

Tema 6.- Sistemas de ecuaciones lineales. Ejercicios

Método de Gauss.

1. Resuelve los sistemas:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y - 2z = -3 \\ x + 4y - 5z = -6 \end{cases} ; \begin{cases} 4x - y + 5z = -25 \\ 7x + 5y - z = 17 \\ 3x - y + z = -21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + 4w = 7 \\ x - y + 3z + w = -5 \\ 2x + y - z - w = 8 \\ 5x - y = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x + y - z + 4w = -3 \\ 2x - y + 4z - 5w = 13 \\ -x + y - 4z - w = -6 \\ 3x + 4y + z + w = 12 \end{cases}$$

2. Discute los sistemas:

$$\begin{cases} 3x - 4y + 2z = 1 \\ -2x - 3y + z = 2 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases} ; \begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ -x + 3y + z = 3 \\ x + y + 5z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 5 \\ z - w = -1 \\ -x + w = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x + 2y - 3z + 4w = 7 \\ x - y + 3z + w = -5 \\ 2x + y - z - w = 8 \\ 4x + 2y - z + 4w = 5 \end{cases}$$

3. Discute según el valor del parámetro a los sistemas

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 3 \\ 2x + y - z = 1 \\ 4x - 5y + 3z = a \end{cases} ; \begin{cases} x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \\ 5x - 11y + 9z = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - 2t = 3 \\ 3x - y + z - t = 1 \\ 5x - 3y + 2z - 4w = a \\ 2x + y + z + w = 2 \end{cases} ; \begin{cases} ax + 2z = 6 \\ 3x + y = 0 \\ 2x + az = 6 \end{cases}$$

Matrices.

4. Resuelve las ecuaciones matriciales:

$$3X - 2 \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Halla las matrices A y B que cumplen

$$2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A - B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Comprueba que el producto de matrices no es conmutativo calculando ambos productos en las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Resuelve matricialmente los sistemas

$$\begin{cases} x & & & = 1 \\ & y & + & z = 2 \\ x & & + & z = 4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x & + & 2y & & = -2 \\ 10x & - & 5y & + & 9z = 48 \\ & & y & - & z = -4 \end{cases}$$

8. Usa el método de Gauss para hallar inversas de las matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

9. Tengo el sistema

$$\begin{cases} x & & + & z = 10 \\ 2x & + & 3y & = 17 \\ 3x & + & 4y & + & z = 32 \end{cases}$$

Llamando A a la matriz de coeficientes, yo se que su inversa es

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3/2 & 2 & -3/2 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1/2 & -2 & 3/2 \end{pmatrix}$$

¿Como calcularías la solución del sistema sin resolverlo?.

Determinantes.

10. Calcula el rango de las matrices:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 9 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

11. Estudia el rango de la siguiente matriz según el valor de a :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m+1 \\ 1 & m+1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & m^2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 4 & 6 & -m \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$$

12. Lee el proceso para hallar la inversa de una matriz y aplícalo a

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

13. Resuelve mediante la regla de Cramer los sistemas

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 3x - y + z = 8 \\ y - 7z = -8 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - 2y + z = 7 \\ 3x + y + z = 8 \\ x - y + 4z = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - y + z = -7 \\ x + 4y - z = 7 \\ -x + 2y + z = 5 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + 4y - z = 12 \\ -x + 3y + 2z = 12 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$$

14. Discute, usando la regla de Cramer, los sistemas

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 1 \\ 4x + 6y - mz = 2 \\ x + y + mz = 10 \end{cases}; \quad \begin{cases} x - my + z = 1 \\ mx + y + (m-1)z = m \\ x + y + z = m+1 \end{cases}$$