlgebra
Universitat de València

ACCIÓ

Donat un monoide M i un conjunt no buit Ω, direm que M actua sobre Ω si existeix un homomorfisme de monoides

$$\varphi\colon M \longrightarrow \mathsf{T}_\Omega = \{f \mid f\colon \Omega \to \Omega\}$$

ACCIÓ

Donat un monoide M i un conjunt no buit Ω, direm que M actua sobre Ω si existeix un homomorfisme de monoides

$$\varphi\colon M \longrightarrow \mathsf{T}_\Omega = \{f \mid f\colon \Omega \to \Omega\}$$

Emprarem la notació usual $(\omega)(m)\varphi = \omega m$.

Direm que Ω és un M-conjunt.

ACCIÓ

Donat un monoide M i un conjunt no buit Ω, direm que M actua sobre Ω si existeix un homomorfisme de monoides

$$\varphi\colon M \longrightarrow \mathsf{T}_\Omega = \{f \mid f\colon \Omega \to \Omega\}$$

Emprarem la notació usual $(\omega)(m)\varphi = \omega m$.

Direm que Ω és un M-conjunt.

Exemple

Donat un monoide M, aquest actua sobre ell mateix per multiplicació a dreta. A aquesta acció l'anomenarem regular.

ACCIÓ FIDEL

L'acció s'anomena fidel si el corresponent morfisme φ és injectiu. Equivalentment, per a tot parell d'elements $m, n \in M$, si $\omega m = \omega n$ per a tot $\omega \in \Omega$, llavors $m = n$.

ACCIÓ FIDEL

L'acció s'anomena fidel si el corresponent morfisme φ és injectiu. Equivalentment, per a tot parell d'elements $m, n \in M$, si $\omega m = \omega n$ per a tot $\omega \in \Omega$, llavors $m = n$.

Exemple

Per a un monoide M, l'acció regular és fidel.

MORFISMES

Un morfisme $f\colon \Omega \to \Delta$ d'M-conjunts és una funció que preserva l'acció, és a dir, $f(\omega m) = f(\omega)m$ per a tot $\omega \in \Omega$ i $m \in M$. Si f és una bijecció, direm que les accions són equivalents.

MORFISMES

Un morfisme $f\colon \Omega \to \Delta$ d'M-conjunts és una funció que preserva l'acció, és a dir, $f(\omega m) = f(\omega)m$ per a tot $\omega \in \Omega$ i $m \in M$. Si f és una bijecció, direm que les accions són equivalents.

Un subconjunt no buit $\Delta \subseteq \Omega$ s'anomena M-invariant si $\Delta M \subseteq \Delta$. En aquest cas, Δ hereda l'acció definida en Ω i l'inclusió $\imath\colon \Delta \to \Omega$ és un homomorfisme d'M-conjunts.

MORFISMES

Un morfisme $f\colon \Omega \to \Delta$ d'M-conjunts és una funció que preserva l'acció, és a dir, $f(\omega m) = f(\omega)m$ per a tot $\omega \in \Omega$ i $m \in M$. Si f és una bijecció, direm que les accions són equivalents.

Un subconjunt no buit $\Delta \subseteq \Omega$ s'anomena M-invariant si $\Delta M \subseteq \Delta$. En aquest cas, Δ hereda l'acció definida en Ω i l'inclusió $\imath\colon \Delta \to \Omega$ és un homomorfisme d'M-conjunts.

Donat un M-conjunt Ω, una congruència a dreta $\equiv$ és una relació binària d'equivalència en Ω que satisfà:

si $(\alpha, \beta) \in \equiv$ i $m \in M$, llavors $(\alpha m, \beta m) \in \equiv$.

Donada una congruència $\equiv$ en Ω podem definir una acció en el quocient $\Omega/\equiv$, donada per $[\omega]m = [\omega m]$. En aquest cas, la funció quocient $\pi\colon \Omega \to \Omega/\equiv$ és un homomorfisme d'M-conjunts.

PRIMER TEOREMA D'ISOMORFIA

Exemple

Com és usual, el nucli d'un morfisme $f\colon \Omega \to \Delta$ d'M-conjunts, definit per

$$\ker f = \{(\alpha, \beta) \in \Omega \times \Omega \mid f(\alpha) = f(\beta)\}$$

és una congruència en Ω.

PRIMER TEOREMA D'ISOMORFIA

Exemple

Com és usual, el nucli d'un morfisme $f\colon \Omega \to \Delta$ d'M-conjunts, definit per

$$\ker f = \{(\alpha, \beta) \in \Omega \times \Omega \mid f(\alpha) = f(\beta)\}$$

és una congruència en Ω.

A més, l'imatge d'f, definida per

$$\operatorname{im} f = \{\delta \in \Delta \mid \text{ existeix un } \omega \in \Omega \text{ amb } f(\omega) = \delta\}$$

és un subconjunt M-invariant de Δ.

PRIMER TEOREMA D'ISOMORFIA

Exemple

Com és usual, el nucli d'un morfisme $f\colon \Omega \to \Delta$ d'M-conjunts, definit per

$$\ker f = \{(\alpha, \beta) \in \Omega \times \Omega \mid f(\alpha) = f(\beta)\}$$

és una congruència en Ω.

A més, l'imatge d'f, definida per

$$\operatorname{im} f = \{\delta \in \Delta \mid \text{ existeix un } \omega \in \Omega \text{ amb } f(\omega) = \delta\}$$

és un subconjunt M-invariant de Δ.

Els M-conjunts $\Omega/\ker f$ i $\operatorname{im} f$ són equivalents.

CÍCLICS

Un subconjunt M-invariant de la forma αM s'anomena cíclic.

CÍCLICS

Un subconjunt M-invariant de la forma αM s'anomena cíclic.

El concepte de cíclic ens permet definir una relació d'equivalència en Ω donada per $\alpha \sim \beta$ si i només si $\alpha M = \beta M$. Les classes d'equivalència de $\sim$ s'anomenen òrbites.

CÍCLICS

Un subconjunt M-invariant de la forma αM s'anomena cíclic.

El concepte de cíclic ens permet definir una relació d'equivalència en Ω donada per $\alpha \sim \beta$ si i només si $\alpha M = \beta M$. Les classes d'equivalència de $\sim$ s'anomenen òrbites.

L'acció d'M s'anomenarà transitiva si només té una única òrbita. Equivalentment, l'acció és transitiva si per a cada $\alpha, \beta \in \Omega$, existeixen $m, n \in M$ amb $\alpha m = \beta$ i $\beta n = \alpha$.

CÍCLICS

Un subconjunt M-invariant de la forma αM s'anomena cíclic.

El concepte de cíclic ens permet definir una relació d'equivalència en Ω donada per $\alpha \sim \beta$ si i només si $\alpha M = \beta M$. Les classes d'equivalència de $\sim$ s'anomenen òrbites.

L'acció d'M s'anomenarà transitiva si només té una única òrbita. Equivalentment, l'acció és transitiva si per a cada $\alpha, \beta \in \Omega$, existeixen $m, n \in M$ amb $\alpha m = \beta$ i $\beta n = \alpha$.

Exemple

L'acció regular d'un grup sempre és transitiva, mentre que la d'un monoide no necessàriament ho és.

OBJECTIU

L'objectiu del nostre treball ha estat el de caracteritzar totes les accions fidels i transitives d'un monoide finit M.

GRUPS: TRANSITIVITAT

Donat un subgrup H d'un grup G. Un subconjunt de la forma Hg amb $g \in G$ s'anomena coclasse. El conjunt de les coclasses $\{Hg \mid g \in G\}$ forma una partició de G i té estructura de G-conjunt amb multiplicació a dreta. L'acció sobre les coclasses d'un subgrup és sempre transitiva.

GRUPS: TRANSITIVITAT

Donat un subgrup H d'un grup G. Un subconjunt de la forma Hg amb $g \in G$ s'anomena coclasse. El conjunt de les coclasses $\{Hg \mid g \in G\}$ forma una partició de G i té estructura de G-conjunt amb multiplicació a dreta. L'acció sobre les coclasses d'un subgrup és sempre transitiva.

Teorema

Tota acció transitiva d'un grup és equivalent a l'acció sobre les coclasses d'un subgrup.

GRUPS: TRANSITIVITAT

Donat un subgrup H d'un grup G. Un subconjunt de la forma Hg amb $g \in G$ s'anomena coclasse. El conjunt de les coclasses $\{Hg \mid g \in G\}$ forma una partició de G i té estructura de G-conjunt amb multiplicació a dreta. L'acció sobre les coclasses d'un subgrup és sempre transitiva.

Teorema

Tota acció transitiva d'un grup és equivalent a l'acció sobre les coclasses d'un subgrup.

En la demostració emprem $\mathrm{Stab}_G(\alpha) = \{g \in G \mid \alpha g = \alpha\}$.

GRUPS: TRANSITIVITAT I FIDELITAT

Donat un subgrup H d'un grup G, el core d'H en G, denotat per $\mathrm{Core}_G(H)$ és el conjunt

$$\mathrm{Core}_G(H) = \bigcap_{g \in G} gHg^{-1}$$

Es pot provar que $\mathrm{Core}_G(H)$ és el major subgrup normal de G que està contingut en H. A més, el nucli de l'acció de G sobre el conjunt de les coclasses d'H és exactament $\mathrm{Core}_G(H)$.

GRUPS: TRANSITIVITAT I FIDELITAT

Donat un subgrup H d'un grup G, el core d'H en G, denotat per $\mathrm{Core}_G(H)$ és el conjunt

$$\mathrm{Core}_G(H) = \bigcap_{g \in G} gHg^{-1}$$

Es pot provar que $\mathrm{Core}_G(H)$ és el major subgrup normal de G que està contingut en H. A més, el nucli de l'acció de G sobre el conjunt de les coclasses d'H és exactament $\mathrm{Core}_G(H)$.

Teorema

Tota acció fidel i transitiva d'un grup és equivalent a l'acció sobre les coclasses d'un subgrup de core trivial.

MONOIDES: TRANSITIVITAT

Proposició

Donat un monoide M i un element $m \in M$, l'acció per multiplicació a dreta en el conjunt mM és transitiva si i només si mM és minimal.

MONOIDES: TRANSITIVITAT

Proposició

Donat un monoide M i un element $m \in M$, l'acció per multiplicació a dreta en el conjunt mM és transitiva si i només si mM és minimal.

Tot monoide finit M conté un ideal minimal, denotat per $\mathtt{I}(M)$.

Proposició

$\mathtt{I}(M) = \{m \in M \mid mM \text{ minimal}\}$

MONOIDES: TRANSITIVITAT

Proposició

Donat un monoide M i un element $m \in M$, l'acció per multiplicació a dreta en el conjunt mM és transitiva si i només si mM és minimal.

Tot monoide finit M conté un ideal minimal, denotat per $\mathtt{I}(M)$.

Proposició

$\mathtt{I}(M) = \{m \in M \mid mM \text{ minimal}\}$

Com $\mathtt{I}(M)$ conté idempotents, podem treballar amb ells directament.

MONOIDES: TRANSITIVITAT I FIDELITAT

Teorema

Tota acció fidel i transitiva d'un monoide M és equivalent a l'acció d'M en algun $eM/\equiv$, on e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$ i $\equiv$ és una congruència en eM.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Proposició

Si e i f són dos idempotents en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Els M-conjunts eM i fM són equivalents.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Proposició

Si e i f són dos idempotents en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Els M-conjunts eM i fM són equivalents.

ii) $G_e = eMe$.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.

ii) $G_e m$ conté exactament $|G_e|$ elements.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.

ii) $G_e m$ conté exactament $|G_e|$ elements.

iii) Si f és un idempotent en eM, llavors $fe = e$ i $ef = f$.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.
ii) $G_e m$ conté exactament $|G_e|$ elements.
iii) Si f és un idempotent en eM, llavors $fe = e$ i $ef = f$.
iv) $G_e m$ conté exactament un idempotent.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.
ii) $G_e m$ conté exactament $|G_e|$ elements.
iii) Si f és un idempotent en eM, llavors $fe = e$ i $ef = f$.
iv) $G_e m$ conté exactament un idempotent.
v) Si f és un idempotent en eM, llavors $G_e f = fMf = G_f$.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.
ii) $G_e m$ conté exactament $|G_e|$ elements.
iii) Si f és un idempotent en eM, llavors $fe = e$ i $ef = f$.
iv) $G_e m$ conté exactament un idempotent.
v) Si f és un idempotent en eM, llavors $G_e f = fMf = G_f$.
vi) Si f és un idempotent en eM, llavors G_e i G_f són isomorfos.

SOBRE EL CÍCLIC MINIMAL

Teorema

Si e és un idempotent en $\mathrm{I}(M)$, llavors:

i) Les classes $\{G_e m \mid m \in M\}$ forma una partició d'eM.
ii) $G_e m$ conté exactament $|G_e|$ elements.
iii) Si f és un idempotent en eM, llavors $fe = e$ i $ef = f$.
iv) $G_e m$ conté exactament un idempotent.
v) Si f és un idempotent en eM, llavors $G_e f = fMf = G_f$.
vi) Si f és un idempotent en eM, llavors G_e i G_f són isomorfos.

En definitiva, el conjunt eM, amb e idempotent minimal és unió disjunta de grups maximals isomorfos:

$$eM = \biguplus_{f \in eM} G_f$$

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Lema

Si M actua fidelment i transitivament sobre un conjunt Ω i e és un idempotent en M, llavors el monoide eMe actua fidelment i transitivament sobre el conjunt Ωe.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Lema

Si M actua fidelment i transitivament sobre un conjunt Ω i e és un idempotent en M, llavors el monoide eMe actua fidelment i transitivament sobre el conjunt Ωe.

Per a e idempotent minimal, tenim que G_e actua fidelment i transitivament sobre Ωe. Per tant, recuperem la descripció feta abans de les accions fidels i transitives per a grups.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

Siga e un idempotent minimal d'M. Si M actua fidelment i transitivament en un conjunt Ω, llavors existeix un subgrup $H \leq G_e$ amb $\text{Core}_{G_e}(H) = \{e\}$ que satisfà:

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

Siga e un idempotent minimal d'M. Si M actua fidelment i transitivament en un conjunt Ω, llavors existeix un subgrup $H \leq G_e$ amb $\mathrm{Core}_{G_e}(H) = \{e\}$ que satisfà:

i) Les classes $\{Hm \mid m \in M\}$ formen una partició d' eM;

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

Siga e un idempotent minimal d'M. Si M actua fidelment i transitivament en un conjunt Ω, llavors existeix un subgrup $H \leq G_e$ amb $\mathrm{Core}_{G_e}(H) = \{e\}$ que satisfà:

i) Les classes $\{Hm \mid m \in M\}$ formen una partició d' eM;

ii) Si $\{x_1, \cdots, x_r\}$ és un transversal d'H en G_e i $\{f_1, \cdots, f_s\}$ és el conjunt d'idempotents en eM, l'anterior partició coincideix amb $\{Hx_if_j \mid 1 \leq i \leq r,\ 1 \leq j \leq s\}$;

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

Siga e un idempotent minimal d'M. Si M actua fidelment i transitivament en un conjunt Ω, llavors existeix un subgrup $H \leq G_e$ amb $\mathrm{Core}_{G_e}(H) = \{e\}$ que satisfà:

i) Les classes $\{Hm \mid m \in M\}$ formen una partició d' eM;

ii) Si $\{x_1, \cdots, x_r\}$ és un transversal d'H en G_e i $\{f_1, \cdots, f_s\}$ és el conjunt d'idempotents en eM, l'anterior partició coincideix amb $\{Hx_i f_j \mid 1 \leq i \leq r,\ 1 \leq j \leq s\}$;

iii) L'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció d'M en $eM/\equiv$ per multiplicació a dreta, on $\equiv$ és una congruència en eM. La partició $\{Hx_i f_j \mid 1 \leq i \leq r,\ 1 \leq j \leq s\}$ col·lapsa $\equiv$ i, a més, satisfà:

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

iii) L'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció d'M en $eM/\equiv$ per multiplicació a dreta, on $\equiv$ és una congruència en eM. La partició $\{Hx_if_j \mid 1 \leq i \leq r,\ 1 \leq j \leq s\}$ col·lapsa $\equiv$ i, a més, satisfà:

- Si $Hx_if_j \equiv Hx_{i'}f_{j'}$, llavors $i = i'$;

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

iii) L'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció d'M en $eM/\equiv$ per multiplicació a dreta, on $\equiv$ és una congruència en eM. La partició $\{Hx_if_j \mid 1 \leq i \leq r,\ 1 \leq j \leq s\}$ col·lapsa $\equiv$ i, a més, satisfà:

- Si $Hx_if_j \equiv Hx_{i'}f_{j'}$, llavors $i = i'$;
- Si $Hx_if_j \equiv Hx_if_{j'}$ i $m \in M$, llavors $Hx_if_jm \equiv Hx_if_{j'}m$;

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Teorema

iii) L'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció d'M en $eM/\equiv$ per multiplicació a dreta, on $\equiv$ és una congruència en eM. La partició $\{Hx_i f_j \mid 1 \leq i \leq r,\ 1 \leq j \leq s\}$ col·lapsa $\equiv$ i, a més, satisfà:

- Si $Hx_i f_j \equiv Hx_{i'} f_{j'}$, llavors $i = i'$;
- Si $Hx_i f_j \equiv Hx_i f_{j'}$ i $m \in M$, llavors $Hx_i f_j m \equiv Hx_i f_{j'} m$;
- Per a cada parell d'idempotents $f_j, f_{j'}$ existeix un transversal x_i tal que $Hx_i f_j$ i $Hx_i f_{j'}$ no estan $\equiv$-relacionats.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

Siga $\Omega = \{1, \cdots, 5\}$ un conjunt amb 5 elements. Considerem el següent submonoide de T_5

$$M = \{f \in T_5 \mid f_{|\{1,2,3\}} \in \mathsf{S}_{\{1,2,3\}},\ f(4) = f(2),\ f(5) = f(3)\}$$
$$\cup \{g \in T_5 \mid g_{|\{1,4,5\}} \in \mathsf{S}_{\{1,4,5\}},\ g(4) = g(2),\ g(5) = g(3)\}$$
$$\cup \{id_5\}.$$

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

Siga $\Omega = \{1, \cdots, 5\}$ un conjunt amb 5 elements. Considerem el següent submonoide de T_5

$$
\begin{aligned}
M = \{f \in T_5 \mid f_{|\{1,2,3\}} \in \mathsf{S}_{\{1,2,3\}},\ f(4) = f(2),\ f(5) = f(3)\} \\
\cup \{g \in T_5 \mid g_{|\{1,4,5\}} \in \mathsf{S}_{\{1,4,5\}},\ g(4) = g(2),\ g(5) = g(3)\} \\
\cup \{id_5\}.
\end{aligned}
$$

Notem que tot element $f \in M$ es pot escriure com f_σ amb $\sigma \in \mathsf{S}_{\{1,2,3\}}$ i tot element $g \in M$ es pot escriure com g_τ amb $\tau \in \mathsf{S}_{\{1,4,5\}}$.

El monoide M actua fidelment i transitivament sobre Ω.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

L'ideal $\mathrm{I}(M)$ consisteix en totes les funcions f i g abans descrites, i conté dos idempotents f_1 i g_1.

Notem que $f_1 M f_1 \cong g_1 M g_1 \cong \mathsf{S}_3$.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

L'ideal $\mathrm{I}(M)$ consisteix en totes les funcions f i g abans descrites, i conté dos idempotents f_1 i g_1.

Notem que $f_1 M f_1 \cong g_1 M g_1 \cong \mathrm{S}_3$.

Fixant $1 \in \Omega f_1$, tenim que l'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció sobre $f_1 M/\equiv$ on $\equiv$ ve descrita per $\{(m, n) \in M \mid (1)m = (1)n\}$.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

L'ideal $\mathrm{I}(M)$ consisteix en totes les funcions f i g abans descrites, i conté dos idempotents f_1 i g_1.

Notem que $f_1 M f_1 \cong g_1 M g_1 \cong \mathsf{S}_3$.

Fixant $1 \in \Omega f_1$, tenim que l'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció sobre $f_1 M/\equiv$ on $\equiv$ ve descrita per $\{(m,n) \in M \mid (1)m = (1)n\}$.

A més, $H = \mathrm{Stab}_{G_{f_1}}(1) = \{f_1, f_{(2,3)}\}$ és el subgrup que busquem amb $\mathrm{Core}_{G_{f_1}}(H) = \{f_1\}$.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

L'ideal $\mathrm{I}(M)$ consisteix en totes les funcions f i g abans descrites, i conté dos idempotents f_1 i g_1.

Notem que $f_1 M f_1 \cong g_1 M g_1 \cong \mathrm{S}_3$.

Fixant $1 \in \Omega f_1$, tenim que l'acció d'M en Ω és equivalent a l'acció sobre $f_1 M/\equiv$ on $\equiv$ ve descrita per $\{(m,n) \in M \mid (1)m = (1)n\}$.

A més, $H = \mathrm{Stab}_{G_{f_1}}(1) = \{f_1, f_{(2,3)}\}$ és el subgrup que busquem amb $\mathrm{Core}_{G_{f_1}}(H) = \{f_1\}$.

Un conjunt de transversals d'H en G_{f_1} pot ser $\{f_1, f_{(1,2)}, f_{(1,3)}\}$.

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

Així, el conjunt $f_1 M$ es pot partir de la següent forma:

$$f_1 M \quad = \quad \begin{array}{ccc} H & H f_{(1,2)} & H f_{(1,3)} \\ H g_1 & H f_{(1,2)} g_1 & H f_{(1,3)} g_1 \end{array}$$

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

Així, el conjunt f_1M es pot partir de la següent forma:

$$f_1M = \begin{array}{ccc} H & Hf_{(1,2)} & Hf_{(1,3)} \\ Hg_1 & Hf_{(1,2)}g_1 & Hf_{(1,3)}g_1 \end{array}$$

$$f_1M/\equiv = \begin{array}{|c|c|c|} \hline H & Hf_{(1,2)} & Hf_{(1,3)} \\ \cline{2-3} Hg_1 & Hf_{(1,2)}g_1 & Hf_{(1,3)}g_1 \\ \hline \end{array}$$

ACCIONS FIDELS I TRANSITIVES

Exemple

Així, el conjunt f_1M es pot partir de la següent forma:

$$f_1M = \begin{array}{ccc} H & Hf_{(1,2)} & Hf_{(1,3)} \\ Hg_1 & Hf_{(1,2)}g_1 & Hf_{(1,3)}g_1 \end{array}$$

$$f_1M/\equiv \; = \begin{array}{|c|c|c|} \hline H & Hf_{(1,2)} & Hf_{(1,3)} \\ \cline{2-3} Hg_1 & Hf_{(1,2)}g_1 & Hf_{(1,3)}g_1 \\ \hline \end{array}$$

$$f_1M/\equiv \; \cong \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \cline{2-3} & 4 & 5 \\ \hline \end{array} = \Omega$$