

Tema 5.- Integración. Ejercicios

Cálculo de primitivas.

Halla las siguientes primitivas.

1. Primero las de unos polinomios sencillitos

a) $\int x \, dx$; b) $\int 2x \, dx$; c) $\int x^2 \, dx$;

d) $\int 3x^2 \, dx$; e) $\int 3x^3 - 7x - 2 \, dx$; f) $\int x^5 \, dx$.

2. Ahora las de algunas raíces

a) $\int \sqrt[3]{x^2} \, dx$; b) $\int \sqrt{x^3} \, dx$; c) $\int \sqrt{x-5} \, dx$; d) $\int 2x\sqrt{x^2+2} \, dx$;

e) $\int \sqrt{x-1} \, dx$; f) $\int \sqrt[3]{(5x-3)^2} \, dx$; g) $\int (x - \sqrt{1-2x})^3 \, dx$.

3. Sigamos con las de unas fracciones

a) $\int \frac{1}{x} \, dx$; b) $\int \frac{1}{x-5} \, dx$; c) $\int \frac{5}{x} \, dx$;

d) $\int \frac{3}{x+4} \, dx$; e) $\int \frac{3x^2 - 2x}{x^3 - x^2 + x} \, dx$.

4. Usemos funciones trigonométricas

a) $\int \cos 2x \, dx$; b) $\int \sen 2x \, dx$; c) $\int 5 \sen(3x+1) \, dx$;

d) $\int \sen x \cos x \, dx$; e) $\int 2x \cos^2 x \, dx$; f) $\int 2x \cos^2 x \, dx$.

5. Para acabar, ¡mezclaitas!

a) $\int \frac{1}{x^2+1} \, dx$; b) $\int \frac{1}{\sqrt[7]{x^5}} \, dx$; c) $\int \frac{5}{\cos^2 x} \, dx$;

d) $\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} \, dx$; e) $\int \frac{e^x+1}{e^x+x} \, dx$; f) $\int e^x - e^{-x} \, dx$;

g) $\int x - 2 \operatorname{tg} x \, dx$; h) $\int \sqrt{x\sqrt{x}} \, dx$.

6. Veamos que tal andáis de substitución.

a) $\int 5 \cos(3x + 1) dx$; b) $\int \operatorname{tg} x dx$; c) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$;
d) $\int x e^{x^2} dx$; e) $\int \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$; f) $\frac{x^2}{1+x^3} dx$;
g) $\int \frac{2x}{1+x^4} dx$; h) $\int \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$; i) $\frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}} dx$.

7. Y si sabéis juntar las partes.

a) $\int \operatorname{arc} \cos x dx$; b) $\int x \operatorname{sen} x dx$; c) $\int x e^x dx$;
d) $\int x \ln x dx$; e) $\int e^x \operatorname{sen} x dx$; f) $\int \operatorname{sen}^2 x dx$.

Integral definida. Areas.

8. Calcular las integrales definidas:

a) $\int_2^5 \frac{1}{1+x} dx$; b) $\int_1^3 \frac{x^2 - x + 1}{2x} dx$; c) $\int_0^\pi \operatorname{sen} x dx$;
d) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$; e) $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$; f) $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

9. Estudiar el área comprendida entre la curva dada y el eje OX en el intervalo indicado:

a) $y = x^2$ entre $x = 0$ y $x = 3$
b) $y = x^3 + x^2$ entre $x = -1$ y $x = 3$
c) $y = \sqrt{x}$ entre $x = 0$ y $x = 4$
d) $y = x^3 + x^2$ entre $x = -3$ y $x = 3$.

10. Estudiar el área comprendida entre las curvas dadas en el intervalo indicado:

a) De $y = x^2$ a $y = 9$ entre $x = 0$ y $x = 3$
b) De $y = x^3 + x^2$ a $y = x^3 + 3x + 4$ entre $x = -3$ y $x = 6$.

11. Podemos calcular algunas áreas habituales: el círculo (la circunferencia de centro el origen y radio 1 tiene ecuación $x^2 + y^2 = 1$), una elipse (por ejemplo, la de ecuación $x^2 + y^2 = 1$).