Hallar ${}_{15}p_{30}$ mediante la función de cohorte

Que se puede generar por la función

$$S(x) = 1 - \frac{x^2}{10000}$$

tomando

$$l_0 = 10000$$

$$l(x) = l_0 \cdot S(x)$$

$$S(x) = 1 - \frac{x^2}{10000} \quad tomando\ l_0 = 10000 \Rightarrow \ l(x) = 10000\left(1 - \frac{x^2}{10000}\right) = 10000 - x^2$$

$$_{15}p_{30} = \frac{l_{45}}{l_{30}} = \frac{10000 - 45^2}{10000 - 30^2} = \frac{7975}{9100} = 0{,}8763$$

tanto instantáneo de mortalidad
en base a la función de densidad y distribución

$$F(x) = \frac{x^2}{10000}$$

$$F(x)=\frac{x^2}{10000}\Rightarrow f(x)=\frac{x}{5000}$$

$$luego\ \ \mu_x=\frac{f(x)}{1-F(x)}=\frac{\frac{x}{5000}}{1-\frac{x^2}{10000}}=\frac{\frac{x}{5000}}{\frac{10000-x^2}{10000}}=\frac{10000x}{50000000-5000x^2}=\frac{2x}{10000-x^2}$$

tanto instantáneo de mortalidad
en base a la función de supervivencia

$$F(x)=\frac{x^2}{10000} \Rightarrow S(x)=1-\frac{x^2}{10000}$$

$$luego \;\; \mu_x=-\frac{S'(x)}{S(x)}=-\frac{\frac{-2x}{10000}}{1-\frac{x^2}{10000}}=-\left[\frac{\frac{-2x}{10000}}{\frac{10000-x^2}{10000}}\right]=\frac{2x}{10000-x^2}$$

tanto instantáneo de mortalidad
en base a la función de supervivencia (como derivada)

$$S(x) = 1 - \frac{x^2}{10000}$$

$$\mu_x = -\frac{d}{dx}\ln\left[1 - \frac{x^2}{10000}\right] = -\left[\frac{\frac{-2x}{10000}}{1 - \frac{x^2}{10000}}\right] = -\left[\frac{\frac{-2x}{10000}}{\frac{10000 - x^2}{10000}}\right] = \frac{2x}{10000 - x^2}$$

tanto instantáneo de mortalidad
en base a la función de cohorte

$$l(x) = l_0 \cdot S(x)$$

$$S(x) = 1 - \frac{x^2}{10000} \quad tomando \; l_0 = 10000 \Rightarrow \; l(x) = 10000\left(1 - \frac{x^2}{10000}\right) = 10000 - x^2$$

$$\mu_x = -\frac{l'(x)}{l(x)} = -\left[\frac{-2x}{10000 - x^2}\right] = \frac{2x}{10000 - x^2}$$

Función de supervivencia en base al tanto instantáneo de mortalidad

$$\mu_x = \frac{2x}{10000 - x^2}$$

$$S(x) = e^{-\int_0^x \mu_y dy} = e^{-\left[-\ln\left(1-\frac{x^2}{10000}\right)\right]} = 1 - \frac{x^2}{10000}$$

Tanto instantáneo de mortalidad para una persona de 40 años

$$\mu_x = \frac{2x}{10000 - x^2}$$

$$x = 40 \quad \text{por tanto}$$

$$\Rightarrow \mu_{40} = \frac{80}{10000 - 40^2} = \frac{80}{8400} = 0,0095238$$

Probabilidad de que fallezca en una año una persona de 40 años, con función de cohorte

$$l(x) = 10000 - x^2$$

$$\text{probablidad de sobreviva un año} \rightarrow p_{40} = \frac{l_{41}}{l_{40}} = \frac{10000 - 41^2}{10000 - 40^2} =$$

$$\frac{10000 - 1681}{10000 - 1600} = \frac{8319}{8400} = 0,99035714$$

$$q_{40} = 1 - p_{40} = 1 - 0,99035714 = 0,00964$$

Si el tanto instantáneo de mortalidad es 0,01.
Probabilidad de que una persona de treinta sobreviva dentro de 15. Utilizando éste y la función de supervivencia

$$\mu_x = 0,01$$

$$S(x) = e^{-\int_0^x \mu_y dy} = e^{-\left[\left[0,01y\right]_0^x\right]} = e^{-0,01x} \Rightarrow F(x) = 1 - S(x) = 1 - e^{-0,01x}$$

$$_{15}p_{30} = \frac{S(45)}{S(30)} = \frac{e^{-0,01\cdot 45}}{e^{-0,01\cdot 30}} = \frac{e^{-0,45}}{e^{-0,3}} = \frac{0,6376}{0,7408} = 0,8606$$

$$_{15}p_{30} = e^{-\int_{30}^{45} \mu_y dy} = e^{-\left[\left[0,01y\right]_{30}^{45}\right]} = e^{-[0,45-0,3]} = e^{-[0,15]} = 0,8606$$