

POTENCIAS DE EXPONENTEE ENTERO

RECORDAR:

Potencias con exponente natural:

Sea $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $n \in \mathbb{N}$ Definimos $a^n = a \cdot \dots \cdot a$ (n veces)

Ejemplo: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, $(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$

Propiedades:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

3) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$

4) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

5) $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Por convenio: 6) $a^0 = 1$

Potencias con exponente negativo:

Sea $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $n \in \mathbb{N}$. Definimos $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Ejemplo: $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

Propiedades:

Sea $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $n, m \in \mathbb{Z}$, se cumplen las mismas propiedades (1), (2), (3), (4), (5).

Úso de la calculadora.

Para efectuar potencias y radicales con calculadora se utilizan, respectivamente, las teclas

x^y $x^{1/y}$

Ejemplos:

Para efectuar 5^4 en la calculadora se escribe

5 x^y 4 = El resultado es: 625

Para efectuar 5^{-4} , en la calculadora se escribe:

5 x^y 4 \pm = El resultado es: 1.6⁻⁰³ Es decir: $5^{-4} = 0,0016$

Para efectuar $\sqrt[5]{32}$, en la calculadora se escribe:

32 $x^{1/y}$ 5 = El resultado es: 2

Para efectuar $\sqrt[4]{2^3}$, en la calculadora se escribe:

2 x^y (3 : 4) = El resultado es: 1.68179283

O bien

2 x^y 3 $x^{1/y}$ 4 = El resultado es: 1.68179283

Ejercicios de autoaprendizaje

a) Calcular $7^4 \cdot (7^{-3})^5 \cdot 7^3$

Es una operación de potencias de igual base.

$$7^4 \cdot (7^{-3})^5 \cdot 7^3 = 7^4 \cdot 7^{-15} \cdot 7^3 = 7^{4-15+3} = 7^{-8}$$

Potencia de potencia

Producto de potencias de igual base

b) Calcular $\frac{8^3 \cdot 4^5}{2^{-5}}$

Notar que las bases de las potencias son 8, 4, 2 que son potencias de 2

$$\frac{8^3 \cdot 4^5}{2^{-5}} = \frac{(2^3)^3 \cdot (2^2)^5}{2^{-5}} = \frac{2^9 \cdot 2^{10}}{2^{-5}} = \frac{2^{19}}{2^{-5}} = 2^{19-(-5)} = 2^{24}$$

Potencia de potencia

Producto potencias de igual base

Cociente potencias de igual base

c) Calcular $\frac{6^5 \cdot 12^5}{9^5}$

Todas las potencias tienen el mismo exponente.

$$\frac{6^5 \cdot 12^5}{9^5} = \frac{(6 \cdot 12)^5}{9^5} = \frac{72^5}{9^5} = \left(\frac{72}{9}\right)^5 = 8^5$$

Producto potencias de igual exponente

Cociente potencias de igual exponente

Ejercicios propuestos

1. Calcular:

a) $3^2 =$

b) $-3^2 =$

c) $(-3)^2 =$

d) $3^3 =$

e) $-3^4 =$

f) $(-3)^3 =$

g) $-3^5 =$

h) $(-3)^3 =$

i) $3^2 =$

j) $2^5 =$

k) $-2^5 =$

l) $(-2)^5 =$

2. Simplificar. Escribir en forma de una sola potencia:

a) $5^7 \cdot 5^{-3} =$

b) $3^{-2} \cdot 3 =$

c) $(-6)^4 \cdot (-6)^{-2} \cdot (-6)^3 =$

d) $7^5 \cdot 7^{-3} \cdot 7^{-1} =$

e) $8^3 : 8^5 =$

f) $2^{-4} : 2^3 =$

g) $(4^{-5})^4 =$

h) $((-5)^3)^{-2} =$

i) $5^3 \cdot 4^3 =$

j) $5^{-4} \cdot 4^{-4} \cdot 3^{-4} =$
 k) $21^{-5} : 7^{-5} =$
 l) $3^{-2} \cdot 27^4 \cdot (9^2)^{-5} =$
 m) $4^5 \cdot (2^5)^{-3} \cdot 32 =$
 n) $\frac{3^2 \cdot 3^{-4}}{3^5} =$

o) $\frac{4^5 \cdot 4^{-2}}{(4^3)^5 \cdot 4} =$
 p) $\frac{2^4 \cdot 8^{-3}}{(4^3)^5} =$
 q) $\frac{5^2 \cdot 125^{-3}}{(25^4)^{-5}} =$

r) $(-a)^3(-a)^4 a =$
 s) $(-2)^3 \cdot 2^3 \cdot (-2)^4 =$
 t) $-1^{26} =$
 u) $(-1)^{568} =$
 v) $(-1)^{35} =$
 w) $(-5)^4 \cdot 5^{-2} \cdot 5 \cdot 5^{-3} =$

3. Escribir con una sola potencia de **b**

a) $b^5 \cdot b^{-4} \cdot b =$ d) $\frac{b^{-5}}{b^{-6}} =$ f) $\frac{b^3 \cdot (b^5)^{-2}}{b^7 \cdot b} =$ h) $\frac{b^2(b^{-3})^{-2}}{(b^{-2})^{-3}} =$
 b) $b^2 \cdot (b^{-5})^3 =$
 c) $\frac{b^4}{b^{-2}} =$ e) $\frac{b^2 \cdot b}{b^{-3}} =$ g) $b^3 \left(\frac{1}{b^{-1}}\right)^{-2} =$ i) $b^5 \cdot \frac{b^{-3}}{(b^4)^{-2}} =$

4. Calcular y simplificar el resultado:

a) $x^{-3} \cdot x^4 \cdot x^5 =$ f) $\frac{16x^{-1}y}{-8y^{-3}x^{-2}} =$ i) $2ab^{-4} : \left(\frac{12b^2}{3a^3}\right)^{-2} =$
 b) $a^{-2} : a^{-7} =$
 c) $(b^2)^{-3} \cdot b^4 \cdot b^{-7} =$ g) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{n}{p}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{m}{p}\right)^2 =$ j) $\frac{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3\right)^5}{\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-5}} =$
 d) $\frac{y^3 \cdot y^{-5}}{(y^{-2})^{-4} \cdot y} =$
 e) $\frac{a^2b^3c^4}{c^3b^2a} =$ h) $\frac{a^{-2}b^{-3}}{b^{-2}a} : \frac{a^3b^{-4}}{b} =$

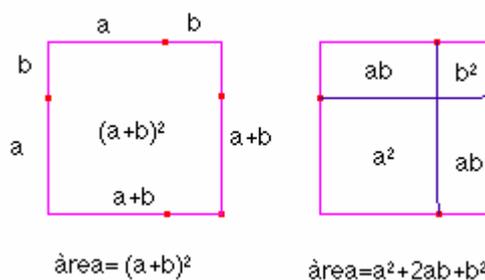
5. Calcular y simplificar el resultado:

a) $(2x)^2 =$ e) $(3x^3)^2 =$ i) $(3ax)^2 =$
 b) $(5x)^3 =$ f) $(2x^4)^3 =$ j) $(5ax)^3 =$
 c) $(4a)^5 =$ g) $(4a^2)^2 =$ k) $(3ax^2)^3 =$
 d) $(5a)^2 =$ h) $(5a^3)^3 =$ l) $(2a^2x^3)^2 =$

Igualdades notables

Cuadrado de una suma

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Cuadrado de una diferencia

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Cubo de una suma

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Cubo de una diferencia

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Suma por diferencia

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejercicios de autoaprendizaje.

Calcular a) $(x + 3)^2 =$ b) $(2x - 3)^2 =$ c) $(x + 4)^3 =$ d) $(3x + 5)(3x - 5) =$

a) Se trata del cuadrado de una suma.

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

b) Se trata del cuadrado de una diferencia.

$$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

c) Se trata del cubo de una suma.

$$(x + 4)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 + 4^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$$

d) Se trata de una suma por una diferencia.

$$(3x + 5)(3x - 5) = (3x)^2 - 5^2 = 9x^2 - 25$$

Ejercicios propuestos.

6. Calcular:

a) $(x + 8)^2 =$

f) $(2x + 6)^2 =$

k) $(x^2 + 3)^2 =$

b) $(b - 3)^2 =$

g) $(3y - 2)^2 =$

l) $(2x^2 + 3)(2x^2 - 3) =$

c) $(y + 7)(y - 7) =$

h) $(3 + 2x)(3 - 2x) =$

m) $(x + y + 3)^2 =$

d) $(x - 5)^3 =$

i) $(3x + 4)^3 =$

n) $(a + b - 4)^2 =$

e) $(a + 5)^3 =$

j) $(3 - 2x)^3 =$