TEMA VII

COMPENSACIÓN DE AMETROPÍAS

I - Principio general de la compensación

II - Valor de la compensación

III - El ojo amétrope compensado:

- **III.1 la pupila de entrada del sistema lente-ojo**
- **III.2 el aumento del ojo compensado**
- **III.3 la acomodación y la amplitud de acomodación**

IV – Tolerancia de la compensación

V – Ametropía con Presbícia: compensación e intervalos de visión nítida

VI – Imagen retiniana del ojo compensado

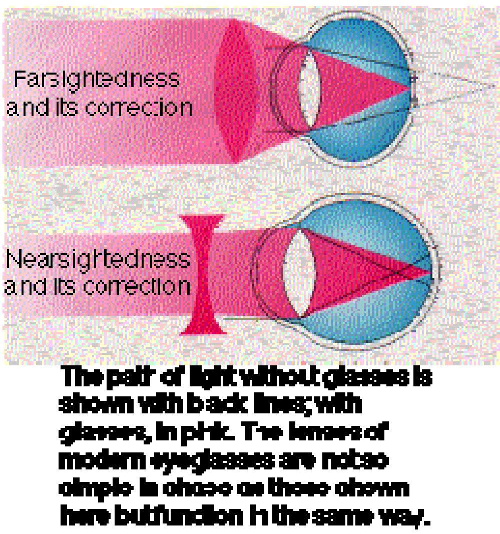


Figura1.- Ojo miope compensado (arriba) y ojo hipermétrope compensado (abajo)

TEMA VII

COMPENSACIÓN DE AMETROPÍAS

I - Principio general de la compensación

Para que el ojo amétrope vea enfocados los objetos lejanos es necesario que la imagen del objeto a través de la lente correctora se forme en su punto remoto. De ahí que: "**el foco imagen de la lente debe coincidir con el punto remoto**". Esto significa que, si las distancias medidas desde el ojo y/o desde la lente coincidieran, "**la potencia de la lente coincidiría con la refracción**" como veremos a continuación.

II - Valor de la compensación

Sea S el vértice de la córnea, R el remoto del ojo, F' el foco imagen de la lente compensadora y S'_2 el vértice posterior de la misma. La distancia entre la lente y el ojo es:

$$b = S'_2 S'$$

Sea $P'_f = \dfrac{1}{S'_2 F'}$ la potencia frontal imagen de la lente. El principio de la compensación consiste en hacer coincidir F' y R.

De la figura (1) vemos que se cumple:

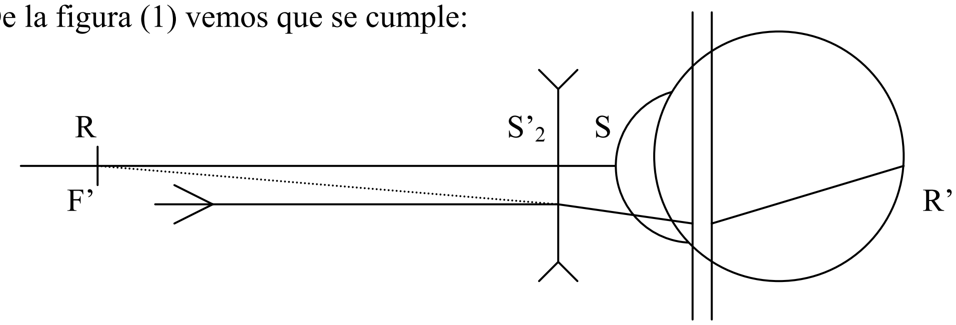


Figura 2.- El infinito se focaliza en el remoto mediante la lente y el ojo focaliza el remoto en la retina

$$S'_2 F' = S'_2 S + SF'$$

considerando la definición de P'_f *y* de $R = {}^{1}\!/\!_{SR}$ se obtiene despejando:

$$\frac{1}{P'_f} = b + \frac{1}{R} \rightarrow \frac{1}{P'_f} = \frac{1+bR}{R}; \qquad P'_f = \frac{R}{1+bR} \qquad (1)$$

y despejando R se tiene:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{P'_f}-b=\frac{1-bP'_f}{P'_f}\rightarrow R=\frac{P'_f}{1-bP'_f}$$

La potencia frontal de la lente correctora P'_f se llama valor de la corrección para la ametropía R; es siempre del mismo signo que R pero el valor difiere un poco de R cuando $b\neq 0$. Desarrollando en serie:

$$P'_f = R - bR^2 + \cdots\cdots$$

Para b = 12 mm = 12.10^{-3} m, el término corrector será inferior a 0'25 dp si R no pasa de 4'5 dp en valor absoluto.
Para ametropías débiles R y P'_g son prácticamente iguales.
Cuando se utiliza la refracción principal, R_H, en lugar de R (desde el vértice de la córnea) hay que tener en cuenta que:

$$\delta = S'_2\, H = S'_2\, S + SH = b + 1'59 \text{ mm}$$

$$P'_f = \frac{R_H}{1+\delta R_H} \quad \rightarrow \quad P'_f = \frac{R_p}{1+c\,R_p} \quad \rightarrow \quad R_p = \frac{P'_f}{1-c\,P'_f} \qquad (2)$$

Siendo R_p la refracción pupilar y c = S'_2S + SC = b + 3 mm.

III - El ojo amétrope compensado

El ojo compensado no puede considerarse que funciona igual que si se tratara de un ojo emétrope, porque muchas de las características del ojo se modifican con la compensación. A continuación estudiaremos algunas de estas características y sus modificaciones.

La potencia total del sistema será:

$$P_T = P'_f + P - \delta P'_f\, P \qquad \text{con } \delta = S'_2\, H$$

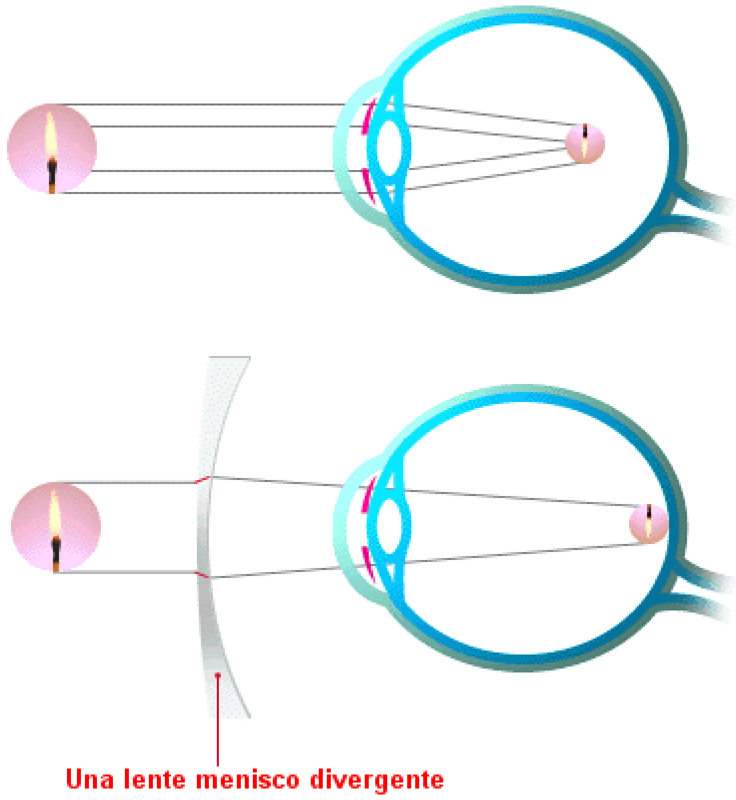


Figura3.- Formación de la imagen en el ojo miope antes y después de la compensación.

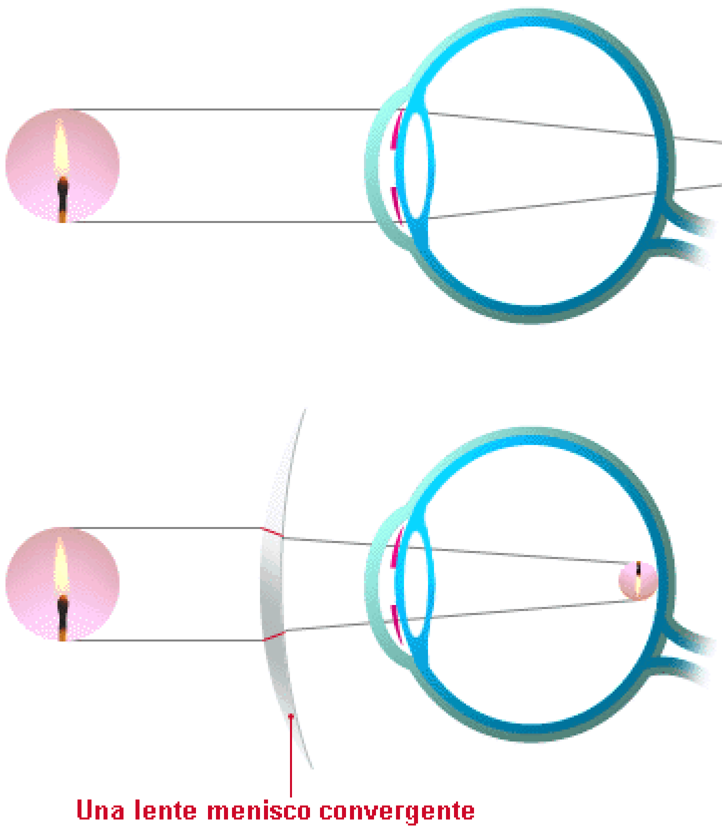


Figura4.- Formación de la imagen en el ojo hipermétrope antes y después de la compensación.

III.1 La pupila de entrada del sistema lente-ojo

La P.S. no cambia con el uso de lente compensadora ya que es la imagen del iris hacia la retina. La. P.E. del ojo compensado será tal que su imagen a través del sistema lente-córnea sea el iris, o bien, la imagen de la P.E. del sistema lente-ojo, a través de la lente ha de ser la P.E. del ojo.

El hecho de que cambie ligeramente la posición de la PE no sería de mucha trascendencia si no fuera porque también varía su tamaño. En efecto, veamos que el aumento

$$\beta' = \frac{y'}{y} = g'\frac{x'}{x} = \frac{1 - x'P'_f}{g'}$$

como $y' \equiv d_{PE}$ siendo d_{PE} la P.E. del ojo teórico

$$y = d_{pE}\,\frac{g'}{1 - x'P'_f} = d_{pE}\,\frac{g'}{1 - c\,P'_f}$$

y como $x' = S'_2\,G = S'_2\,S' + SC = 12 + 3 \equiv c$

Si $\left.\begin{matrix} P'_f = -5\text{dp} \\ g' = 1 \end{matrix}\right\}$ $y = 0'93\,d_{pE}$

Esto significa que la superficie es el <u>86% de la superficie de la PE del ojo.</u> La reducción sería mínima si b = 0; es decir, utilizando como compensación una lente de contacto.

III.2 Aumento en el ojo compensado

Sea un objeto lejano que subtiende un ángulo u sin corrección, la lente compensadora da una imagen y' en su foco imagen F' que coincide con el remoto R.

$$y' = \frac{u}{P_L} = \frac{ug'}{P'_f} \qquad (\text{ya que } P'_f = g'P_L)$$

$$y' = u'{\cdot}CR = \frac{u'}{R_p}$$

Esta imagen se verá con ángulo u' desde C:

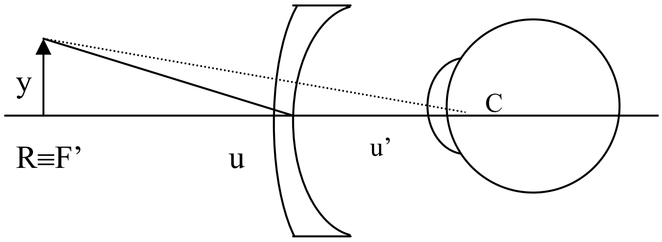


Figura 5.- Angulo subtendido por el objeto desde el ojo y la lente

La relación entre las dimensiones angulares de la imagen retineana antes y después de la compensación será:

$$\left[\frac{u'}{u} = g'\frac{R_p}{P'_f} = \frac{g'}{1 - cP'_f} = g'(1 + cR_p)\right] \qquad (3)$$

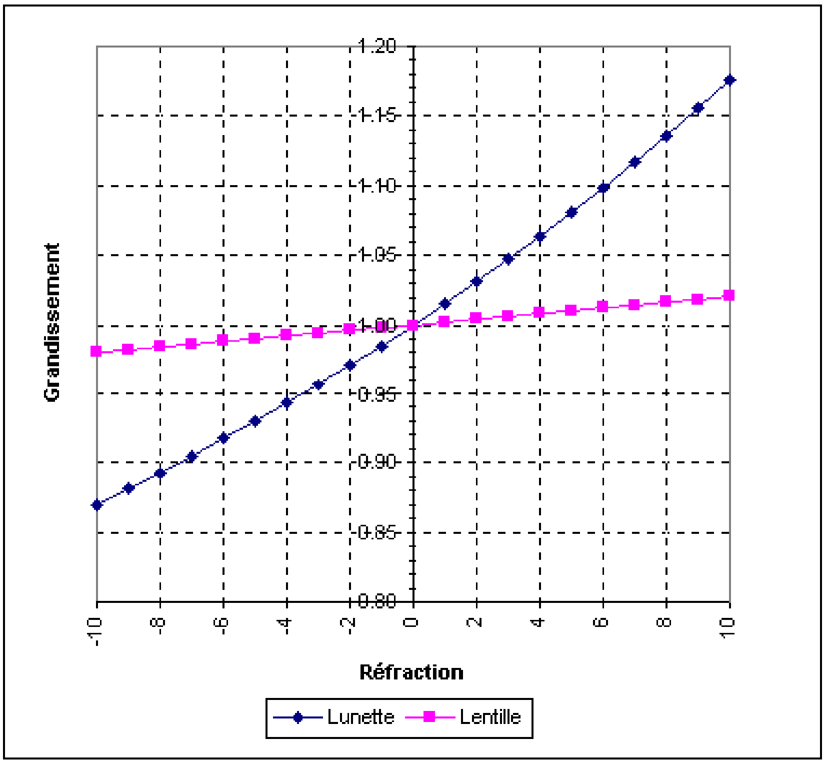


Figura 6.- Aumentos en el ojo compensado congafas (azul) y con lentillas (rojo)

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} R=-5dp(\text{miope}) \\ R_p=-4'92dp \\ c=15mm \\ g'=1 \end{array}\right\} \quad u'/u=0'926$$

$$*\,\text{Hipermétrope}: \quad R=+5dp \rightarrow u'/u=1'08$$

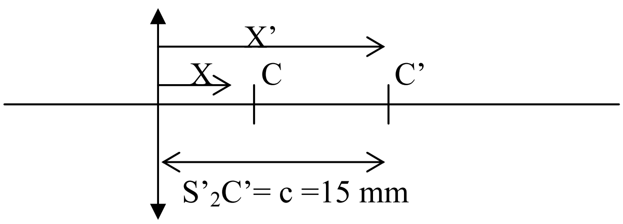
$R=-10dp \Rightarrow u'/u = 0'854$ el empequeñecimiento de la imagen debido a la corrección es del 15%.

Esto molesta a los miopes fuertes cuando son corregidos por primera vez. Con lente de contacto se nota 5 veces menos.

Nota: La diferencia de origen al medir u y u' no tiene importancia si el objeto está alejado.

III.3 la acomodación y la amplitud de acomodación

Sea C: centro de la PE del sistema vidrio-ojo
C': centro de la PE del ojo solo



Si la lente es delgada:

$$X'=X+P'_g$$

Aumento entre C y C':

$$\beta'=\frac{1-x'P'_f}{g'}$$

$$\left[g=\frac{y'}{y}=\frac{d_{pE}}{y}=\frac{1-cP'_f}{g'}\cong 1-cP'_f\right] \qquad (4)$$

Aplicando la relación de conjugación generalizada, con las proximidades X, X' de los objetos referidos a los puntos C y C' de las pupilas (considerando la lente delgada):

$$gX'=\frac{X}{g}+P'_f$$

y teniendo en cuenta (4):

$$X' = \frac{X}{(1-cP'_f)^2} + \frac{P'_f}{(1-cP'_f)}$$

donde el último sumando (véase apartado II) es la refracción del sujeto R_p.

El cálculo de la acomodación que se ha de hacer es:

$$A = R_p - X' = -\frac{X}{(1-cP'_f)^2} = -X(1+cR_p)^2 \qquad (5)$$

Para un miope, el denominador es mayor que la unidad, por lo que el sujeto necesita menos esfuerzo de acomodación que el emétrope. Para un hipermétrope ocurre todo lo contrario.

La amplitud de acomodación (suponiendo que X_p fuese el punto próximo en el espacio objeto) vendrá multiplicada por $(1\text{-c } P'_f)^2$ que vale 1'16 para P'_f = -5 dp y 0'86 para P'_f = +5 dp. Por tanto, el miope será présbita más tarde.

Ejemplo: Con Am = 4 dp la ley de Donders da 42 años para el emétrope y 45 para el miope. Esta pequeña ventaja desaparece en el caso de la lente de contacto.

	SinL	Con L
$Am = \overbrace{0 - X_p}^{\text{SinL}} = \overbrace{R_p}^{\text{ConL}} - X_p - P'_f$	$-\infty$	$\xrightarrow{L} R_p$
	X_p	$\xrightarrow{L} X'_p = X_p + P'_f$

IV – Tolerancia de la compensación

El círculo de desenfoque tiene la misma expresión que en el ojo amétrope

$$\zeta = -\,d_{pE}\,\frac{X - R_p}{P + R_{p/g}} \qquad (1)$$

Siendo dPE y X la pupila de entrada y la proximidad con respecto al ojo y no al sistema ojo-lente. X' será la proximidad de la imagen dada por la lente medida, como R_p, a partir del centro de la P.E.

Nos planteamos, a partir de aquí, el problema de la tolerancia de la corrección, es decir de error admisible para la potencia P'_f de la lente correctora de la ametropía R. Aplicando a la pupila la relación:

$$R_p = \frac{P'_f}{1 - c\,P'_f} \qquad \text{con} \qquad c = b + 3\text{mm} \qquad (2)$$

- un <u>objeto en el infinito</u> daría su imagen a través de la lente P'_f en el remoto:

$X = R_p$ con lo cual $\zeta = 0.(X - R_p = 0)$

- Supongamos que la potencia de la lente sea ligeramente diferente del valor P'_f que verifica (2). Sea $P'_f + \Delta P'_f$ la potencia de la lente. La imagen se formará en el foco imagen, es decir con proximidad $P'_f + \Delta P'_f$ de la cara posterior, y a una proximidad desde la pupila dada por la fórmula de efectividad:

$$X = \frac{P'_f + \Delta P'_f}{1 - c(P'_f + \Delta P'_f)} \qquad (3)$$

Calculemos la diferencia entre (3) y (2) para calcular ζ:

$$X - R = \frac{P'_f + \Delta P'_f}{1 - c(P'_f + \Delta P'_f} - \frac{P'_f}{1 - cP'_f} = \frac{P'_f(1 - cP'_f) + \Delta P'_f(1 - cP'_f)}{(1 - cP'_f - c\Delta P'_f)(1 - cP'_f)} -$$

$$- \frac{P'_f(1 - cP'_f) + P'_f c\Delta P'_f}{(1 - cP'_f - c\Delta P'_f)(1 - cP'_f)} = \frac{P'_f(1 - cP'_f) + \Delta P'_f(1 - cP'_f) - P'_f(1 - cP'_f) - cP'_f \Delta P'_f}{(1 - cP'_f)^2 - c\Delta P'_f(1 - cP'_f)}$$

$$X - R = \frac{\Delta P'_f}{(1 - cP'_f)^2} \qquad (4)$$

Sustituyendo en (1) queda:

$$\zeta = -d_{pE} \frac{\Delta P'_f/(1 - cP'_f)^2}{P + \frac{1}{g}(\frac{P'_f)}{1 - cP'_f})} = \frac{-d_{pE}\Delta P'_f}{P(1 - cP'_f)^2 + \frac{P'_f}{g}(1 - cP'_f)}$$

De donde:

$$\Delta P'_f = -\frac{\zeta}{d_{pE}}\left[P + P'_f\,(\frac{1}{g} - 2cP) + {P'_f}^2\,(P - \frac{c}{g})\right] \qquad (5)$$

Al tratar de la profundidad de foco y de campo ya dijimos que un círculo de tamaño 1' es indistinguible de un punto geométrico; ya que el diámetro de su imagen será: ζ = 4'85μ es indistinguible de la imagen de un punto en aproximación paraxial.

Haciendo:

$$\left.\begin{array}{l}\zeta = 4'85\mu \\ d_{pE} = 4\text{ mm} \\ P = 60\text{dp} \\ c = 12 + 3 = 15\text{mm} \\ g = 1\end{array}\right\}\text{la ecuación (5) queda}: \quad \left|\Delta P'_f\right| = 0'073 - 2'2\cdot 10^{-3}\,P'_f - 2\cdot 10^{-6}\,{P'_f}^2 \qquad (6)$$

Aplicando el criterio de Rayleigh de la óptica física encontraríamos el mismo límite de 0'07 dp.

- Cuando el ojo es fuertemente amétrope no es necesaria tanta precisión como expresa la ecuación (6). Entre 5 y 10 dp puede admitirse un círculo de difusión de 2' de diámetro, lo que produce el doble de tolerancia. En la práctica de vidrios van de 0.125 dp al principio y luego de 0.25 dp.
- Cuando $P'_f = 0$ la ecuación (6) de la seeparación entre el remoto y el punto que se ve nítido sin acomodar. La <u>profundidad de campo</u> será de 0'15 dp aproximadamente ya que es $2\left|\Delta P'_f\right|$ considerando el posible error hacia atrás y hacia delante.
- Si el sujeto es emétrope verá enfocado desde ∞ hasta 1/0'073 = 14 metros.
- Si mira a 5 metros (es decir 0'2 dp) verá nítido desde [0'27 hasta 0'13] es decir desde [3'70 metros hasta 7'70 metros]. Esta tolerancia aumenta el recorrido de la acomodación. Mirando a X puede enfocarse el intervalo: [X±0'073 dp].

V – Ametropía con Presbícia: compensación e intervalos de visión nítida

Un sujeto con sus puntos remoto y próximo [R, P] cualquiera, si tiene una amplitud de acomodación pequeña necesitará dos lentes para ver nítido. Una lente para visión de lejos que lleva el ∞ al punto R del sujeto, de modo que la potencia de la lente valga:

$$P'_{fL} = \frac{R}{1 + bR}$$

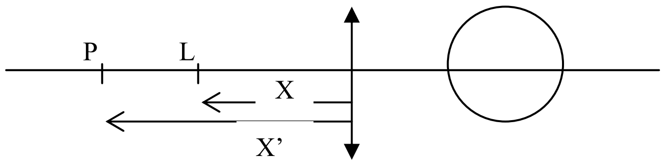
y una lente para cerca, cuya potencia frontal P'_{fc} los calcularemos sabiendo que ha de llevar el punto de lectura L(-4 dp) al punto próximo P del sujeto.

1) $g_c \dfrac{1}{x'} = \dfrac{1}{g_c x} + P'_{fc}$; $\dfrac{1}{x'} = g'^{\,2}_c + P'_{fc}$ $P'_{fc} = \dfrac{1}{x'} - \dfrac{g'^{\,2}_c}{x}$

donde: $x' = OP = OS + SP = b + 1/P$

$\dfrac{1}{x'} = \dfrac{P}{1+bP}$

$P'_{fc} = \dfrac{P}{1+b\,P} - \dfrac{g'^{\,2}_c}{x} = P'_{ft} - g'^{\,2}_c\, X$



Si $X = -4dp$: $P'_{fc} = P'_{ft} + 4g'^{\,2}_c$ (7)

$$P'_{ft} = \overline{S'_2\,P}(dp).$$

La P'ft es la potencia frontal de una lente teórica que compensaría a un amétrope cuya refracción fuese la P de este sujeto.

2) Para conseguir la P'_{fc} se puede superponer a la lente de lejos una adición de modo que se usen las mismas gafas para lejos y cerca.

$$P'_{fc} = g'^2_L\, P'_{Ad} + P'_{fL} \qquad (8)$$

$(P'_T = g^2{}_1 P_2 + P_1)$ es el acoplamiento de lentes gruesas aproximado

Para el cálculo de los intervalos de visión nítida véase los ejercicios resueltos en clase.