

COGNOMS: _____ NOM: _____

Respon raonadament a les preguntes següents. Totes les respostes han de basar-se en els mètodes generals estudiats en l'assignatura, i no en càlculs particulars que aprofiten la senzillesa dels problemes.

1. El problema següent determina les quantitats que convé produir de cinc productes amb cost mínim de manera que s'empren totes les reserves de dos matèries primeres A i B:

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 4x + 7y + 2z + u + 8v \quad \text{cost} \\ \text{s.a} & x + 3y + 2z + u + 2v \geq 600 \quad \text{Matèria primera A} \\ & x + 2y + 4z + 2u + 2v \geq 400 \quad \text{Matèria primera B} \\ & x, y, z, u, v \geq 0 \end{array}$$

El gerent de l'empresa proposa produir únicament 600 kg del primer producte.

- (1 punt.)** Calcula la taula del símplex corresponent a la solució que proposa el gerent, i raona si és la solució òptima o si es pot reduir el cost. En cas que no siga òptima, itera a partir d'aquesta taula fins a trobar la solució òptima.
 - (0.2 punts.)** Escriu amb paraules la solució òptima del problema. Es necessitaria d'alguna de les matèries primeres una quantitat major que les reserves disponibles?
 - (0.2 punts.)** Raona si la solució òptima és de vèrtex, d'aresta finita o d'aresta infinita. Evita referències genèriques com "una variable", "una altra variable", etc.
 - (0.3 punts.)** Calcula els preus duals. Com afectaria el cost que es feren malbé 20 kg de la matèria primera A?
 - (0.3 punts.)** Calcula l'interval de sensibilitat de les reserves de la matèria primera A.
 - (0.2 punts.)** Resol el problema amb objectiu de maximitzar a partir de la taula inicial de l'apartat (a) i indica quin és en aquest cas la solució òptima.
 - (0.2 punts.)** Suposa que l'empresa disposa de 600 kg de A i també de 600 kg de B (en comptes de 400). En aquestes condicions, estudia si (400, 0, 0, 0, 100) és una solució factible bàsica del problema.
2. Una empresa vol determinar quines quantitats x , y del seu producte convé exportar a Alemanya i a Bèlgica, respectivament. Té ja compromeses 2 tones per a Alemanya i 6 per a Bèlgica, i en la producció vol esgotar el seu stock de 14 tones d'una matèria primera perible. Està considerant diferents alternatives, però vol saber quin benefici aconseguiria com a mínim qualsevol que siga la seua decisió final. Per a això planteja el problema següent:

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & 100 + xy - x^2 - y^2 \quad \text{Benefici} \\ \text{s.a} & 2x + y = 14 \quad \text{Matèria primera} \\ & x \geq 2 \quad \text{compromís A} \\ & y \geq 6 \quad \text{compromís B} \end{array}$$

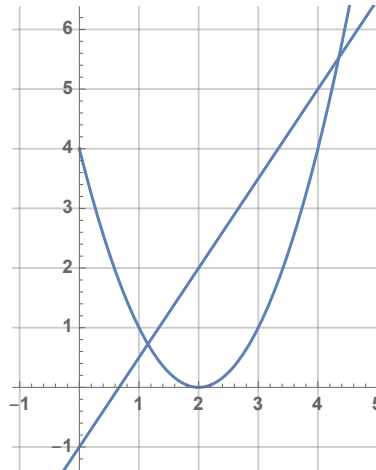
- (0.1 punts.)** Podem assegurar que la solució òptima serà un punt de Kuhn i Tucker?
 - (0.5 punts.)** Estudia si el punt (2, 10) és de Kuhn i Tucker.
 - (0.4 punts.)** Resol el problema tenint en compte que, en resoldre les condicions de Kuhn i Tucker (no fa falta que ho faces) s'obté únicament el punt de l'apartat anterior.
3. **(0.8 punts.)** Resol el problema següent:

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & x - 3y - 4z \\ \text{s.a} & 2x - 3y^2 - z^2 \geq 5 \end{array}$$

4. **(0.2 punts.)** Resol el problema anterior amb objectiu de maximitzar.

5. **(0.4 punts.)** Resol gràficament el problema següent (representant en la figura tot el necessari per a justificar que els punts que senyals són les solucions òptimes). Deixa clar quin punt és el màxim global i quin el mínim global:

$$\begin{array}{ll}\text{Opt.} & 2x - y \\ \text{s.a} & y \geq x^2 - 4x + 4 \\ & 3x - 2y \geq 2\end{array}$$



6. Respon raonadament a les preguntes següents:

- (a) **(0.1 punts.)** Un problema de programació lineal no acotat pot tindre solució òptima d'aresta infinita?
- (b) **(0.1 punts.)** En un problema de programació no lineal amb restriccions lineals, el millor punt de Kuhn i Tucker és sempre una solució òptima?

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Modelitza el problema següent. Expressa la funció objectiu i les restriccions amb la notació matemàtica usual (no amb la notació de LINGO):

Una empresa ha d'enviar urgentment huit paquets, i té tres camions a punt d'eixir en els que queda un poc d'espai disponible. En el primer caben 900 kg més, en el segon 800 i en el tercer 1 000.

La taula següent indica el pes de cada paquet i una estimació de la urgència amb la qual ha de ser atés:

Paquet	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8
Pes	700	300	600	800	700	400	150	500
Urgència	5	5	8	9	2	6	6	4

Els dos primers paquets tenen el mateix destinatari, per la qual cosa cal enviar els dos o no enviar cap (encara que, si s'envien, no tenen per què anar en el mateix camió).

D'altra banda, l'empresa podria alliberar espai en els seus camions per a 300 kg extra en cadascun, però només està disposada a això si amb això pot enviar els huit paquets.

Determina quins paquets convé carregar en cada camió per a maximitzar la urgència dels paquets enviats, així com si convé alliberar l'espai extra en els camions.

Escriu el model en la plantilla de la fulla adjunta. La teua resposta es valorarà fins a un màxim de 0.5. Si posteriorment el resols amb LINGO sense conjunts la nota es multiplicarà per un factor màxim de 2 (amb el que pots obtenir fins a 1 punt), i si el resols usant conjunts es multiplicarà per un factor màxim de 4 (amb el que pots aconseguir fins a 2 punts). Si la teua solució en LINGO no es correspon amb la plantilla, el model que s'avaluarà serà el de la plantilla.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Definició de les variables:

Funció objectiu (amb la seua interpretació):

Restricció 1 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 2 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 3 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 4 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 5 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 6 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 7 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 8 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 9 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 10 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 11 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 12 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 13 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 14 (amb la interpretació de cada membre):

Condicions de no negativitat, integritat, etc.

COGNOMS: _____ NOM: _____

L'empresa SWINDLE S.A. ha de servir a Espanya i França 2 100 i 1 000 kg del seu producte, respectivament, des de dos fàbriques F_1 i F_2 , i vol fer-ho amb el menor cost de transport possible sense excedir el pressupost assignat a la producció i emprant almenys les 25 000 u.m. ja assignades en concepte de salari dels treballadors contractats. A més, la llei exigeix que la producció no genere més de 16 000 unitats de residus contaminants. El problema següent determina quina quantitat de producte convé servir des de cada fàbrica a cada destí:

Min.	$5x_{1e} + 7x_{1f} + 6x_{2e} + 4x_{2f}$	Cost de transport
s.a	$10x_{1e} + 10x_{1f} + 20x_{2e} + 20x_{2f} \leq 33\,000$	Cost de producció
	$8x_{1e} + 8x_{1f} + 3x_{2e} + 3x_{2f} \geq 25\,000$	Cost de mà d'obra
	$x_{1e} + x_{2e} \geq 2\,100$	Demanda d'Espanya
	$x_{1f} + x_{2f} \geq 1\,000$	Demanda de França
	$5x_{1e} + 5x_{1f} + 7x_{2e} + 7x_{2f} \leq 16\,000$	Residus
	$x_{1e}, x_{1f}, x_{2e}, x_{2f} \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
X1E	2161.290	0.000000
X1F	903.2258	0.000000
X2E	0.000000	4.000000
X2F	96.77419	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
TRANSPORT	17516.13	-1.000000
PRODUCCIO	419.3548	0.000000
TREBALL	0.000000	-0.8064516
DEMANDA_E	61.29032	0.000000
DEMANDA_F	0.000000	-2.000000
RESIDUS	0.000000	0.2903226

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1E	5.000000	2.000000	12.50000
X1F	7.000000	INFINITY	1.125000
X2E	6.000000	INFINITY	4.000000
X2F	4.000000	1.125000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
PRODUCCIO	33000.00	INFINITY	419.3548
TREBALL	25000.00	600.0000	433.3333
DEMANDA_E	2100.000	61.29032	INFINITY
DEMANDA_F	1000.000	61.29032	903.2258
RESIDUS	16000.00	118.1818	375.0000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1 i en la 2, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Interpretació de la dada o les dades en el context del problema (sense usar paraules tècniques com a “funció objectiu”, “terme independent”, “folgança”, etc. i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si escau), resposta raonada a la pregunta.

La part A) no puntua; la part B) només puntuarà si A) està raonablement bé; la part C) només puntuarà si la part B) està raonablement bé.

1. **(0.1 punts.)** Indica breument què és el membre esquerre i el membre dret de cada restricció:

Producció:	_____	$\leq$	_____
Treball:	_____	$\leq$	_____
Demanda E:	_____	$\geq$	_____
Demanda F:	_____	$\geq$	_____
Residus:	_____	$\leq$	_____

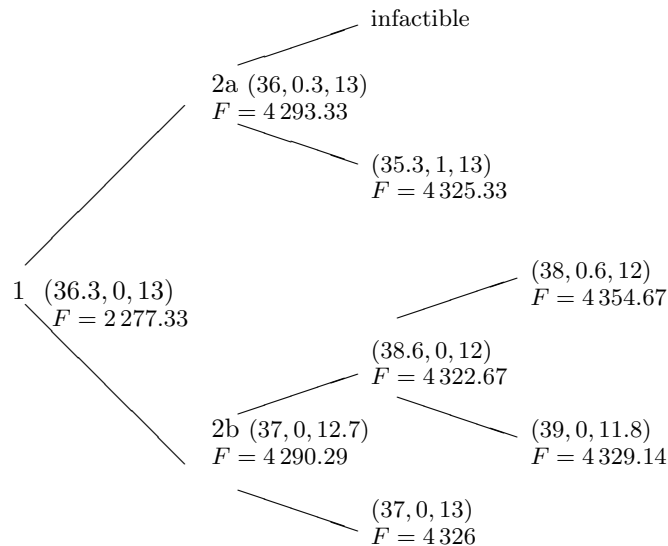
2. **(0.1 punts.)** Escriu amb paraules la solució òptima, i res més que la solució òptima, de manera que puga entendre-la algú que no haja vist la modelització del problema.
3. **(0.2 punts.)** Interpreta l'interval de sensibilitat del terme independent de l'última restricció.
4. **(0.4 punts.)** Si SWINDLE S.A. permetera que es generaren fins a 16 100 unitats de residus hauria de pagar una multa de 20 u.m. Li compensaria violar la llei mediambiental?
5. **(0.2 punts.)** Interpreta la variable de folgança de la demanda a Espanya.
6. **(0.3 punts.)** Una empresa de París ha cancel·lat una comanda de 100 kg de producte. Convindrà continuar enviant a França els 1 000 kg de producte previstos o convindrà enviar únicament 900?
7. **(0.4 punts.)** Una empresa de transports ofereix a SWINDLE S. A. transportar el seu producte de la fàbrica F_1 a França per tan sols 5 u.m./kg. Raona si les afirmacions següents són vertaderes o falses:
- (a) Com aquest canvi s'ix de l'interval de sensibilitat, a SWINDLE S.A. no li és possible acceptar aquesta oferta.
 - (b) Si l'oferta fora per al transport de F_2 a França, en tal cas sí que li interessaria, perquè això no afectaria els costos de transport.
8. **(0.3 punts.)** Una empresa de Logroño reclama urgentment els 10 kg de producte que ha demanat, de manera que només li arribarien a temps si se'ls servixen des de la fàbrica F_2 . Aquesta empresa està disposada a pagar 50 u.m. extra a SWINDLE S.A. si li envia el producte a temps, encara que a SWINDLE S.A. no està obligada a acceptar-ho. Li convindria?

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Al resoldre el problema

$$\begin{aligned}
 \text{Opt. } & 73x + 121y + 125z \\
 \text{s.a } & 13x + 4y + 6z \geq 541 \\
 & z \leq 13 \\
 & 3x + 3y + 7z \geq 200 \\
 & x, y, z \geq 0 \text{ enters}
 \end{aligned}$$

es va obtenint l'arbre següent:



- (a) **(0.1 punts.)** Numera els nodes 1, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, ... en l'orde precís que exigix el mètode de ramificació i acotació. Posa sobre cada branca la restricció afegida.
- (b) **(0.2 punts.)** Escriu el problema que cal resoldre per a obtindre el node 5b. Escriu-lo explícitament, amb la seua funció objectiu (deixant clar si l'objectiu és maximitzar o minimitzar), i totes les seues restriccions.
- (c) **(0.2 punts.)** Per a cada node final, indica si cal continuar ramificant-lo o no, i en tal cas indica per què. Podem assegurar que cap node és la solució òptima?

2. **(0.3 punts.)** Al resoldre el problema següent:

$$\begin{aligned}
 \text{Min. } & 2x + 3y + 5z \\
 \text{s.a } & 100x + 50y + xy - x^2 - y^2 - z^2 \leq 196 \\
 & x + y + z \leq 100 \\
 & x \geq 2
 \end{aligned}$$

LINGO ens diu que té un mínim local en el punt (2, 0, 0). Podem assegurar que és un mínim global? I si la primera restricció fora ≥ 196 ? I si fora = 196?

3. **(0.2 punts.)** La taula següent correspon a un problema de maximitzar. Completa-la perquè corresponga a una solució òptima d'aresta infinita.

	-5	3	2	4	
	x	y	z	u	v
x	-2		1		2
z	-1		1		1
v	0		2		2