

COGNOMS: _____ NOM: _____

Respon raonadament a les preguntes següents. Totes les respostes han de basar-se en els mètodes generals estudiats en l'assignatura, i no en càlculs particulars que aprofiten la senzillesa dels problemes.

1. **(0.5 punts.)*** Estudia si el conjunt següent és convex:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 7, x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy - xz - yz + 40x + 30z \geq 10\}.$$

2. Una empresa pot fabricar tres productes en quantitats x, y, z . El problema següent determina quantes tones ha de produir anualment de cadascun per a maximitzar el benefici, tenint en compte que el pressupost per a la producció és de 100 u.m. i que no pot emprar més de 40 tones anuals d'una de les seues matèries primeres:

$$\begin{array}{llll} \text{Max.} & 10x + 2y + 4z & & \text{benefici} \\ \text{s.a} & 10x + y + 10z \leq 100 & \text{cost} \leq & \text{pressupost} \\ & 5x + 3y + 7z \leq 40 & \text{matèria primera emprada} \leq & \text{disponible} \\ & x, y, z \geq 0 & & \end{array}$$

- (a) **(1 punt.)*** Resol el problema i expressa amb paraules la solució òptima.
- (b) **(0.2 punts.)** Com repercutiria sobre els beneficis de l'empresa que poguera disposar de 42 tones anuals de la matèria primera?
- (c) **(0.1 punts.)** Com repercutiria sobre el benefici de l'empresa que es vera obligada a produir almenys 2 tones del tercer producte?
- (d) **(0.2 punts.)** Calcula l'interval de sensibilitat de la matèria primera disponible.
- (e) **(0.2 punts.)** Raona si $(15, 0, -5)$ és una solució bàsica del problema.
3. Una empresa pot fabricar tres productes en quantitats x, y, z . El problema següent determina quantes tones ha de produir anualment de cadascun per a maximitzar el benefici, tenint en compte que el pressupost per a la producció és de 100 u.m. i que la producció del segon no pot excedir en més de 5 tones a la del tercer:

$$\begin{array}{llll} \text{Max.} & xyz & & \text{benefici} \\ \text{s.a} & 4x^2 + y^2 + 5z = 100 & \text{cost} = & \text{pressuposat} \\ & y - z \leq 5 & & \\ & x, y, z \geq 0 & & \end{array}$$

En resoldre les condicions de Kuhn i Tucker s'obtenen els punts $(5, 0, 0)$, $(0, 0, 20)$, $(5/2, 5, 10)$.

- (a) **(0.5 punts.)*** Resol el problema i expressa amb paraules la solució òptima.
- (b) **(0.5 punts.)*** Escriu les condicions de Kunh i Tucker i comprova explícitament que la solució òptima les complix.
- (c) **(0.1 punts.)** Com repercutiria sobre el benefici que el pressupost de l'empresa passara a ser de 90 u.m.?
4. **(0.5 punts.)*** Completa les taules següents per a un problema de minimitzar de manera que el problema siga del tipus indicat en cadascuna:

		5	0	0	
	x	y	z	s	t
y	1		-2	-3	2
s	2		0	4	5

Problema no acotat

		5	0	0	
	x	y	z	s	t
y	1		-2	-3	2
s	2		0	4	5

Solució d'aresta finita

		5	0	0	
	x	y	z	s	t
y	1		-2	-3	2
s	2		0	4	5

Solució d'aresta infinita

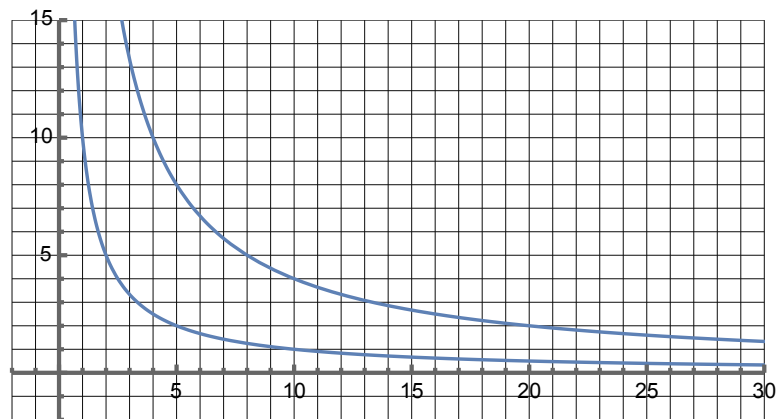
5. Una empresa pot fabricar tres productes en quantitats x, y, z . El problema següent determina quantes tones ha de produir anualment de cadascun per a maximitzar el benefici, tenint en compte que el pressupost per a la producció és de 100 u.m. i que és necessari produir almenys 4 tones anuals del tercer producte:

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 20x + 2y + 4z - x^2 - z^2 \quad \text{benefici} \\ \text{s.a} & 3x + y + 10z = 100 \quad \text{cost} = \text{pressupost} \\ & z \geq 4 \quad \text{producció 3er producte} \geq \text{producció requerida} \end{array}$$

- (a) **(0.4 punts.)** Resol el problema i expressa amb paraules la solució òptima.
- (b) **(0.1 punts.)** Com repercutiria sobre el benefici de l'empresa que es vera obligada a produir almenys 6 tones del tercer producte?
6. **(0.4 punts.)** Una empresa vol fabricar entre 10 i 40 tones d'un producte usant dos matèries primeres en quantitats x e y . El problema següent determina el cost màxim (o mínim) de les matèries primeres tenint en compte que la quantitat emprada de la segona no pot excedir en més de 6 unitats a la quantitat de la primera:

$$\begin{array}{ll} \text{Opt.} & 2x + 5y \quad \text{cost} \\ \text{s.a} & xy \leq 40 \quad \text{producció} \leq \text{producció màxima} \\ & xy \geq 10 \quad \text{producció} \geq \text{producció mínima} \\ & y - x \leq 6 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$

Determina gràficament quines quantitats de les matèries primeres fan que el cost siga màxim i quines fan que siga mínim. Dibuixa en la figura tot el necessari per a justificar que les solucions que dones són òptimes i expressa amb paraules les solucions òptimes.



7. Raona la resposta a les preguntes següents:

- (a) **(0.1 punts.)** Els punts de Kuhn i Tucker d'un problema lineal, són sempre òptims?
- (b) **(0.1 punts.)** Les solucions òptimes d'un problema lineal, són sempre punts de Kuhn i Tucker?
- (c) **(0.1 punts.)** Les solucions factibles bàsiques d'un problema lineal, són sempre punts de Kuhn i Tucker?

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Modelitza el problema següent. Expressa la funció objectiu i les restriccions amb la notació matemàtica usual (no amb la notació de LINGO):

El gerent d'una empresa té sis treballadors disponibles per a encarregar-se de dos projectes que cal realitzar simultàniament. La taula següent indica el salari que cobrarà cada treballador empleat i una valoració del seu nivell de formació:

	Albéniz	Bretón	Clavé	Daza	Eslava	del Fresno
Salari	600	800	1 000	1 200	1 500	1 700
Formació	1	2	4	7	8	10

A més del salari base, cada treballador cobrarà unes dietes per desplaçament, que són de 200 u.m. per al primer projecte i de 250 per al segon.

Cada projecte requereix almenys dos treballadors, i el gerent vol que el nivell de formació total dels treballadors destinats a cada projecte no siga inferior a 15 unitats.

Per raons comptables, el gerent vol que el cost de cada projecte no excedisca en més del 10% al de l'altre. A més Bretón està ensenyant l'ofici a Clavé, per la qual cosa Clavé no ha de ser assignat a un projecte si no s'assigna al mateix també a Bretón.

Determina quins treballadors han d'assignar-se a cada projecte i quins convé destinar a altres tasques per a minimitzar la despesa.

Escriu el model en la plantilla de la fulla adjunta. La teua resposta es valorarà fins a un màxim de 0.5. Si posteriorment el resols amb LINGO sense conjunts la nota es multiplicarà per un factor màxim de 2 (amb el que pots obtindre fins a 1 punt), i si el resols usant conjunts es multiplicarà per un factor màxim de 4 (amb el que pots aconseguir fins a 2 punts). Si la teua solució en LINGO no es correspon amb la plantilla, el model que s'avaluarà serà el de la plantilla.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Definició de les variables:

Funció objectiu (amb la seua interpretació):

Restricció 1 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 2 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 3 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 4 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 5 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 6 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 7 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 8 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 9 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 10 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 11 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 12 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 13 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 14 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 15 (amb la interpretació de cada membre):

Restricció 16 (amb la interpretació de cada membre):

Condicions de no negativitat, integritat, etc.

COGNOMS: _____ NOM: _____

Un consumidor es planteja maximitzar la utilitat que obté amb el consum de tres productes sense que el seu cost excedisca les 500 u.m. que té disponibles, tenint en compte que necessita almenys 40 unitats dels dos primers i sabent que no pot trobar més de 30 unitats del tercer:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Max.} & 5x + 7y + 4z & \text{Utilitat} \\
 \text{s.a} & 10x + 15y + 3z \leq 500 & \text{Cost} \\
 & x + y \geq 40 & \text{Necessitat dels dos primers productes} \\
 & z \leq 30 & \text{Disponibilitat del tercer producte} \\
 & x, y, z \geq 0 &
 \end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
X	41.00000	0.000000
Y	0.000000	0.5000000
Z	30.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
UTILITAT	325.0000	1.000000
COST	0.000000	0.5000000
NECESSITAT	1.000000	0.000000
EXISTENCIES	0.000000	2.500000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	5.000000	8.333333	0.3333333
Y	7.000000	0.5000000	INFINITY
Z	4.000000	INFINITY	2.500000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
COST	500.0000	INFINITY	10.00000
NECESSITAT	40.00000	1.000000	INFINITY
EXISTENCIES	30.00000	3.333333	30.00000

Respon a les preguntes següents. Excepte en la 1, indica clarament:

- A) Dada o dades que uses en la resposta i la seua interpretació general (sense tindre en compte la pregunta o el context del problema).
- B) Interpretació de la dada o dades en el context del problema (sense tecnicismes i sense tindre en compte la pregunta).
- C) (Si és procedent) resposta raonada a la pregunta.

1. **(0.1 punts.)** Indica breument què és (quina interpretació té) el membre esquerre i el membre dret de cada restricció.

Cost	_____	$\leq$	_____
Necessitat	_____	$\geq$	_____
Existències	_____	$\leq$	_____

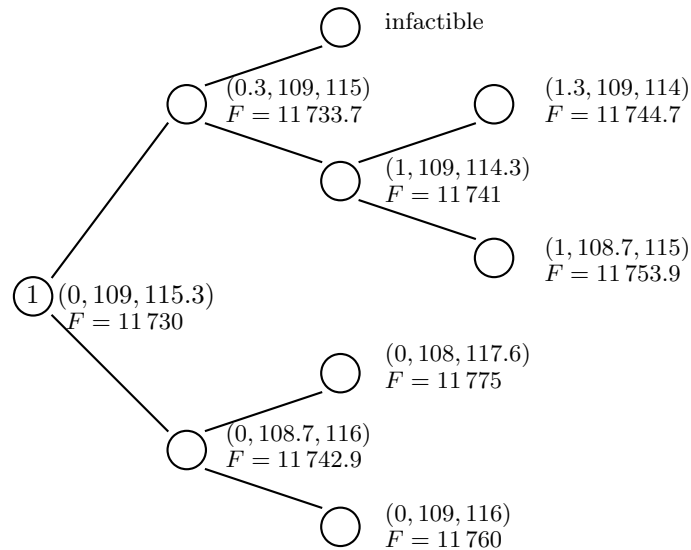
2. **(0.8 punts.)** Què preferiria el consumidor, ☐ comprar almenys 2 unitats del segon article o ☐ renunciar a 2 unitats del tercer?
3. **(0.4 punts.)** El consumidor es troba amb 50 u.m. addicionals que pot dedicar al consum dels tres productes. Li convindrà gastar més del que gasta actualment? ☐ Sí ☐ No. Augmentarà el consum del segon producte? ☐ Sí ☐ No I el del tercer? ☐ Sí ☐ No.
4. **(0.4 punts.)** L'empresa que fabrica el segon article està fent una promoció especial que fa que el consumidor valore la seua utilitat en 8 unitats. Influirà això en les quantitats consumides? ☐ Sí ☐ No.
5. **(0.3 punts.)** Suposem que la solució haguera sigut:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
NECESSITAT	50.00000	0.000000

Significaria això que el consumidor preferirà comprar 10 unitats més dels dos primers productes? ☐ Sí ☐ No. Quantes comprarà en total? _____ unitats.

COGNOMS: _____ NOM: _____

1. Suposa que en resoldre un problema amb variables enteres (x, y, z) has obtingut l'arbre següent:



- (0.15 punts.)** Numera els nodes 1, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, ... en l'orde precís que exigix el mètode de ramificació i acotació. Posa sobre cada branca la restricció afegida.
 - (0.2 punts.)** Dels nodes no ramificats, digues quins estan ja tancats (explicant per què) i quins estan pendents de ramificació, si és que hi ha algun pendent.
 - (0.15 punts.)** Raona si coneixem ja la solució òptima o si caldria continuar ramificant. Si cal ramificar, indica quin node i amb quines restriccions.
- (0.2 punts.)** Construeix la taula del símplex corresponent a la solució òptima del problema d'interpretació.
 - (0.3 punts.)** Calcula i interpreta l'interval de sensibilitat del preu del segon producte.