UNA CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS ESCOLARES DE PROBABILIDAD CONDICIONAL. SU USO PARA LA INVESTIGACIÓN Y EL ANÁLISIS DE TEXTOS

Mª Ángeles Lonjedo

tomas_lonjedo@telefonica.net

M. Pedro Huerta

Manuel.P.Huerta@uv.es

Departament de Didàctica la Matemàtica

Universitat de València

Resumen.

En este artículo presentamos una clasificación de los problemas escolares de probabilidad condicional atendiendo al análisis global del texto y su uso para la investigación y la enseñanza de dichos problemas. Los problemas se clasifican atendiendo a tres componentes que llamamos nivel, categoría y tipo y que tienen que ver con los datos del problema y con la probabilidad por la que se pregunta. Mediante vectores con las tres componentes anteriores pueden clasificarse los problemas escolares de probabilidad condicional, clasificación que puede usarse tanto para investigar la resolución de dichos problemas por los estudiantes como para el análisis de los textos escolares. En este trabajo mostramos además el resultado de esto último.

Abstract

In this work we present a classification of the conditional probability problems and how to use it in order to investigate the process of solving them and in order to make efficient their teaching. We classify these problems attending three components that we called level, characteristic and type that are related to the data in text of problem and question. So, we can identify each of the scholar conditional probability problems by mean of a vector of three components in order to be investigated or in order to be taught. In this article we also show the classification of these problems in textbooks.

Introducción

La intención inicial de este trabajo es mostrar una nueva clasificación de los problemas de probabilidad condicional y algún uso posible de esta clasificación. En un trabajo anterior, (Lonjedo, 2003; Huerta y Lonjedo, 2003), utilizamos la clasificación de los problemas de probabilidad condicional de Yáñez (2000) con intención de investigar la resolución de problemas de probabilidad condicional que podíamos clasificar según esa clasificación. Nuestra investigación, no obstante, reveló que dicha clasificación es insuficiente si solo se tiene en cuenta los datos como probabilidades y no se tiene en cuenta, además, la pregunta del problema. Nuestro trabajo ha sido refinar esta clasificación teniendo en cuenta, en primer lugar, los componentes que tienen que ver con la estructura de los datos y, en segundo lugar, relacionarlos con la pregunta del problema, con el fin de poder abordar el estudio de la resolución de estos problemas sujetos ahora a una nueva clasificación. Lo que mostraremos aquí es el uso que pueden darse a esos componentes de clasificación para el análisis de textos escolares, tanto si se piensa en la investigación sobre la resolución de esos problemas como para la enseñanza. El uso que nosotros le damos a esta clasificación tiene que ver con la investigación y el proyecto de tesis doctoral de la autora de este trabajo.

Los problemas de probabilidad condicional

Aunque ya lo mencionamos en otras comunicaciones (Huerta y Lonjedo, 2003) es conveniente centrar a qué nos referimos cuando hablamos de problemas de probabilidad condicional. Así, entendemos por problema escolar de probabilidad a un problema[1] que, situado en un contexto de azar o situación aleatoria, pregunta, de alguna de las formas tradicionales en las escuelas y en los libros de texto, por la probabilidad de un suceso[2].. Derivada de esta consideración, Huerta (2003) clasifica los problemas de probabilidad escolar en:

Problemas de asignación de probabilidades: Problemas de probabilidad en los que la respuesta a la pregunta "probabilidad de…" implica que el resolutor tome una decisión en términos de probabilidad sobre la ocurrencia o no de un suceso que pertenece a una situación aleatoria. Un ejemplo de este tipo de problemas es el siguiente:

Ejemplo 1:En un grupo de amigos hay 7 chicos y 8 chicas. Me llama por teléfono una persona de este grupo para ir al cine, ¿Cuál es la probabilidad de que esta persona sea chico?

Problemas de cálculo de probabilidades: Problemas de probabilidad que para su resolución es necesario aplicar las relaciones o las reglas de cálculo de probabilidades entre los datos del problema. El siguiente problema puede servirnos como ejemplo:

Ejemplo 2:Si la probabilidad de ser aficionado al fútbol es 0.7, la de ser aficionado al baloncesto es 0.6 y la de ser a los dos deportes es 0.4:

a) Calcula la probabilidad de no ser aficionado a ninguno de los dos deportes.

b) Elegida una persona al azar de las aficionadas al fútbol, calcula la probabilidad de que sea aficionada al baloncesto.

Problemas de simulación: Simular un problema de probabilidad consiste en transformar el problema original en un nuevo problema reformulado para que pueda ser simulado, problema que probabilísticamente es equivalente al problema original y que mediante el generador de azar que simule la situación problemática original, la solución del problema simulado sea considerada solución del problema original con la ayuda de la ley de los grandes números. Entonces, llamamos problemas de simulación a aquellos problemas de probabilidad que para su resolución es necesario realizar una simulación del mismo.

Nuestro trabajo implica los dos primeros tipos de problemas. La frontera entre una tipología de problemas y la otra no está bien definida pues, según como se tome, hay intersecciones entre ellos. Así, algunos problemas que nosotros llamamos y clasificamos como problemas de asignación, en los libros escolares, se les trata como problemas de cálculo, generalmente porque se aplica una "regla de cálculo", la regla de Laplace, cuando realmente no hay un verdadero cálculo de probabilidades sino una asignación de una probabilidad a un suceso después de alguna consideración sobre la equiprobabilidad de los casos. En consecuencia, muchos de los problemas que se clasifican como problemas de cálculo son, para nosotros, de asignación, reservando la denominación de problemas cálculo de probabilidades a aquellos problemas cuya solución implica o exige usar relaciones o reglas de cálculo entre los datos del problema entendidos como probabilidades.

[1] Problema en el sentido de Puig (1996)
[2] El término suceso lo usamos en su acepción más amplia que permite incluir otros significados además del de elemento de una σ-álgebra.

Llamamos **problema de probabilidad condicional PPC** (Huerta, 2003) a un problema de probabilidad en el que o bien en los datos o bien en la pregunta del problema es necesario que el resolutor considere la probabilidad condicional de un suceso[3]. Un ejemplo de esta subclase de problemas de probabilidad puede verse con el problema que hemos citado en el apartado b del ejemplo 2.

Cantidades y relaciones entre las cantidades presentes en un PPC

Dados los sucesos A y B, con $p(B)\neq 0$, se define la probabilidad condicional del suceso A –el condicionado- dado que el suceso B –el condicionante- se ha realizado, expresada por $p(A|B)$, por: $p(A|B) = p(A\cap B)/p(B)$

Considerados los sucesos A y B y sus complementarios –A y –B, podemos establecer 8 relaciones de probabilidad condicional entre estos sucesos, con la única condición de que la probabilidad del suceso condicionante no sea cero.

Con la finalidad de ser operativos, llamamos de la siguiente forma a estas probabilidades (tomado de Yáñez, 2000): $p(A|B)$ probabilidades condicionales, o sólo condicionales; $p(A\cap B)$ probabilidades de intersección, o sólo intersecciones; $p(A)$ probabilidades marginales, o sólo marginales. En consecuencia, toda la información que se puede presentar en un problema de probabilidad condicional, se resume en 4 marginales, 4 intersecciones y 8 condicionales (citadas en la nota a pie de página 3)

La condición para que un problema de probabilidad condicional sea un problema es que en su enunciado no aparezcan todas estas cantidades, de forma que para su resolución necesitemos establecer más de una relación entre sus datos.

Por otra parte, derivado de las relaciones conocidas entre las probabilidades del tipo que hemos mencionado, dada una cantidad en el problema es posible disponer de nuevas cantidades que van a ser necesarias para la resolución del problema. En este sentido pues, no es necesario disponer de todas las marginales ni de todas las condicionales, ya que sabemos que sólo con dos marginales no complementarias tendremos las cuatro, y que sólo con 4 condicionales no complementarias obtendremos las 8. Por otra parte, con dos marginales no complementarias y las cuatro intersecciones pueden reducirse a dos marginales no complementarias y una intersección, o a dos intersecciones y una marginal –que no estén relacionadas- o a 3 intersecciones. Siempre se puede utilizar, además, la definición de $p(A|B)$ para relacionarla con una marginal y una intersección.

Lo que acabamos de describir, sirve para confirmar que con tres datos escogidos de forma conveniente entre las marginales, las intersecciones y las condicionales, se puede plantear y resolver cualquier problema escolar de probabilidad condicional en el sentido en el que lo usamos aquí. Además, dichos datos se encuentran relacionados mediante 18 relaciones, 10 aditivas y 8 multiplicativas, como las que se describen a continuación:

Ocho relaciones multiplicativas que del tipo: $p(A|B)=p(A\cap B)/p(B)$

Diez relaciones aditivas de las cuales 6 son relaciones de complementariedad:

Dos de ellas: $1 = p(A)+p(-A)$

[3] En este trabajo estudiamos los problemas de probabilidad condicional que implican dos sucesos A y B y las probabilidades siguientes: las 4 probabilidades marginales: $p(A)$, $p(B)$, $p(-A)$, $p(-B)$, las 4 probabilidades de la intersección: $p(A\cap B)$, $p(A\cap -B)$, $p(-A\cap B)$, $p(-A\cap -B)$ y las 8 probabilidades condicionales: $p(A|B)$, $p(-A|B)$, $p(A|-B)$, $p(-A|-B)$, $p(B|A)$, $p(-B|A)$, $p(B|-A)$, $p(-B|-A)$.

Cuatro de ellas: $1 = p(A|B) + p(-A|B)$

Cuatro de ellas: $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap -B)$

Clasificación inicial de los Problemas de Probabilidad Condicional

Yáñez (2000) presenta una clasificación de los problemas de probabilidad condicional según los datos explícitamente mencionados en el problema. Como hemos mencionado antes, sabemos de una parte que tres es el número mínimo de datos explícitamente mencionados en el texto que debe presentar un problema escolar de probabilidad condicional para que tenga solución. Por otra parte, también sabemos que esos tres datos deben estar escogidos convenientemente entre las probabilidades marginales, las probabilidades de la intersección o las probabilidades condicionales. Consecuente con un análisis combinatorio al tomar los datos convenientemente, los problemas de probabilidad condicional pueden clasificarse mediante un vector de tres componentes, como sigue:

Tipo 1: los datos son tres intersecciones: (0, 3, 0)

Tipo 2: los datos son una marginal y dos intersecciones: (1, 2, 0)

Tipo 3: los datos son dos marginales y una intersección: (2, 1, 0)

Tipo 4: los datos son dos marginales y una condicional: (2, 0, 1)

Tipo 5: los datos son dos intersecciones y una condicional: (0, 2, 1)

Tipo 6: los datos son una marginal, una intersección y una condicional: (1, 1, 1)

Tipo 7: los datos son una marginal y dos condicionales: (1, 0, 2)

Tipo 8: los datos son una intersección y dos condicionales: (0, 1, 2)

Tipo 9: los datos son 3 condicionales: (0, 0, 3)

Utilizamos esta clasificación en el proyecto de investigación (Lonjedo, 2003) que reveló que es insuficiente si sólo se tiene en cuenta los datos como probabilidades y no se tiene en cuenta, además, los datos en el texto del problema, la presentación de los datos en el texto del problema, la semántica y sintaxis del problema y la pregunta del problema.

Por otra parte, si consideramos que un problema escolar de probabilidad condicional puede ser considerado en un instante del proceso de resolución como un problema aritmético de más de una etapa, igual que en Puig y Cerdán (1988) se exploran y analizan los problemas aritméticos de más de una etapa teniendo en cuenta el nº de datos y la incógnita, las relaciones entre los datos y la incógnita y las decisiones que ha de tomar el resolutor como ¿qué operaciones?, ¿entre qué cantidades?, ¿en qué orden?, pueden explorarse y analizarse los problemas escolares de probabilidad condicional.

Clasificación de los PPC atendiendo al análisis global del texto del problema.

Podemos realizar una clasificación de los PPC teniendo en cuenta alguno o los dos tipos de componentes siguientes:

a) Componentes que tienen que ver con la estructura de los datos y la pregunta del problema, y

b) Componentes que tienen que ver con la resolución del problema (o que afectan directamente a la resolución del problema)

La clasificación que presentamos en este trabajo tiene que ver con el primero de los componentes. Así, los problemas escolares de probabilidad condicional los clasificamos mediante una terna que describe el nivel (N), la categoría (C) y el tipo (T) del problema, según se define a continuación:

Nivel: Está determinado por el número de probabilidades condicionales (sólo condicionales) presentes en el texto del problema, o datos interpretables como probabilidades condicionales.

Dado que el número mínimo de datos en el problema es de tres probabilidades escogidas convenientemente entre las marginales, las intersecciones y las condicionales, pueden considerarse 4 niveles de problemas, en función de si los datos del problema son 0, 1, 2, ó 3 probabilidades condicionales o cantidades interpretables como probabilidades condicionales. Así, en cada uno de los niveles N_i, para i= 1, 2, 3, 4, definimos vectores del tipo (x, y, z) que representan el nº de datos interpretables como probabilidades marginales, probabilidades de la intersección y probabilidades condicionales respectivamente, y con la condición que x+y+z=3. En cada nivel tenemos:

Nivel 1: no hay probabilidades condicionales: (x, y, 0), x+y=3.

Nivel 2: Hay una probabilidad condicional: (x, y, 1), x+y=2.

Nivel 3: Hay dos probabilidades condicionales: (x, y, 2), x+y=1.

Nivel 4: Hay tres probabilidades condicionales: (0, 0 3).

Categoría: Determinada por el número datos que tienen que ver con las probabilidades marginales o datos interpretables como éstas. Las categorías dependen del nivel que consideremos, teniendo en cuenta la relación aditiva que relaciona las tres componentes del nivel de problemas.

Consideramos entonces las categorías C_i, i=1, 2, 3, dependiendo de que los datos que tienen que ver con las probabilidades marginales sean 0, 1 o 2 respectivamente.

Así, por ejemplo, en el nivel 1 y en el nivel 2 existen las tres categorías, pero en el nivel 3 sólo existen las categorías C_1 y C_2, y en el nivel 4 sólo existe la categoría C_1.

Tipo: Determinado por la pregunta del problema. Tenemos tres tipos:

Tipo 1: la pregunta del problema es una probabilidad condicional.

Tipo 2: la pregunta del problema es una probabilidad marginal.

Tipo 3: la pregunta del problema es una probabilidad de la intersección.

En principio, cada nivel quedaría dividido en tres categorías y cada una de éstas en tres tipos, luego podemos construir o considerar dentro de cada nivel 9 clases de problemas diferentes, atendiendo a las componentes que acabamos de definir.

Descripción de los problemas atendiendo al nivel, categoría y tipo.

Nivel 1: N_1: (x, y, 0)

Forma (x, y, 0), sin condicionales en el enunciado.

Pueden considerarse tres categorías, C_i i=1, 2, 3, Necesariamente, en este nivel y en cualquiera de las tres categorías, los problemas serán siempre del Tipo 1, es decir, la pregunta es una probabilidad condicional, pues en caso contrario no consideramos el problema como problema de probabilidad condicional.

C_1: (0, 3, 0), los datos son tres intersecciones Tipo 1: (N_1, C_1, T_1)

Consideradas las diferentes formas de tomar las intersecciones como datos en el problema, la pregunta se corresponde con cualquiera de las 8 condicionales del Tipo 1, lo que nos da, potencialmente 32 problemas diferentes en datos y preguntas.

Suele ocurrir que todos los problemas con las características recién descritas que podemos encontrar en los libros de texto escolares suelen presentar los datos mediante una tabla de contingencia. En el anexo 1 mostramos dos problemas como ejemplos. Además, el único problema que hemos encontrado, (el anexo 2 presenta el análisis de los libros de texto escolares desde 1975 hasta 2002), en el que sólo haya tres datos que sean probabilidades de la intersección es el ejemplo 1, pues todos los demás problemas al presentar los datos mediante una tabla de frecuencias absolutas, incluyen al menos un dato redundante, como puede verse en el ejemplo 2.

C_2: (1, 2, 0), los datos son una marginal y dos intersecciones Tipo 1: (N_1, C_2, T_1)

En este caso pueden considerarse 24 problemas diferentes sin tener en cuenta la pregunta del problema, pero como todos han de ser de tipo 1, entonces podemos estar hablando para esta terna de 168 problemas diferentes.

C_3: (2, 1, 0), los datos son dos marginales y una intersección Tipo 1: (N_1, C_3, T_1)

En este caso, hablamos de 16 problemas diferentes sin tener en cuenta el tipo. Considerándolo, de 128 problemas.

Este nivel, por otra parte, queda dividido en tres subclases diferentes de problemas atendiendo a las posibles categorías: (N_1, C_1, T_1), (N_1, C_2, T_1) y (N_1, C_3, T_1)

Nivel 2: N_2: (x, y, 1)

Forma (x, y, 1), con un dato que tiene que ver con una condicional en el enunciado. Pueden considerarse, de una parte, tres categorías, C_i i=1, 2, 3, y, de otra, para cualquiera de las tres categorías, el problema puede presentar los tres tipos, es decir, la pregunta del problema puede considerar cualquiera de las tres probabilidades: marginal, intersección o una probabilidad condicional. Así, tenemos:

C_1: (0, 2, 1), los datos son dos intersecciones y una condicional: (N_2, C_1, T_1), (N_2, C_1, T_2) y (N_2, C_1, T_3)

Tenemos 6 formas de agrupar las 4 intersecciones de dos en dos, y por cada una de estas 6 formas tenemos 8 condicionales. Luego el número de problemas diferentes que pueden presentar estas restricciones es de 48.

En cada uno de estos 48 problemas no hemos tenido en cuenta el tipo. En este nivel, la pregunta del problema puede ser una probabilidad condicional, una probabilidad marginal o una probabilidad de la intersección. Es decir puede presentar cualquiera de los tres tipos. Por tanto, por cada uno de los tipos tenemos los 48 problemas.

En el análisis de los textos escolares que hemos realizado no hemos encontrado ningún problema de estas tres clases.

C_2: (1, 1, 1), con una marginal, una intersección y una condicional: (N_2, C_2, T_1), (N_2, C_2, T_2) y (N_2, C_2, T_3)

Tenemos por cada marginal 4 intersecciones y 8 condicionales. Como tenemos 4 marginales, el número total de problemas en este nivel y esta categoría, sin tener en cuenta los tipos, en principio es de 128. A estos 128 hemos de restar 8 que se corresponden con las 8 relaciones multiplicativas formadas por una probabilidad marginal, una probabilidad condicional y una probabilidad de la intersección, p(A).p(B| A)=p(A∩B), pues estas combinaciones no darían lugar a problemas.

En cada uno de estos 120 problemas no hemos tenido en cuenta la pregunta. En este nivel la pregunta del problema puede ser una probabilidad condicional, una probabilidad marginal o una probabilidad de la intersección. Es decir puede presentar cualquiera de los tres tipos, tipo 1, tipo 2, o tipo 3, respectivamente. Por tanto, por cada uno de los tipos tenemos120 problemas diferentes.

Del análisis de los libros de texto no hemos encontrado tampoco ningún problema de estas tres clases.

C_3: (2, 0, 1), con dos marginales y una condicional: (N_2, C_3, T_1) y (N_2, C_3, T_3)

Tenemos 6 formas de agrupar las 4 marginales de dos en dos, pero debemos tener en cuenta que las marginales deben ser no complementarias. Por lo que tenemos 4 parejas de marginales no complementarias. Por cada una de estas 4 formas tenemos 8 condicionales. Luego el número de problemas que pueden presentar estas restricciones es 32.

En esta categoría dentro del nivel 2, la pregunta del problema no puede ser una probabilidad marginal, pues ésta sería complementaria con uno de los datos. Luego estaremos en los tipos 1 y 3, en los que la pregunta es una probabilidad condicional y una probabilidad de la intersección respectivamente. Este nivel queda dividido así en 8 clases diferentes de problemas: (N_2, C_1, T_1), (N_2, C_1, T_2), (N_2, C_1, T_3), (N_2, C_2, T_1), (N_2, C_2, T_2), (N_2, C_2, T_3), (N_2, C_3, T_1) y (N_2, C_3, T_3).

Hemos encontrado en los libros de texto escolares únicamente los dos ejemplos de problemas que mostramos en el anexo.

Nivel 3: N_3: (x, y, 2)

Forma (x, y, 2), con dos datos que tienen que ver con probabilidades condicionales.

Pueden considerarse dos categorías, según que no hayan datos que pueden ser interpretados como probabilidades marginales y que un dato que tiene que ver con la probabilidad de la intersección o al revés.

C_1: (0, 1, 2), los datos son una intersección y dos condicionales: (N_3, C_1, T_1), (N_3, C_1, T_2) y (N_3, C_1, T_3)

Con los 8 condicionales podemos considerar 28 pares de datos, de los que eliminando los 4 pares formadas por condicionales complementarias nos quedan 24 pares de datos. Por cada uno de estos 24 pares tenemos 4 intersecciones como datos posibles, por lo que dentro de este nivel y esta categoría podemos tener considerar 96 problemas diferentes.

Si ahora tenemos en cuenta la pregunta del problema, en este nivel y categoría se pueden presentar problemas con cualquiera de los tres tipos.

Tampoco en este caso, en los libros de texto revisados, no hemos encontrado ningún problema con los datos referidos como una probabilidad de la intersección y dos condicionales.

C_2: (1, 0, 2), con una marginal y dos condicionales: (N_3, C_2, T_1), (N_3, C_2, T_2) y (N_3, C_2, T_3)

Ya sabemos que tenemos 24 parejas de condicionales no complementarias, que con las 4 marginales hacen un total de 96 problemas en este nivel y esta categoría. Al igual que en la anterior categoría, al tener en cuenta la pregunta del problema, se pueden presentarlos tres tipos. Este nivel queda dividido en 6 clases diferentes de problemas: (N_3, C_1, T_1), (N_3, C_1, T_2), (N_3, C_1, T_3), (N_3, C_2, T_1), (N_3, C_2, T_2) y (N_3, C_2, T_3),

Los problemas de este nivel y esta categoría, en cualquiera de los tres tipos, (N_3, C_2, T_1), (N_3, C_2, T_2) y (N_3, C_2, T_3), son los que siempre están presentes en los libros de texto. Por decirlo de otra manera, en la que se basan los libros de texto para la enseñanza de la resolución de problemas de probabilidad condicional.

Nivel 4: N_4: (0, 0, 3)

Forma (0, 0, 3), los tres datos presentes en el problema son interpretables como probabilidades condicionales. Este nivel sólo presenta la categoría 1, pues estamos en el caso de 0 datos interpretables como probabilidades marginales. Además, esta categoría puede clasificarse con cualquiera de los tres tipos, teniendo en cuenta que en el tipo 1 la pregunta no puede ser una condicional complementaria con algún dato. Este nivel queda pues dividido en 3 clases diferentes de problemas: (N_4, C_1, T_1), (N_4, C_1, T_2) y (N_4, C_1, T_3)

Nuevamente, en los libros de texto examinados no presentan problemas descritos por este nivel.

La tabla siguiente pretende ser un resumen de las diferentes clases de problemas de probabilidad condicional que pueden presentarse y que puede usarse como criterios para la clasificación de estos problemas:

	N_1			**N_2**			**N_3**			**N_4**		
C_1	C_1T_1			C_1T_1	C_1T_2	C_1T_3	C_1T_1	C_1T_2	C_1T_3	C_1T_1	C_1T_2	C_1T_3
C_2	C_2T_1			C_2T_1	C_2T_2	C_2T_3	C_2T_1	C_2T_2	C_2T_3			
C_3	C_3T_1			C_3T_1		C_3T_3						

En principio, cada nivel quedaría dividido en 9 clases, dependiendo de la categoría y del tipo. Pero como la categoría (datos que tienen que ver con las probabilidades marginales) depende del nivel en el que nos encontramos, y el tipo (qué se pregunta) tiene que ver con que el problema de probabilidad ha de ser un problema de probabilidad condicional, la tabla muestra casillas en blanco que nos indican la imposibilidad de considerar problemas pertenecientes a las clases correspondientes a esas casillas.

Conclusiones

Lo que hemos presentado en este trabajo es una clasificación de los problemas escolares de probabilidad y los criterios por los que pueden ser clasificados. Las conclusiones, por tanto, no van a responder a cuestiones de investigación resueltas empíricamente. Lo que podemos concluir tiene, en parte, componentes teóricas y, en menor medida, empíricas en tanto que hemos clasificado los problemas escolares de probabilidad condicional atendiendo a los datos presentes tanto en el texto que da cuenta de la situación problemática como en la pregunta del problema. Esta clasificación la hemos usado para plantearnos las preguntas de investigación que implican, ahora, la resolución de dichos problemas por los estudiantes. Además, hemos usado dicha clasificación para el análisis de los problemas en los libros de texto escolares. Así, derivado de dicho análisis y como se muestra en el anexo a este trabajo, hemos estudiado textos escolares desde 1975 hasta el 2002, con la única intención de explorar cuál ha sido la presencia o ausencia de los problemas de probabilidad condicional y qué tipología de problemas está presente o ausente. Observamos como no todos los tipos de problemas que podemos considerar han estado ni están presentes en los libros de texto escolares. Las razones de estas ausencias no las podemos saber, aunque probablemente estén relacionadas con el tipo de solución que requieran: algebraica o aritmética (Yáñez, 2000; Huerta y Lonjedo, 2003). El hecho de la ausencia de estos tipos de problemas resta efectividad a la enseñanza de la probabilidad escolar, pues priva a los estudiantes de usarla en contextos y situaciones problemáticas variadas, mostrándose el uso de ésta en situaciones repetidas en donde la estructura del problema no varía y sólo se varía el contexto y la presentación de los datos, ya sea organizada o no.

Referencias

Huerta, M.P. (2003), *Didàctica de la Probabilitat I l'estadística* (Curso de Doctorado). Universitat de València.

Huerta, M. P.; Lonjedo, Mª A., (2003*) La resolución de problemas de probabilidad condicional: un estudio exploratorio con estudiantes de bachiller*. Comunicación presentada en el grupo PNA de la SEIEM. VI Simposio SEIEM. Granada.

Lonjedo Mª A., (2003), *La resolución de problemas de probabilidad condicional: Un estudio exploratorio con estudiantes de bachiller*, Departament de Didàctica de la Matemàtica, Universitat de València (Memoria de Tercer Ciclo no publicada)

Puig, L. Cerdán, F. (1988) *Problemas aritméticos escolares*. (Síntesis. Madrid)

Puig, L. (1996) Elementos de resolución de problemas, (Comares: Granada)

Yáñez, G, 2000, El Álgebra, las Tablas y los Árboles en Problemas de Probabilidad Condicional, en Gómez, P., y Rico, L. (eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada: Editorial Universidad de Granada. Pp. 355-371

ANEXO 1: EJEMPLOS DE LOS PROBLEMAS DE PROBABILIDAD CONDICIONAL SEGÚN LA CLASIFICACIÓN PRESENTADA.

Nivel 1: N_1: (x, y, 0)

C_1: (0, 3, 0), con tres intersecciones Tipo 1: (N_1, C_1, T_1)

EJEMPLO 1. *(Matemáticas 4t ESO, Opción B, Editorial Ecir, página 240, problema 43)*. *Completa la següent taula de contingència:*

	A	*noA*	*Total*
B	*0'4*	*0'2*	
noB	*0'25*		
Total			*1*

A partir de la taula, confecciona un diagrama d'arbre i determina P(B/A), P(noB/A), P(B/noA) i P(noB/noA).

EJEMPLO 2. *(Editorial Santillana, Matemátias Cou opciones C y D, Daniel Santos Serrano, problema 9)*

p.248, problema 9. *En un grupo de 500 individuos se pasó un test de inteligencia y se midió su rendimiento académico. Los resultados fueron como sigue:*

Test de inteligencia

	Rendimiento académico	
	Alto	*Bajo*
Superior	*200*	*80*
Inferior	*100*	*120*

Considerando que A es "ser superior en inteligencia» y B es «tener rendimiento alto», averiguar:

a) Si A Y B son independientes.

b) Si se selecciona al azar un alumno con rendimiento alto, ¿cuál es la probabilidad de que sea superior en inteligencia?

C_2: (1, 2, 0), con una marginal y dos intersecciones Tipo 1: (N_1, C_2, T_1)

C_3: (2, 1, 0), con dos marginales y una intersección Tipo 1: (N_1, C_3, T_1)

Guzmán, Colera (1991) *Selectividad Matemáticas II Pruebas 1990*, Madrid: Anaya, Cuestión 2, La Laguna, Tenerife, 1990, p.84. *Se sortea un viaje a Singapur entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:*

i. ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?

ii. Si del afortunado se sabe que ya es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea mujer?

Nivel 2: N_2: (x, y, 1)

C_1: (0, 2, 1), con dos intersecciones y una condicional: (N_2, C_1, T_1), (N_2, C_1, T_2) y (N_2, C_1, T_3)

De todos los alumnos del instituto, un 30% practican baloncesto y fútbol y un 30% practican el baloncesto y no practican el fútbol. Sabemos que de los alumnos que no practican baloncesto un 40% hacen fútbol.

a)Calcula las probabilidades de practicar baloncesto y de practicar fútbol.

b)Calcula la probabilidad de que elegido un alumno al azar no practique ni fútbol ni baloncesto.

c)Calcula la probabilidad de que practique baloncesto elegido un alumno que practica fútbol.

C_2: (1, 1, 1), con una marginal, una intersección y una condicional: (N_2, C_2, T_1), (N_2, C_2, T_2) y (N_2, C_2, T_3)

En una empresa el 55% de los trabajadores son mujeres. De las mujeres, el 20% se dedican a las tareas administrativas, y de todos los trabajadores, el 11'25% son hombres y administrativos. Calcula las probabilidades siguientes:

a)La probabilidad de ser mujer y administrativa

b)La probabilidad de ser administrativo

c)La probabilidad de que eligiendo un administrativo, éste sea mujer.

C_3: (2, 0, 1), con dos marginales y una condicional: (N_2, C_3, T_1) y (N_2, C_3, T_3)

Como ejemplo de (N_2, C_3, T_1):

ALGORITMO 2001, Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 2, Vizmanos J.R., Anzola, M. Problema 33, p.296, Ediciones SM: Madrid. *El 40% de las declaraciones del impuesto sobre la renta son positivas. Un 10% de las que resultaron positivas lo fueron como consecuencia de errores aritméticos en la realización de la declaración.*

Si hay un 5% de las declaraciones con errores aritméticos, ¿qué porcentaje de estas resultaron positivas?

Como ejemplo de (N_2, C_3, T_3) en la pregunta a y la pregunta b se corresponde con (N_2, C_3, T_1):

(Grupo Erema: M.A. Martín, J.M. Rey, M. Reyes, *Estadística y Probabilidad*, Bachillerato, Cuaderno 4, Grupo Editorial Bruño, Madrid 2002, página 26, problema 1) *Un 60% de los alumnos de un colegio aprobaron filosofía y un 70% matemáticas. Además, un 80% de los alumnos que aprobaron matemáticas, aprobaron también filosofía.*

a) ¿Qué porcentaje de alumnos aprobaron las dos asignaturas?

b) Si Juan aprobó filosofía, ¿qué probabilidad tiene de haber aprobado también matemáticas?

Este nivel queda dividido en 8 clases diferentes de problemas: (N_2, C_1, T_1), (N_2, C_1, T_2), (N_2, C_1, T_3), (N_2, C_2, T_1), (N_2, C_2, T_2), (N_2, C_2, T_3), (N_2, C_3, T_1) y (N_2, C_3, T_3)

Nivel 3: N_3: (x, y, 2)

C_1: (0, 1, 2), con una intersección y dos condicionales: (N_3, C_1, T_1), (N_3, C_1, T_2) y (N_3, C_1, T_3)

En los libros de texto revisados no hemos encontrado ningún problema con los datos una intersección y dos condicionales. Hemos adaptado uno, como muestra de (N_3, C_1, T_1) en lo que respecta a la primera pregunta y (N_3, C_1, T_3) en la segunda pregunta:

Hemos hecho un estudio entre los chicos y las chicas de Bachiller que están a favor y en contra de las Pruebas de Acceso a la Universidad. Tenemos los datos siguientes:

- *Los chicos que están en contra de las PAU's son el 44%*
- *De los chicos, los que están a favor son el 20%*
- *De las chicas, las que están en contra son el 80%*

Hemos elegido un estudiante y sabemos que es chico. Calcula la probabilidad de que esté en contra. Calcula también la probabilidad de las chicas que están a favor.

C_2: (1, 0, 2), con una marginal y dos condicionales: (N_3, C_2, T_1), (N_3, C_2, T_2) y (N_3, C_2, T_3)

Engel, L'enseignement des probabilités et de la statistique, volumen 1(1975) (France; CEDIC) *La mitad de los participantes a un congreso son americanos. Un americano sobre ocho y un no americano sobre ochenta beben jugo de tomate en el desayuno. ¿Cuál es la probabilidad de que un congresista que beba jugo de tomate en el desayuno sea americano?* (problema 16, p.276)

El ejemplo siguiente representa al vector (N_3, C_2, T_1) respecto a las preguntas b y c y al vector (N_3, C_2, T_2) respecto a la pregunta a:

ALGORITMO 2001, Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 2, Vizmanos J.R., Anzola, M. Problema 32, p.296, Ediciones SM: Madrid. *Una cuarta parte de las participaciones en un congreso son españolas. La probabilidad de que una congresista desayune té si es española es un octavo y la probabilidad de que tome té si es extranjera es un tercio. Si se elige una congresista al azar:*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que desayune té?

b) Cuál es la probabilidad de que no sea española si desayuna té?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea española si no desayuna té?

Mostramos un ejemplo del vector (N_3, C_2, T_3):

Guzmán, Colera (1991) *Selectividad Matemáticas II Pruebas 1990*, Madrid: Anaya, Opción B, Ejercicio 4, León, 1990, p.97. *Una clase de COU está formada por 10 chicos y 10 chicas; la mitad de las chicas y la mitad de los chicos han elegido Matemáticas II como asignatura optativa. ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y no estudie Matemáticas II?*

Este nivel queda dividido en 6 clases diferentes de problemas: (N_3, C_1, T_1), (N_3, C_1, T_2), (N_3, C_1, T_3), (N_3, C_2, T_1), (N_3, C_2, T_2) y (N_3, C_2, T_3)

Nivel 4: N_4: (0, 0, 3)

Como ejemplo de (N_4, C_1, T_3) en cuanto a la primera pregunta y (N_4, C_1, T_2) en cuanto a la segunda.

En un grupo de individuos se pasó un test de inteligencia y se midió su rendimiento académico. Se estudiaba la Inteligencia superior e inferior y el rendimiento alto y rendimiento bajo. De este estudio se sabe que, elegido un individuo:

- *La probabilidad de que tenga inteligencia superior sabiendo que su rendimiento es alto es 2/3.*
- *La probabilidad de que tenga rendimiento alto sabiendo que su inteligencia es superior es de 5/7.*
- *La probabilidad de que tenga inteligencia inferior sabiendo que su rendimiento es bajo es 3/5.*

Calcula la probabilidad de ser inteligente y tener rendimiento alto y la probabilidad de tener rendimiento alto.

ANEXO 2: ANÁLISIS DE LIBROS DE TEXTO ESCOLARES DESDE 1975 HASTA 2002

TIPOLOGÍA PRESENTE EN ALGUNOS LIBROS DE TEXTO ESCOLARES DE CURRÍCULUM ANTIGUO							
CURSO	**AUTOR**	**EDITORIAL**	**AÑO**	**N1**	**N2**	**N3**	**N4**
Funciones1º BUP	Agustí, Vila	Vicens Vives	1975				
Matemáticas 1º BUP	Lazcano, Barolo	Edelvives	1981				
Matemáticas de Bachillerato, curso 1	Grupo Cero	Teide	1982	3(N_1, C_1, T_1)		2(N_3, C_2, T_1)	
Matemáticas 1 BUP,	López, Sánchez Martín	SM					
Matemáticas 3º de Bachillerato	Colera, Guzmán	Anaya	1995				
Como superar las matemáticas de 3º de BUP	Taniguchi	Edunsa	1988				
Matemáticas comunes COU	Valdés, Santos	Bruño	1975				
Matemáticas COU	García García, López Pellicer	Marfil	1979			1(N_3, C_2, T_1)	
Matemáticas COU, G2	Negro, Poncela	Alhambra	1990			1(N_3, C_2, T_1)	
Curso práctico de Matemáticas COU	González, Villanova	Eunibar	1985	1(N_1, C_3, T_1)	1(N_2, C_3, T_1)	2(N_3, C_2, T_1) 2(N_3, C_2, T_3)	
Matemáticas para COU	Pérez Carreras, Pérez Machado	MCGraw-Hill	1988			1(N_3, C_2, T_2)	
Matemáticas COU, Opciones C y D	Santos	Santillana	1988	2(N_1, C_1, T_1)	1(N_2, C_3, T_1)	2(N_3, C_2, T_1) 2(N_3, C_2, T_2)	
Matemáticas II COU. Opciones C y D	Ramírez, Esteve, del Valle, Navarro	ECIR	1988				
Matemáticas I COU opciones A y B	Ramírez, Esteve, del Valle, Armero	ECIR	1989			1(N_3, C_2, T_1) 1(N_3, C_2, T_2)	
Selectividad Matemáticas II Pruebas 1990	Guzmán, Colera	Anaya	1991	1(N_1, C_3, T_1)		1(N_3, C_2, T_3)	

TIPOLOGÍA PRESENTE EN ALGUNOS LIBROS DE TEXTO ESCOLARES ACTUALES							
CURSO / TÍTULO	**AUTOR**	**EDITORIAL**	**AÑO**	**N_1**	**N_2**	**N_3**	**N_4**
4ºESO, opción B	Ramírez, Palomero, Esteve, Montesinos	ECIR	1996	2 (N_1,C_1, T_1)			
4ºESO, opción B	Colera, García, Oliveira	Anaya	1998	1 (N_1, C_1, T_1) 1 (N_1, C_2, T_1)			
2º Bachiller, Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II	Ramírez, Esteve, Montesinos, Deusa, Veres	ECIR	2001	3 (N_1, C_3, T_1)		2 (N_3, C_2, T_1)	
1º Bachiller, Matemáticas I	Colera, García, Oliveira	Anaya	2002	4 (N_1, C_3, T_1)		3 (N_3, C_2, T_1)	

1º Bachiller, Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I	Colera, García, Oliveira	Anaya	2002				
2º Bachiller, Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II	Colera, García, Oliveira	Anaya	2002	4 (N_1, C_3, T_1)		3 (N_3, C_2, T_1)	
2º Bachiller, Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II, ALGORITMO 2001	Vizmanos, Anzola	SM	2001		1 (N_2, C_3, T_1)	2 (N_3, C_2, T_1) 2 (N_3, C_2, T_2)	

TIPOLOGÍA PRESENTE EN ALGUNOS LIBROS DE TEXTO DE NIVEL SUPERIOR							
TÍTULO	**AUTOR**	**EDITORIAL**	**AÑO**	**N1**	**N2**	**N3**	**N4**
Exposición intuitiva y problemas resueltos de métodos estadísticos. Fundamentos y aplicaciones.	Viedma	Ediciones del Castillo	1972			1(N_3, C_2, T_1)	
L'enseignement des probabilités et de la statistique, volumen 1	Engel,	France; CEDIC	1975			3 (N_3, C_2, T_1)	
Curso y ejercicios de estadística	Quesada, Isidoro, López	Alhambra	1982	1 (N_1, C_1, T_1)		4(N_3, C_2, T_1) 1(N_3, C_2, T_2)	
Problemas de Probabilidades y Estadística, Vol 1: Probabilidades	Cuadras	PPU. Promociones Publicaciones Universitarias	1983			3(N_3, C_2, T_2)	